**58. Página 175**

a) $y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \le 1 \\ \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases} \rightarrow y' = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 1 \\ \dfrac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ $\qquad y'(x) = 0 \rightarrow x = 0$

$y'(-1) = -2 < 0 \qquad y'\left(\frac{1}{2}\right) = 1 > 0$

$y(1^-) = y(1^+) = y(1) = 0$ → La función es continua en $x = 1$.

$y'(1^-) = 2 \neq y'(1^+) = 1$ → La función no es derivable en $x = 1$.

$y'(2) = \frac{1}{2} > 0$

La función es creciente en $(0, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, 0)$. Tiene el mínimo relativo en $x = 0$.

b) $y = |x^2 - 4| - 3 \rightarrow y = \begin{cases} x^2 - 7 & \text{si } x \in (-\infty, \sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty) \\ -x^2 + 1 & \text{si } x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \end{cases}$

$y' = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in (-\infty, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \\ -2x & \text{si } x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \end{cases}$ $\qquad y' = 0 \rightarrow x = 0$

$y'(-2) = -4 < 0 \qquad y'(2) = 4 > 0 \qquad y'(-1) = 2 > 0 \qquad y'(1) = -2 < 0$

La función es creciente en $(-\sqrt{2}, 0) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (0, \sqrt{2})$. Tiene máximo relativo en $x = 0$ y mínimos relativos en $x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$.

**59. Página 175**

a) $f(x) = x^2(x+1) \qquad \text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 + 2x = x(3x+2) \qquad f'(x) = 0 \rightarrow x(3x+2) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{2}{3}$

$f'(-1) = 1 > 0 \qquad f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} < 0 \qquad f'(1) = 5 > 0$

La función es creciente en $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (0, +\infty)$ y decreciente en $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$.

Tiene máximo relativo en $x = -\frac{2}{3}$ y mínimo relativo en $x = 0$.

b) $g(x) = 3x^3 - 7x + 2 \qquad \text{Dom } g(x) = \mathbb{R}$

$g'(x) = 9x^2 - 7 \qquad g'(x) = 0 \rightarrow 9x^2 = 7 \rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

$g'(-1) = 2 > 0 \qquad g'(0) = -7 < 0 \qquad g'(1) = 2 > 0$

La función es creciente en $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{7}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{7}}{3}, +\infty\right)$ y decreciente en $\left(-\frac{\sqrt{7}}{3}, \frac{\sqrt{7}}{3}\right)$.

Tiene máximo relativo en $x = -\frac{\sqrt{7}}{3}$ y mínimo relativo en $x = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

c) $h(x) = -x^4 + 3x^2 - 2x \qquad \text{Dom } h(x) = \mathbb{R}$

$h'(x) = -4x^3 + 6x - 2 \qquad h'(x) = 0 \rightarrow (x-1)(-4x^2 - 4x + 2) = 0 \rightarrow x = 1, x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$h'(-2) = 18 > 0 \qquad h'(0) = -2 < 0 \qquad h'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} > 0 \qquad h'(2) = -22 < 0$

La función es creciente en $\left(-\infty, \frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ y decreciente en $\left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right) \cup (1, +\infty)$.

Tiene máximos relativos en $x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ y $x = 1$ y mínimo relativo en $x = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$.

**61. Página 175**

a) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$ Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{1\}$

$f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ $f'(x)=0 \rightarrow x=0,\ x=2$

En $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ se tiene $f'(x)>0 \rightarrow f(x)$ es creciente.

En $(0,1)\cup(1,2)$ se tiene $f'(x)<0 \rightarrow f(x)$ es decreciente.

Así, $f(x)$ tiene un máximo relativo en $x=0$ y un mínimo relativo en $x=2$.

b) $g(x)=\dfrac{40-5x}{10-x}$ Dom $g(x)=\mathbb{R}-\{10\}$

$g'(x)=\dfrac{-10}{(10-x)^2}<0\ \forall x\in\mathbb{R}-\{10\} \rightarrow$ Por tanto, $g(x)$ es decreciente en todo su dominio.

d) $i(x)=\dfrac{x}{x^2+2}$ Dom $i(x)=\mathbb{R}$

$i'(x)=\dfrac{-x^2+2}{(x^2+2)^2}$ $i'(x)=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

En $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$ se tiene $i'(x)<0 \rightarrow i(x)$ es decreciente.

En $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ se tiene $i'(x)>0 \rightarrow i(x)$ es creciente.

Así, $i(x)$ tiene un máximo relativo en $x=\sqrt{2}$ y un mínimo relativo en $x=-\sqrt{2}$.

**62. Página 175**

b) $y=\ln(x-2)$

El dominio de $y(x)$ es el intervalo $(2,+\infty)$.

$y'=\dfrac{1}{x-2} \rightarrow y'>0$ en todo el dominio de $y$.

Por tanto, no tiene máximos ni mínimos relativos y es creciente para $x>0$.

c) $y=\dfrac{2}{x}+\ln x$

El dominio de $y(x)$ es el intervalo $(0,+\infty)$.

$y'=\dfrac{-2}{x^2}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{-2+x}{x^2} \rightarrow y'=0 \rightarrow x=2$ $y'(1)=-1<0$ $y'(4)=\dfrac{1}{8}>0$

La función es decreciente en (0, 2) y creciente en $(2,+\infty)$. Tiene un mínimo relativo en $x=2$.

d) $y=\dfrac{\ln x}{x}$

El dominio de $y(x)$ es el intervalo $(0,+\infty)$.

$y'=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$y'=0 \rightarrow 1-\ln x=0 \rightarrow x=e$

$y'(1)=1>0$ $y'(e^2)=\dfrac{1-2}{e^2}<0$

Por tanto, hay un máximo relativo en $x=e$, es creciente en $(0,e)$ y decreciente en $(e,+\infty)$.

e) $y=\dfrac{\ln x}{x^2} \rightarrow$ El dominio de $y(x)$ es el intervalo $(0,+\infty)$.

$y'=\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$ $y'=0 \rightarrow 1-2\ln x=0 \rightarrow \ln x=\dfrac{1}{2} \rightarrow x=\sqrt{e}$

$y'(1)=1>0 \rightarrow y$ es creciente a la izquierda de $x=\sqrt{e}$.

$y'(2)=\dfrac{1-2\ln 2}{8}<0$

Por tanto, $y$ es decreciente a la derecha de $x=\sqrt{e} \rightarrow$ Es creciente en $(0,\sqrt{e})$ y decreciente en $(\sqrt{e},+\infty)$.

Hay un máximo relativo en $x=\sqrt{e}$.