

Tablas de derivadas y ejercicios:

	Derivada
Suma de funciones	$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$
Producto de un número por una función	$[kf(x)]' = k \cdot f'(x)$
Producto de funciones	$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
Cociente de funciones	$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
Regla de la cadena	$[(g \circ f)(x)]' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

Función	Derivada	Función	Derivada
$f(x) = c$	$f'(x) = 0$		
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$		
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f(x) = [g(x)]^n$	$f'(x) = n[g(x)]^{n-1} \cdot g'(x)$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln a$	$f(x) = a^{g(x)}$	$f'(x) = a^{g(x)} \cdot g'(x) \cdot \ln a$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$f(x) = e^{g(x)}$	$f'(x) = e^{g(x)} \cdot g'(x)$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$f(x) = \log_a g(x)$	$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x) \cdot \ln a}$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$f(x) = \ln g(x)$	$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$
$f(x) = \operatorname{sen} x$	$f'(x) = \cos x$	$f(x) = \operatorname{sen} g(x)$	$f'(x) = \cos g(x) \cdot g'(x)$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\operatorname{sen} x$	$f(x) = \cos g(x)$	$f'(x) = -\operatorname{sen} g(x) \cdot g'(x)$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$f(x) = \operatorname{tg} g(x)$	$f'(x) = \frac{g'(x)}{\cos^2 g(x)}$

$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} x$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} g(x)$	$f'(x) = \frac{g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$
$f(x) = \operatorname{arc} \cos x$	$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$f(x) = \operatorname{arc} \cos g(x)$	$f'(x) = \frac{-g'(x)}{\sqrt{1-g^2(x)}}$
$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$	$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} g(x)$	$f'(x) = \frac{g'(x)}{1+g^2(x)}$

Las mismas derivadas anteriores con otra notación:

<u>FUNCION</u>	<u>DERIVADA</u>
$y = k$	$y' = 0$
$y = ax + b$	$y' = a$
$y = u + v$	$y' = u' + v'$
$y = u \cdot v$	$y' = u'v + vu'$
$y = k \cdot u$	$y' = k u'$
$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
$y = u^k$	$y' = k u^{k-1} \cdot u'$
$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$
$y = \sqrt[n]{u}$	$y' = \frac{1}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}} \cdot u'$
$y = L u$	$y' = \frac{1}{u} \cdot u'$
$y = \log_a u$	$y' = \frac{1}{u} \log_a e \cdot u'$
$y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
$y = a^u$	$y' = a^u L a \cdot u'$
$y = \text{sen } u$	$y' = \cos u \cdot u'$
$y = \text{cos } u$	$y' = -\text{sen } u \cdot u'$
$y = \text{tg } u$	$y' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$
$y = \text{cotg } u$	$y' = \frac{-1}{\text{sen}^2 u} \cdot u'$
$y = \text{arc sen } u$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$y = \text{arc cos } u$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$y = \text{arc tg } u$	$y' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
<u>Regla de la cadena :</u>	
$y = f(g(x))$	$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
<u>Derivada de la función inversa :</u>	
$y = f^{-1}(x)$	$y' = \frac{1}{f'(y)}$

+ DERIVADAS

9 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

- a) $D(\sqrt{x} \cdot x^3)$ c) $D(x : \sqrt{x})$
 b) $D(\sqrt{x^5} \cdot x^{-2})$ d) $D(\sqrt{x} : x)$

10 Calcular las siguientes derivadas pasándolas a la forma potencial:

- a) $D \frac{1}{(x^2 + x + 1)^3}$ c) $D \frac{1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$
 b) $D \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$ d) $D \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$

11 Calcular las siguientes derivadas utilizando la forma compuesta:

- a) $D(x^2 + x)^3$
 b) $D(x^2 + 3x - 1)^4$
 c) $D L(3x^2 + 4x - 6)$
 d) $D \text{sen}(x^2 - 3x + 5)$

12 Calcular las siguientes derivadas logarítmicas:

- a) $D L(x^2 + x + 1)$ c) $D L(\cos x)$
 b) $D L(\text{sen } x)$ d) $D L(\text{tg } x)$

13 Calcular las siguientes funciones exponenciales utilizando la forma compuesta:

- a) $D e^{4x}$ c) $D 2^{2x+1}$
 b) $D e^{3-x^2}$ d) $D (3^x \cdot 5^x)$

14 Tomando logaritmos neperianos, calcular las siguientes derivadas:

- a) $D L(7^x)$ c) $D L(x : 3)$
 b) $D L(x^3)$ d) $D L(5^x)$

15 Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

- a) $D L(x^2 + x + 1)^2$ c) $D L(\cos x)^2$
 b) $D L(\text{sen } x)^2$ d) $D L(\sqrt{x})$

16 Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

- a) $D \text{sen}(2x + 1)$
 b) $D \text{sen}(x^2 + x + 1)$
 c) $D \text{sen}(-3x + 6)$
 d) $D \text{sen}(x^2 + 1)$

17 Calcular las siguientes derivadas de tipo seno utilizando la forma compuesta:

- a) $D \text{sen}(-2x)$
 b) $D \text{sen}(2x + 7)$
 c) $D \text{sen}(-3x + 8)$
 d) $D \text{sen}(x^2 + 1)$

18 Calcular las siguientes derivadas:

- a) $D \text{sen } x^{-2}$ c) $D \text{sen}(5^x)$
 b) $D \text{sen}(e^x)$ d) $D \text{sen}(\cos x)$

19 Calcular las siguientes derivadas potenciales en las que aparece el seno. Utilizar la forma compuesta:

- a) $D \text{sen}^2 x$ c) $D \sqrt{\text{sen } x}$
 b) $D \text{sen}^{-2} x$ d) $D \sqrt[3]{\text{sen } x}$

20 Calcular las siguientes derivadas en las que aparece el coseno utilizando la forma compuesta:

- a) $D \cos(2x)$
 b) $D \cos(-2x)$
 c) $D \cos(2x + 7)$
 d) $D \cos(-3x^2 + 6)$

21 Calcular las siguientes derivadas:

- a) $D \cos x^{-2}$ c) $D \cos(5^x)$
 b) $D \cos(e^x)$ d) $D \cos(\text{sen } x)$

22 Calcular las siguientes derivadas:

- a) $D \cos^2 x$ c) $D \sqrt{\cos x}$
 b) $D \cos^{-2} x$ d) $D \sqrt[3]{\cos x}$

23 Calcular las siguientes derivadas:

- a) $D \cos(L(x^2 + 1))$
 b) $D \cos(\cos(\cos(x)))$
 c) $D \cos(x^2 + 1)^3$
 d) $D \cos(L \sqrt{x})$

24 Calcular las derivadas de los siguientes productos de funciones:

- a) $D(x^2 \cdot Lx)$ c) $D(x \cdot Lx)$
 b) $D(x \cdot \text{sen } x)$ d) $D(\text{sen } x \cdot Lx)$

29 Una población bacteriana tiene un crecimiento dado por la función $p(t) = 8000 + 100t^2$, siendo t el tiempo medido en horas. Se pide:

- a) La velocidad media de crecimiento.
 b) La velocidad instantánea de crecimiento.
 c) La velocidad de crecimiento instantáneo para $t_0 = 20$ horas.

30 El espacio recorrido por un móvil viene dado por la función $s(t) = 3t^2 - t + 1$.

- a) Hallar la tasa de variación en el intervalo $[2, 6]$.
 b) Hallar la velocidad en el instante $t = 0$.
 c) Hallar la ecuación de la velocidad sabiendo que es la derivada del espacio.
 d) Hallar la ecuación de la aceleración sabiendo que es la derivada de la velocidad.

31 Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $f(x) = x^2 + x + 1$ paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

32 Hallar los puntos de la curva $f(x) = x^3 - 2x + 2$ en los que su tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

33 Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2 - 5x + 6$ paralela a la recta de ecuación $3x + y - 2 = 0$.

34 Hallar el área del triángulo determinado por los dos ejes de coordenadas y la tangente a la $f(x) = \frac{1}{x}$ en el punto $x = 1$.

35 Calcular el área del triángulo formado por los ejes de coordenadas y la recta tangente a la hipérbola $f(x) = \frac{2}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

36 Dada la función $f(x) = x^2 - 8x + 1$, ¿existe algún punto de la curva con tangente paralela a la recta $y = 1$?

+ ejercicios de derivadas

- 89.** Dada la función $f(x) = 2^{\cos(g(x))}$, calcula el valor de su derivada en el punto de abscisa $x = \pi$, sabiendo que $g(x)$ verifica que $g(\pi) = \frac{\pi}{2}$ y $g'(\pi) = -2$.
- 90.** Calcula la derivada n -ésima de cada una de las siguientes funciones.
- a) $f(x) = \sqrt{x}$ d) $f(x) = 2^x$
 b) $f(x) = \operatorname{sen} 2x$ e) $f(x) = x \cdot e^x$
 c) $f(x) = e^{-x}$ f) $f(x) = \cos^2 x$
- 91.** Utiliza las propiedades de las derivadas para hallar la derivada de las siguientes funciones.
- a) $y = x^2 + \frac{2}{x} - \sqrt{\frac{1}{x}}$
 b) $y = 4 \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 4x$
 c) $y = \frac{1}{x^2} + 2x^2 - \frac{3}{x}$
- 92.** Calcula las derivadas de las siguientes funciones.
- a) $y = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$
 b) $y = 2 \ln x - \frac{5}{x} + 6$
 c) $y = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x$
- 93.** Calcula la derivada de estas funciones.
- a) $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$ c) $y = 2x^4 \cdot \cos x$
 b) $y = x^2 \cdot e^{x+2}$ d) $y = \sqrt{\cos x} \cdot \operatorname{sen} x$
- 94.** Utiliza las propiedades de las derivadas para obtener la derivada de estas funciones.
- a) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}}$ d) $y = \frac{-x^2 - x}{e^x}$
 b) $y = \frac{x^3 - 3}{x^2}$ e) $y = \frac{1 - x}{\sqrt{1 - x^2}}$
 c) $y = \frac{x \cdot e^{-x}}{3^x}$ f) $y = \frac{2x + 1}{(x - 3)^3}$
- 95.** Halla la derivada de las siguientes funciones.
- a) $y = 4 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$
 b) $y = 2 \operatorname{sen} x + \operatorname{tg} x$
 c) $y = (1 + x^2) \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$
 d) $y = 4 \operatorname{sen} x \cdot \cos x$
 e) $y = \operatorname{sec}(5x + 2)$
 f) $y = \operatorname{arc} \cos(x^2)$
 g) $y = \sqrt[3]{\operatorname{sen} x}$
- 96.** Calcula la derivada de estas funciones.
- a) $y = \ln(x^4 - 3x^3)$
 b) $y = \ln(\sqrt{2x^2 - 4})$
 c) $y = \frac{x}{\ln x}$
 d) $y = \log_2(5x^3 - 1)$
- 97.** Halla las derivadas de las siguientes funciones.
- a) $y = \ln(\operatorname{tg} 2x)$
 b) $y = \ln[\cos(x^2 - 1)]^3$
 c) $y = \log_2\left(\frac{5 - x^2}{5 + x^2}\right)$
 d) $y = \ln \sqrt{\frac{x}{x - 1}}$
 e) $y = \log\left(\frac{\sqrt{x}}{\operatorname{sen}^2 x + 1}\right)$
- 98.** Calcula la derivada de las siguientes funciones.
- a) $y = 4^x$
 b) $y = \frac{8}{x^2 - 4}$
 c) $y = \frac{2x - 1}{x - x^2}$
 d) $y = 7\sqrt{x} + 8\sqrt[3]{x}$
 e) $y = xe^x$
- 99.** Encuentra las derivadas de estas funciones.
- a) $y = \sqrt[3]{5x^2}$
 b) $y = \frac{x - 2}{x - 3}$
 c) $y = \frac{x^2(1 - x)}{x^2 - 1}$
 d) $y = x^2(\operatorname{sen} x - 5x)$
 e) $y = 2^x + \log_2 x$
- 100.** Halla las derivadas de las funciones y simplifica todo lo que puedas el resultado.
- a) $y = \frac{x^2 + 1}{e^x}$ d) $y = \frac{(x + 2)^2}{x + 1}$
 b) $y = \frac{x}{\ln x}$ e) $y = \frac{x^2 - 1}{e^{x^2}}$
 c) $y = \sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}}$ f) $y = \sqrt{\frac{2x + 1}{x^3 - 1}}$
- 101.** Calcula la derivada de las siguientes funciones.
- a) $y = 3^{x^2+4}$
 b) $y = (x^5 - 2)^3$
 c) $y = \sqrt[3]{x^3 - 2x}$
 d) $y = 5e^{-x^2}$
 e) $y = \frac{\sqrt{x + 1}}{x^3}$
- 102.** Determina las derivadas de estas funciones.
- a) $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{x}$
 b) $y = \sqrt{2x^2 + 1}$
 c) $y = e^{x^2-7}$
 d) $y = \operatorname{sen}^2 x$
 e) $y = 2^{\operatorname{sen} x}$

103. Halla la derivada de estas funciones.

- a) $y = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{x}$
- b) $y = \cos(x^2 + 5x + 5)$
- c) $y = \frac{\operatorname{cotg} x}{x^2}$
- d) $y = \operatorname{arc\,sen}(5x + 1)$

104. Encuentra las derivadas de las siguientes funciones.

- a) $y = 12\sqrt{3x^2 + x}$
- b) $y = \ln(\operatorname{sen} x^2)$
- c) $y = (4x^2 - 5x + 1) \cdot 3^x$

105. Calcula la derivada de estas funciones.

- a) $y = \operatorname{tg}^2(2x + 3)$
- b) $y = \operatorname{arc\,tg}(x^3 + 6)$
- c) $y = \sqrt{\ln(3x - 5)}$

106. Halla las derivadas de las siguientes funciones.

- a) $y = \sqrt[4]{5x^3 + 1}$
- b) $y = 2x \operatorname{arc\,sen} x$
- c) $y = \sqrt[3]{(5x - 2)^2}$

107. Determina la derivada de estas funciones.

- a) $y = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2}{x^2}\right)$
- b) $y = \ln(\sqrt{\operatorname{sen} x})$
- c) $y = \operatorname{tg}^2(\cos 2x)$

- d) $y = \operatorname{arc\,sen}\sqrt{1 - 4x^2}$

108. Encuentra las derivadas de las siguientes funciones.

- a) $y = \operatorname{sen} 2x \cdot e^{\cos 2x}$
- b) $y = \operatorname{tg}^2(1 - 5x)$
- c) $y = \cos(2x - 1)^3$
- d) $y = \cos^3(2x - 1)$

109. Halla la derivada de estas funciones.

- a) $y = \ln(e^x + x^2)$
- b) $y = \ln(x^2 + 1)^2$
- c) $y = \ln\left(\frac{e^{2x}}{2x}\right)$
- d) $y = \ln\sqrt[3]{\frac{x \cdot (x - 1)^2}{x + 3}}$
- e) $y = \ln\left(\frac{1 + \cos x}{3x}\right)$

110. Calcula las derivadas de las siguientes funciones.

- a) $y = (x - \sqrt{1 - x^2})^2$
- b) $y = \sqrt[3]{\operatorname{cotg} x}$
- c) $y = \frac{\cos x}{2 \operatorname{sen}^2 x}$
- d) $y = \operatorname{sen}^2(2 - x)$

111. Determina la derivada de las siguientes funciones.

- a) $y = \frac{x \operatorname{sen} x}{e^x}$
- b) $y = \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{x}$
- c) $y = \ln(1 - 2^x)$
- d) $y = \frac{\cos x}{x^2}$
- e) $y = \operatorname{sen} \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}$

112. Halla las derivadas de las funciones que aparecen a continuación.

- a) $y = \sqrt{e^x + x}$
- b) $y = \frac{5^x + 5^{-x}}{2}$
- c) $y = x^2 e^{-x}$
- d) $y = e^{1-x^2}$
- e) $y = \sqrt{\sec x}$

113. Utilizando la regla de la cadena, halla la derivada de estas funciones.

- a) $y = \ln(\operatorname{tg}(x + e^x))$
- b) $y = \ln(\operatorname{arc\,cos}(-x))$
- c) $y = \operatorname{tg}(\operatorname{tg} x) + \operatorname{tg}^2 x$
- d) $y = \cos^2(\operatorname{arc\,sen} x^2)$
- e) $y = \operatorname{sen}(\ln(2 - 4x))$

f) $y = \frac{\operatorname{sen}^2(2x + 1)}{\cos(1 - x)}$

114. Calcula la derivada de las siguientes funciones.

- a) $y = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{1}{1 + x^2}\right)$
- b) $y = \sqrt{\ln(\cos 2x)}$
- c) $y = \frac{x^3 - x}{e^x}$
- d) $y = \frac{e^x + e^{2x}}{3}$
- e) $y = \frac{\ln(x^2 + 1)}{\frac{x^2 + 1}{\operatorname{sen} x}}$

115. Encuentra las derivadas de las funciones que aparecen a continuación.

- a) $y = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x}{4}\right) - 2$
- b) $y = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1 + x^2}{x}\right)$
- c) $y = \operatorname{arc\,sen}\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 x}$
- d) $y = \operatorname{arc\,cos}\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^3}}$
- e) $y = \operatorname{arc\,tg} e^x + 2$

116. Calcula la derivada de estas funciones.

- a) $y = \ln \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$
- b) $y = \text{arc tg } \frac{x}{x-1}$
- c) $y = \text{arc cos}(\ln x)$
- d) $y = \sqrt[3]{2^{\cos x}}$
- e) $y = \log_2 \sqrt{\frac{1}{x}}$
- f) $y = \cos^3 x + \text{sen } x^2$

117. Calcula la derivada de las siguientes funciones.

- a) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2 \cdot \text{sen } x}{\cos x}}$
- b) $y = \frac{\cos 2x + \text{sen } 2x}{\cos 2x - \text{sen } 2x}$
- c) $y = \ln \left(\frac{1 + \text{tg} \left(\frac{x}{2} \right)}{1 - \text{tg} \left(\frac{x}{2} \right)} \right)$
- d) $y = \text{tg } x \cdot e^{x^2}$

118. Halla las derivadas y simplifica el resultado.

- a) $y = \text{arc sen } \sqrt{x}$
- b) $y = \sqrt[4]{\text{sen}(x^3 + 1)}$
- c) $y = 2^{x^2+4} + x^2 + 4$
- d) $y = \frac{\ln \sqrt{x+1}}{x}$
- e) $y = \ln \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$

119. Calcula la derivada de la siguiente función y simplifica.

$$f(x) = \frac{\cos x + \cos(x+1)}{\text{sen } x - \text{sen}(x+1)}$$

¿Es razonable suponer que $f(x)$ es constante?

120. Calcula la derivada de la siguiente función, simplificando al máximo.

$$f(x) = \text{arc tg} \left(\sqrt{\frac{1 - \text{sen } x}{1 + \text{sen } x}} \right)$$