Millennium 2

Autor: Stieg Larsson

ARGUMENTO

Millennium es una famosa trilogía de novelas, llevada también al cine, protagonizada por el periodista Mikael Blomkvist y una joven *hacker*, antisocial e inteligente, llamada Lisbeth Salander, que quiere vengarse de alguien que le hizo daño en el pasado. En el fragmento siguiente, que pertenece a la segunda novela de la saga, se retrata la gran capacidad intelectual de la joven.

Millennium 2: La chica que soñaba con una cerilla y un bidón de gasolina

Lisbeth Salander se sentó en la terraza del restaurante y pidió un plato de calamares con patatas salteadas y una botella de Carib, la cerveza del lugar. Cogió un ejemplar del *Grenadian Voice*, el periódico local, y lo ojeó durante un par de minutos. [...] Dobló el periódico, tomó un trago de Carib directamente de la botella y cuando se reclinó en la silla vio al hombre de la habitación 32, quien, desde el interior del restaurante, salía a la terraza. Llevaba un maletín marrón en una mano y un vaso grande de Coca-Cola en la otra. Sus ojos barrieron el lugar y pasaron por encima de ella sin reconocerla. Se sentó en el extremo opuesto y se puso a contemplar el mar.

Lisbeth Salander examinó al hombre que ahora tenía de perfil. Parecía completamente ausente y permaneció inmóvil durante siete minutos antes de levantar el vaso y darle tres largos tragos. Dejó a un lado la bebida y continuó con la mirada fija en el mar. Al cabo de unos instantes, Lisbeth abrió su

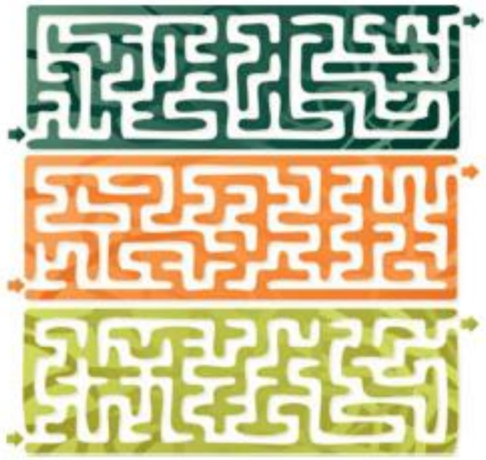
bolsa y sacó el libro que había comprado unas semanas antes: *Dimensions in Mathematics*.

A Lisbeth siempre la habían entretenido los rompecabezas y los enigmas. A la edad de nueve años, su madre le regaló un cubo de Rubik. Puso a prueba su capacidad lógica durante casi cuarenta frustrantes minutos antes de darse cuenta, por fin, de cómo funcionaba. Luego no le costó nada colocarlo correctamente. Jamás había fallado en los test de inteligencia de los periódicos: cinco figuras con formas raras y a continuación la pregunta sobre la forma que tendría la sexta. La solución siempre le resultaba obvia. [...]

Antes de leer aquel artículo en *Popular Science*, nunca, ni por un momento, le habían fascinado las matemáticas, ni siquiera había reflexionado sobre el hecho de que las tablas de multiplicar fueran matemáticas. Para ella era una cosa que memorizó en el colegio en tan solo una tarde, por lo que no entendió el motivo de que el profesor se pasara un año entero dándoles la lata con lo mismo.

De repente intuyó la inexorable lógica que sin duda debía de ocultarse tras aquellas fórmulas y razonamientos, lo cual la condujo a la sección de matemáticas de la librería universitaria. Pero hasta que no se sumergió en *Dimensions in Mathematics* no se abrió ante ella un mundo completamente nuevo. En realidad, las matemáticas eran un rompecabezas lógico que presentaba infinitas variaciones, enigmas que se podían resolver. El truco no se hallaba en solucionar problemas de cálculo. Cinco por cinco siempre eran veinticinco. El truco consistía en entender la composición de las distintas reglas que permitían resolver cualquier problema matemático.

Dimensions in Mathematics no era estrictamente un manual para aprender matemáticas, sino un tocho de mil doscientas páginas sobre la historia de las matemáticas,



que iba desde los antiguos griegos hasta los actuales intentos por dominar la astronomía esférica. Se le consideraba la Biblia del tema, y era comparable a lo que en su día representó la *Arithmetica* de Diofanto para los matemáticos serios. Cuando abrió por primera vez *Dimensions* en la terraza del hotel de Grand Anse Beach se vio transportada de inmediato al mágico mundo de los números gracias a un libro escrito por un autor que poseía no solo dotes pedagógicas sino también la capacidad de entretener al lector con anécdotas y problemas sorprendentes. Así había podido seguir la evolución de las matemáticas desde Arquímedes hasta el actual Jet Propulsion Laboratory de California. Y entendió los métodos que usaban para resolver los problemas.

El teorema de Pitágoras ($x^2 + y^2 = z^2$), formulado aproximadamente en el año 500 antes de Cristo, fue una experiencia reveladora. De repente comprendió el significado de lo que había memorizado en séptimo curso, en una de las pocas clases a las que había asistido. «En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos». También le fascinaba el descubrimiento de Euclides (año 300 antes de Cristo) según el cual un número perfecto* siempre es «un producto de dos números, donde uno de los números es una potencia de 2 y el otro está compuesto por la diferencia que hay entre la siguiente potencia de 2 y la unidad». Por ejemplo:

$$6 = 2^1 \cdot (2^2 - 1)$$
$$28 = 2^2 \cdot (2^3 - 1)$$
$$496 = 2^4 \cdot (2^5 - 1)$$
$$8128 = 2^6 \cdot (2^7 - 1)$$

(*) Un número es perfecto si, al sumar todos sus divisores (excepto él mismo), obtenemos el propio número, como, por ejemplo, el 6, cuyos divisores distintos de él mismo son 1, 2 y 3.

Millennium 2

Y así podía seguir hasta el infinito sin encontrar ningún número que incumpliera la regla. Esa lógica encajaba en la atracción que Lisbeth Salander tenía por la idea de lo absoluto. Arquímedes, Newton, Martin Gardner y otros matemáticos clásicos fueron cayendo uno tras otro, página a página.

Luego llegó al capítulo sobre Pierre de Fermat, cuyo enigma matemático, el teorema de Fermat, llevaba siete semanas asombrándola, tiempo que, de todos modos, era más que modesto considerando que Fermat estuvo sacando de quicio a matemáticos durante casi cuatrocientos años, hasta que un inglés llamado Andrew Wiles, en una fecha tan reciente como la de 1993, consiguió resolver el rompecabezas.

El teorema de Fermat era un problema engañosamente sencillo.

Pierre de Fermat nació en 1601 en Beaumont-de-Lomagne, en el suroeste de Francia. Por irónico que pueda parecer, ni siquiera era matemático, sino un funcionario que, en su tiempo libre, se dedicaba a las matemáticas como una especie de extraño *hobby*. Aun así se le consideraba uno de los más dotados matemáticos autodidactas de todos los tiempos. Al igual que a Lisbeth Salander, le gustaba resolver rompecabezas y enigmas. Le divertía especialmente tomar el pelo a otros matemáticos planteándoles problemas sin darles después la solución. El filósofo Descartes se refería a él con una serie de despectivos epítetos, mientras que su colega inglés John Wallis lo llamaba «ese maldito francés».

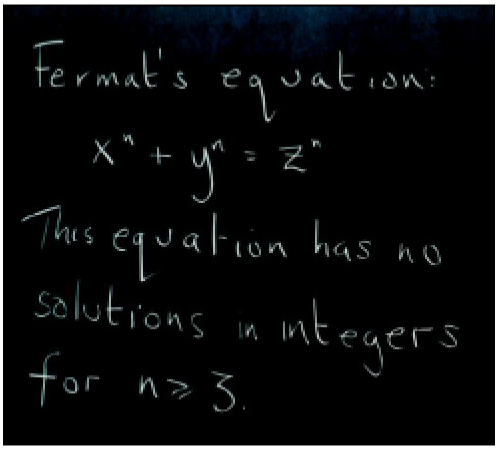
En la década de 1630 apareció una traducción francesa de la *Arithmetica* de Diofanto, que contenía una relación completa de las teorías numéricas formuladas por Pitágoras, Euclides y otros matemáticos de la Antigüedad. Al estudiar el teorema de Pitágoras, Fermat, en un arrebato de genialidad, planteó su inmortal problema. For-

muló una variante del teorema de Pitágoras. Fermat transformó el cuadrado ($x^2 + y^2 = z^2$) en un cubo ($x^3 + y^3 = z^3$).

El problema residía en que la nueva ecuación no parecía poder resolverse con números enteros. Lo que Fermat había hecho, por consiguiente, era convertir, mediante un pequeño cambio teórico, una fórmula que ofrecía una cantidad infinita de soluciones enteras en otra que no tenía ninguna. Su sorprendente teorema era precisamente ese: Fermat afirmaba que en todo el infinito universo de los números no había un número entero cuyo cubo fuera igual a la suma de dos cubos de otros números enteros, y que eso se extendía a todas las potencias mayores que dos.

Los otros matemáticos no tardaron en admitir que, en efecto, así era. A través de muchas comprobaciones pudieron constatar que resultaba imposible encontrar un número que refutara la afirmación de Fermat. Sin embargo, el problema era que, aunque continuaran contando hasta el fin del mundo, no podrían probar con todos los números existentes –pues son infinitos– y, por lo tanto, los matemáticos no podrían estar seguros al cien por cien de que el siguiente número no echara por tierra el teorema de Fermat. Porque, en matemáticas, las afirmaciones han de ser demostradas matemáticamente y expresadas con una fórmula universal y científicamente correcta. El matemático tiene que ser capaz de subirse a un podio y pronunciar las palabras «es así porque...».

Fermat, fiel a su costumbre, se burló de sus colegas. El genio emborronó uno de los márgenes de su ejemplar de la *Arithmetica* con el planteamiento del problema y terminó escribiendo unas líneas: «*Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiquitas non caperet*». Estas palabras pasarían a convertirse en



inmortales en la historia de la matemática: «Tengo una prueba verdaderamente maravillosa para esta afirmación, pero el margen es demasiado estrecho para contenerla».

Si su intención había sido que sus colegas montaran en cólera, lo logró a las mil maravillas. Desde 1637, prácticamente cualquier matemático que se preciara le había dedicado tiempo, a veces demasiado, a hallar una demostración para el teorema de Fermat. Generaciones enteras de pensadores fracasaron, hasta que Andrew Wiles dio con la solución en 1993. Llevaba veinticinco años reflexionando sobre el enigma; los diez últimos casi a tiempo completo.

Lisbeth Salander estaba perpleja.

En realidad, no le interesaba nada la respuesta. Lo que la fascinaba era la forma de dar con ella. Cuando alguien le planteaba un enigma, ella lo solucionaba. Antes de comprender los principios de los razonamientos, tardaba lo suyo en resolver los misterios matemáticos, pero siempre deducía la respuesta correcta antes de mirar la solución.

De modo que, una vez leído el teorema de Fermat, sacó una hoja y se puso a emborronarla con números. Pero fracasó en su intento de dar con la prueba.

Se negó a mirar la respuesta y, consecuentemente, se saltó el pasaje donde se presentaba la solución de Andrew Wiles. En su lugar terminó el *Dimensions* y constató que ningún otro problema de los que se presentaban en el libro le había supuesto una gran dificultad. Luego, día tras día, volvió al enigma de Fermat, con una creciente irritación, mientras cavilaba sobre la «maravillosa prueba» a la que podría haberse referido Fermat. No hacía más que entrar en un callejón sin salida tras otro.

Alzó la vista cuando el hombre de la habitación 32 se levantó de improviso y se dirigió a la salida. Lisbeth consultó de reojo su reloj y comprobó que llevaba más de dos horas y diez minutos sentado en el mismo sitio.

ACTIVIDADES

1 a) Comprueba que los números que aparecen en la novela (6, 28, 496 y 8128) son números perfectos.

b) Euclides no afirmó que todos los números perfectos son de la forma que se dice en la novela. En realidad, su teorema afirma lo siguiente: «Los números de la forma $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ son perfectos si $2^n - 1$ es un número primo». Comprueba que los números anteriores cumplen esta propiedad.

2 Razona si las siguientes medidas son números racionales o irracionales:

a) El área de un círculo de 6 cm de radio.

b) La diagonal de un cuadrado de 8 cm de lado.

c) El área de un rectángulo de 12,6 cm de largo y 4,08 cm de ancho.

3 Busca en libros o en Internet las siguientes cantidades o medidas y exprésalas en notación científica:

a) La cantidad de partículas elementales del universo.

b) El diámetro medio de un glóbulo rojo.

c) Los metros a los que equivale un ángstrom.

4 Realiza las siguientes operaciones y reduce el resultado todo lo que sea posible:

a) $81^{-\frac{5}{2}} : 81^{\frac{3}{2}}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ c) $\left(\frac{4}{25}\right)^{2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-1}$

5 Describe y representa los siguientes intervalos: $(-2, 4)$; $[-5, \infty)$; $(7, 10]$.

11 TRABAJO POR COMPETENCIAS 4º ESO Nº RACIONALES E IRRACIONALES

① $6 \Rightarrow 2^1 \cdot (2^2-1) = 2\cdot(4-1) = 2\cdot 3 = 6$

$28 \Rightarrow 2^2\cdot(2^3-1) = 4\cdot(8-1) = 4\cdot 7 = 28$

$496 \Rightarrow 2^4(2^5-1) = 16\ (32-1) = 16\cdot 31 = 496$

$8198 \Rightarrow 2^6(2^7-1) = 64\cdot(128-1) = 64\cdot 127 = 8128$

b) $2^{n-1}\cdot(2^n-1)$ si 2^n-1 es primo

$6 \Rightarrow 2^{2-1}\cdot(2^2-1) \Rightarrow 2^2-1 = 4-1 = 3 \Rightarrow$ 3 es primo

$28 \Rightarrow 2^{3-1}\ (2^3-1) \Rightarrow 2^3-1 = 8-1 = 7 \Rightarrow$ 7 es primo

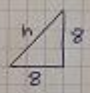
$496 \Rightarrow 2^{5-1}\cdot(2^5-1) \Rightarrow 2^5-1 = 32-1 = 31 \Rightarrow$ 31 es primo

$8128 \Rightarrow 2^{7-1}\cdot(2^7-1) \Rightarrow 2^7-1 = 128-1 = 127 \Rightarrow$ 127 es primo

② a) $\pi\cdot r^2$

$\pi\cdot 6^2 = \pi\cdot 36 \Rightarrow$ irracional

b)

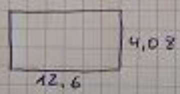


$h^2 = c^2 + c^2$

$h^2 = 8^2 + 8^2 = 64+64$

$h = \sqrt{128} \Rightarrow$ irracional

c)



$A = 12,6\cdot 4,08 = 51,408\ cm^2$

$\hookrightarrow$ Racional

③ a) 10^{11} galaxias

10^{22} masas solares

$1,2\cdot 10^{79}$ nucleones

b) $7,5\ \mu m = 7,5\cdot 10^{-3}\ mm$

c) $1\ \mathring{A} = 1\cdot 10^{-10}\ m$

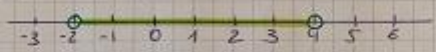
④ a) $81^{-\frac{5}{2}} : 81^{\frac{3}{2}} = 81^{-\frac{8}{2}} = 81^{-4} = (3^4)^{-4} = 3^{-16}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$

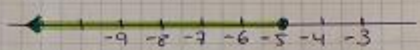
c) $\left(\frac{4}{25}\right)^{2}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{25}\right)^{2}\cdot\frac{2}{5} = \left(\frac{2^2}{5^2}\right)^{2}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2^4}{5^4}\cdot\frac{2}{5} =$

$= \frac{2^5}{5^5}$

⑤ $(-2, 4)$ intervalo abierto.



$[-5, \infty)$ intervalo semicerrado



$(7, 10]$ intervalo semiabierto