SABER HACER

Ecuaciones de segundo grado

Determinar un coeficiente para que una ecuación de 2.º grado tenga un número de soluciones

Determina el valor de k para que la ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$ no tenga solución.

PRIMERO. Se establece la condición que deba cumplir el discriminante para que la ecuación tenga el número de soluciones que se pide.

Para que la ecuación no tenga solución su discriminante tiene que ser menor que cero.

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \xrightarrow{a=1,\, b=k,\, c=9} k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0 \to k^2 - 36 < 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la inecuación resultante.

$$k^2 - 36 < 0 \to k^2 - 36 = 0 \to k = \pm\sqrt{36} \to \begin{cases} k_1 = 6 \\ k_2 = -6 \end{cases}$$

$\to$ Solución es el intervalo $(-6, 6)$.

El coeficiente k puede tomar cualquier valor del intervalo $(-6, 6)$.

PRACTICA

32. Determina el valor de k en cada uno de los siguientes casos.

a) $3x^2 - 6x + k = 0$ tenga 2 soluciones.

b) $3x^2 - 6x + k = 0$ tenga 1 solución.

c) $3x^2 - 6x + k = 0$ no tenga solución.

d) $x^2 + kx + 25 = 0$ tenga 2 soluciones.

e) $x^2 + kx + 25 = 0$ tenga 1 solución.

f) $x^2 + kx + 25 = 0$ no tenga solución.

Ecuaciones bicuadradas

Resolver ecuaciones del tipo $ax^{2n} + bx^n + c = 0$

Resuelve la ecuación $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$.

PRIMERO. Se toma la variable x de mayor grado, x^{2n}, y se hace el cambio $z = x^n$.

$$x^{2n} = x^6 \xrightarrow{2n=6} n = 3$$

Se realiza el cambio $z = x^3$.

$$x^6 - 28x^3 + 27 = 0 \xrightarrow{z = x^3} z^2 - 28z + 27 = 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación de segundo grado que resulta tras realizar el cambio de variable.

$$z^2 - 28z + 27 = 0 \to z = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 27}}{2} = \frac{28 \pm \sqrt{784 - 108}}{2} = \frac{28 \pm 26}{2} \to \begin{cases} z_1 = \dfrac{28 + 26}{2} = 27 \\ z_2 = \dfrac{28 - 26}{2} = 1 \end{cases}$$

TERCERO. Se calculan las soluciones para la variable x deshaciendo el cambio.

$$z_1 = 27 \to x^3 = 27 \to x_1 = \sqrt[3]{27} = 3 \qquad z_2 = 1 \to x^3 = 1 \to x_2 = \sqrt[3]{1} = 1$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$ y $x_2 = 1$.

PRACTICA

33. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

c) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

d) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$

e) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$

f) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

Ecuaciones de segundo grado

Determinar un coeficiente para que una ecuación de 2.º grado tenga un número de soluciones

Determina el valor de k para que la ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$ no tenga solución.

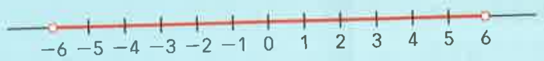
PRIMERO. Se establece la condición que deba cumplir el discriminante para que la ecuación tenga el número de soluciones que se pide.

Para que la ecuación no tenga solución su discriminante tiene que ser menor que cero.

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \xrightarrow{a=1,\, b=k,\, c=9} k^2 - 4\cdot 1\cdot 9 < 0 \rightarrow k^2 - 36 < 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la inecuación resultante.

$$k^2 - 36 < 0 \rightarrow k^2 - 36 = 0 \rightarrow k = \pm\sqrt{36} \rightarrow \begin{cases} k_1 = 6 \\ k_2 = -6 \end{cases}$$



$\rightarrow$ Solución es el intervalo $(-6, 6)$.

El coeficiente k puede tomar cualquier valor del intervalo $(-6, 6)$.

PRACTICA

32. Determina el valor de k en cada uno de los siguientes casos.

a) $3x^2 - 6x + k = 0$ tenga 2 soluciones.
b) $3x^2 - 6x + k = 0$ tenga 1 solución.
c) $3x^2 - 6x + k = 0$ no tenga solución.
d) $x^2 + kx + 25 = 0$ tenga 2 soluciones.
e) $x^2 + kx + 25 = 0$ tenga 1 solución.
f) $x^2 + kx + 25 = 0$ no tenga solución.

Ecuaciones bicuadradas

Resolver ecuaciones del tipo $ax^{2n} + bx^n + c = 0$

Resuelve la ecuación $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$.

PRIMERO. Se toma la variable x de mayor grado, x^{2n}, y se hace el cambio $z = x^n$.

$$x^{2n} = x^6 \xrightarrow{2n=6} n = 3$$

Se realiza el cambio $z = x^3$.

$$x^6 - 28x^3 + 27 = 0 \xrightarrow{z=x^3} z^2 - 28z + 27 = 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación de segundo grado que resulta tras realizar el cambio de variable.

$$z^2 - 28z + 27 = 0 \rightarrow z = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4\cdot 27}}{2} = \frac{28 \pm \sqrt{784 - 108}}{2} = \frac{28 \pm 26}{2} \rightarrow \begin{cases} z_1 = \dfrac{28+26}{2} = 27 \\ z_2 = \dfrac{28-26}{2} = 1 \end{cases}$$

TERCERO. Se calculan las soluciones para la variable x deshaciendo el cambio.

$$z_1 = 27 \rightarrow x^3 = 27 \rightarrow x_1 = \sqrt[3]{27} = 3 \qquad z_2 = 1 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x_2 = \sqrt[3]{1} = 1$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$ y $x_2 = 1$.

PRACTICA

33. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$
b) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$
c) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$
d) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$
e) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$
f) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

Ecuaciones con fracciones algebraicas

Resolver ecuaciones del tipo $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = R(x)$

Resuelve la ecuación con fracciones algebraicas $\dfrac{-3x^3 + x^2 + 73x - 3}{x^2 - 25} = -3x$.

PRIMERO. Se multiplica la ecuación por el polinomio que está en el denominador.

$$\frac{-3x^3 + x^2 + 73x - 3}{x^2 - 25} = -3x \rightarrow -3x^3 + x^2 + 73x - 3 = -3x(x^2 - 25)$$
$$\rightarrow -3x^3 + x^2 + 73x - 3 = -3x^3 + 75x \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{2+4}{2} = 3 \\ x_2 = \dfrac{2-4}{2} = -1 \end{cases}$$

TERCERO. Se comprueban las soluciones por si alguna anula el denominador.

$$\frac{-3x^3 + x^2 + 73x - 3}{x^2 - 25} = -3x \xrightarrow{x=3} \frac{-3\cdot 3^3 + 3^2 + 73\cdot 3 - 3}{3^2 - 25} = -3\cdot 3 \rightarrow \frac{144}{-16} = -9$$

$$\frac{-3x^3 + x^2 + 73x - 3}{x^2 - 25} = -3x \xrightarrow{x=-1} \frac{-3\cdot(-1)^3 + (-1)^2 + 73\cdot(-1) - 3}{(-1)^2 - 25} = -3\cdot(-1) \rightarrow \frac{-72}{-24} = 3$$

PRACTICA

34. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\dfrac{2x^3 - x^2 - 2x + 25}{x^2 - 1} = 2x$
b) $\dfrac{x^3 + x^2 + 7x + 2}{x^2 + 2x + 4} = x - 2$
c) $\dfrac{x^3 + 5x^2 - 5x - 21}{x^2 + x - 6} = x + 3$

Ecuaciones con fracciones algebraicas

Resolver ecuaciones del tipo $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{R(x)}{S(x)}$

Resuelve la ecuación con fracciones algebraicas $\dfrac{x}{x-2} = \dfrac{x+4}{x-1}$.

PRIMERO. Se eliminan los denominadores multiplicando el numerador de una fracción por el denominador de la otra, y viceversa.

$$\frac{x}{x-2} = \frac{x+4}{x-1} \rightarrow x(x-1) = (x+4)(x-2)$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2 - x = x^2 - 2x + 4x - 8 \rightarrow -3x = -8$$
$$\rightarrow x = \frac{8}{3}$$

TERCERO. Se comprueba la solución por si anula algún denominador.

$$\frac{x}{x-2} = \frac{x+4}{x-1} \xrightarrow{x=\frac{8}{3}} \frac{\frac{8}{3}}{\frac{8}{3} - 2} = \frac{\frac{8}{3} + 4}{\frac{8}{3} - 1} \rightarrow \frac{8}{2} = \frac{20}{5}$$

PRACTICA

35. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\dfrac{x^2 - x}{3x + 1} = \dfrac{-x}{2x - 1}$
b) $\dfrac{x}{x+6} = \dfrac{x-5}{x-3}$
c) $\dfrac{x-1}{x-3} = \dfrac{x-2}{x-4}$
d) $\dfrac{x-3}{x-1} = \dfrac{x-4}{x-2}$

SABER HACER

Ecuaciones con radicales

Resolver ecuaciones del tipo $\sqrt{P(x)} = Q(x)$

Halla las soluciones de esta ecuación con radicales $\sqrt{2-x} = x$.

PRIMERO. Se elevan ambos miembros al cuadrado y se simplifica, si es posible.

$$\sqrt{2-x} = x \rightarrow \left(\sqrt{2-x}\right)^2 = x^2 \rightarrow 2 - x = x^2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ x_2 = \dfrac{-1-3}{2} = -2 \end{cases}$$

TERCERO. Se comprueban las soluciones.

$$\sqrt{2-x} = x \xrightarrow{x=1} \sqrt{2-1} = 1 \rightarrow 1 = 1$$

$$\sqrt{2-x} = x \xrightarrow{x=-2} \sqrt{2+2} = -2$$

La solución $x = -2$ no es válida porque se considera solo la raíz positiva.

La solución $x = 1$ sí es válida.

PRACTICA

36. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\sqrt{x^2 - 3} = 1$

b) $x = \sqrt{x+6}$

c) $\dfrac{x}{2} = \sqrt{\dfrac{x}{2} + 6}$

d) $\sqrt{3x + 19} = x + 3$

Ecuaciones con radicales

Resolver ecuaciones del tipo $\sqrt{P(x)} + \sqrt{Q(x)} = R(x)$

Resuelve la ecuación $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1$.

PRIMERO. Se deja un radical en cada miembro y después se elevan ambos miembros al cuadrado.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1 \rightarrow \sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{x-1}$$

$$\left(\sqrt{x+4}\right)^2 = \left(1 + \sqrt{x-1}\right)^2 \rightarrow x + 4 = 1 + 2\sqrt{x-1} + x - 1$$

SEGUNDO. Se aísla el radical en un miembro y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$x + 4 = 1 + 2\sqrt{x-1} + x - 1 \rightarrow 2 = \sqrt{x-1}$$

$$2^2 = \left(\sqrt{x-1}\right)^2 \rightarrow 4 = x - 1$$

TERCERO. Se resuelve la ecuación resultante y se comprueba la solución.

$$4 = x - 1 \rightarrow x = 5$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1 \xrightarrow{x=5} \sqrt{5+4} - \sqrt{5-1} = 1 \rightarrow 3 - 2 = 1$$

La solución $x = 5$ es válida.

PRACTICA

37. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\sqrt{2x+8} - \sqrt{x} = 2$

b) $\sqrt{x^2 - 5} + \sqrt{x - 2} = 3$

c) $\sqrt{2x} + \sqrt{4x - 7} = x + 1$

d) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x^2 + 3x + 9} = 2x + 1$

Ecuaciones de grado superior

Resolver ecuaciones mediante factorización

Resuelve la ecuación $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 3x = 0$.

PRIMERO. Se expresa la ecuación mediante un producto de factores utilizando la regla de Ruffini, el factor común y las igualdades notables.

Se extrae factor común x.

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 3x = x(x^3 - 5x^2 + 7x - 3) = 0$$

Se factoriza con la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 7 & -3 \\ 1 & & 1 & -4 & 3 \\ \hline & 1 & -4 & 3 & \boxed{0} \\ 1 & & 1 & -3 & \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} & \end{array} \longrightarrow (x-1)^2(x-3)$$

SEGUNDO. Se iguala a cero cada uno de los factores y se calculan sus soluciones.

$$x = 0 \rightarrow x_1 = 0$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1$$

$$x - 3 = 0 \rightarrow x_3 = 3$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ y $x_3 = 3$.

PRACTICA

38. Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

b) $3x^5 - 13x^4 + 16x^3 - 4x^2 = 0$

c) $4x^5 - 12x^4 + 9x^3 - 2x^2 = 0$

d) $x^4 - 1 = 0$

SABER HACER

Ecuaciones con radicales

Resolver ecuaciones del tipo $\sqrt{P(x)} = Q(x)$

Halla las soluciones de esta ecuación con radicales $\sqrt{2-x} = x$.

PRIMERO. Se elevan ambos miembros al cuadrado y se simplifica, si es posible.

$$\sqrt{2-x} = x \rightarrow \left(\sqrt{2-x}\right)^2 = x^2 \rightarrow 2 - x = x^2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+3}{2} = 1 \\ x_2 = \dfrac{-1-3}{2} = -2 \end{cases}$$

TERCERO. Se comprueban las soluciones.

$$\sqrt{2-x} = x \xrightarrow{x=1} \sqrt{2-1} = 1 \rightarrow 1 = 1$$

$$\sqrt{2-x} = x \xrightarrow{x=-2} \sqrt{2+2} = -2$$

La solución $x = -2$ no es válida porque se considera solo la raíz positiva.

La solución $x = 1$ sí es válida.

PRACTICA

36. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\sqrt{x^2-3} = 1$

b) $x = \sqrt{x+6}$

c) $\dfrac{x}{2} = \sqrt{\dfrac{x}{2} + 6}$

d) $\sqrt{3x+19} = x + 3$

Ecuaciones con radicales

Resolver ecuaciones del tipo $\sqrt{P(x)} + \sqrt{Q(x)} = R(x)$

Resuelve la ecuación $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1$.

PRIMERO. Se deja un radical en cada miembro y después se elevan ambos miembros al cuadrado.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1 \rightarrow \sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{x-1}$$

$$\left(\sqrt{x+4}\right)^2 = \left(1+\sqrt{x-1}\right)^2 \rightarrow x + 4 = 1 + 2\sqrt{x-1} + x - 1$$

SEGUNDO. Se aísla el radical en un miembro y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$x + 4 = 1 + 2\sqrt{x-1} + x - 1 \rightarrow 2 = \sqrt{x-1}$$

$$2^2 = \left(\sqrt{x-1}\right)^2 \rightarrow 4 = x - 1$$

TERCERO. Se resuelve la ecuación resultante y se comprueba la solución.

$$4 = x - 1 \rightarrow x = 5$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 1 \xrightarrow{x=5} \sqrt{5+4} - \sqrt{5-1} = 1 \rightarrow 3 - 2 = 1$$

La solución $x = 5$ es válida.

PRACTICA

37. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\sqrt{2x+8} - \sqrt{x} = 2$

b) $\sqrt{x^2-5} + \sqrt{x-2} = 3$

c) $\sqrt{2x} + \sqrt{4x-7} = x + 1$

d) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x^2+3x+9} = 2x + 1$

Ecuaciones de grado superior

Resolver ecuaciones mediante factorización

Resuelve la ecuación $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 3x = 0$.

PRIMERO. Se expresa la ecuación mediante un producto de factores utilizando la regla de Ruffini, el factor común y las igualdades notables.

Se extrae factor común x.

$$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 3x = x(x^3 - 5x^2 + 7x - 3) = 0$$

Se factoriza con la regla de Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 7 & -3 \\ 1 & & 1 & -4 & 3 \\ \hline & 1 & -4 & 3 & \boxed{0} \\ 1 & & 1 & -3 & \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} & \end{array} \longrightarrow (x-1)^2(x-3)$$

SEGUNDO. Se iguala a cero cada uno de los factores y se calculan sus soluciones.

$$x = 0 \rightarrow x_1 = 0$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1$$

$$x - 3 = 0 \rightarrow x_3 = 3$$

Las soluciones de la ecuación son $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ y $x_3 = 3$.

PRACTICA

38. Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

b) $3x^5 - 13x^4 + 16x^3 - 4x^2 = 0$

c) $4x^5 - 12x^4 + 9x^3 - 2x^2 = 0$

d) $x^4 - 1 = 0$

Ecuaciones logarítmicas

Resolver expresiones del tipo $\log_a x = c$ o $\log_x b = c$

Calcula el valor de x en los logaritmos que aparecen a continuación.

a) $\log_3 x = 2$

b) $\log (x-3) = 3$

c) $\log_x 243 = 5$

d) $\log_x 0{,}125 = -3$

PRIMERO. Se aplica la definición de logaritmo para que desaparezca el logaritmo de la ecuación.

$$\log_a b = c \rightarrow a^c = b$$

a) $\log_3 x = 2 \rightarrow 3^2 = x$

b) $\log (x-3) = 3 \rightarrow 10^3 = x - 3$

c) $\log_x 243 = 5 \rightarrow x^5 = 243$

d) $\log_x 0{,}125 = -3 \rightarrow x^{-3} = 0{,}125$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante tras aplicar la definición.

a) $x = 3^2 = 9$

b) $x - 3 = 10^3 \rightarrow x - 3 = 1000 \rightarrow x = 1000 + 3 = 1003$

c) $x^5 = 243 \rightarrow x = \sqrt[5]{243} = 3$

d) $x^{-3} = 0{,}125 \rightarrow \dfrac{1}{x^3} = 0{,}125 \rightarrow x^3 = \dfrac{1}{0{,}125} = 8$
$\rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$

TERCERO. Se comprueba que el resultado obtenido es válido para la ecuación.

a) $\log_3 x = 2 \xrightarrow{x=9} \log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

El resultado es correcto.

b) $\log (x-3) = 3 \xrightarrow{x=1003} \log (1003 - 3) = \log 1000 = \log 10^3 = 3$

El resultado es correcto.

c) $\log_x 243 = 5 \xrightarrow{x=3} \log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$

El resultado es correcto.

d) $\log_x 0{,}125 = -3 \xrightarrow{x=2} \log_2 0{,}125 = \log_2 \dfrac{1}{8} = \log_2 \dfrac{1}{2^3} = \log_2 2^{-3} = -3$

El resultado es correcto.

PRACTICA

39. Calcula el valor de x en los logaritmos que aparecen a continuación.

a) $\log_5 x = 4$

b) $\log (x-1) = 2$

c) $\log_3 (7x-1) = 3$

d) $\log (x^2 + 36) = 2$

40. Calcula el valor de x en las expresiones que aparecen a continuación.

a) $\log_x 32 = 5$

b) $\log_x 0{,}1 = -1$

c) $\log_{x^2} 64 = 3$

d) $\log_{(x-2)} 27 = 3$

Inecuaciones

Resolver inecuaciones que contienen fracciones algebraicas

Resuelve la inecuación $\dfrac{x^2-3x+2}{x+1} < x$.

PRIMERO. Se opera hasta obtener una fracción algebraica en un miembro y cero en el otro.

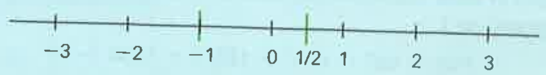
$$\frac{x^2-3x+2}{x+1} - x < 0 \rightarrow \frac{-4x+2}{x+1} < 0$$

SEGUNDO. Se resuelven las ecuaciones que se forman cuando se igualan a cero numerador y denominador.

$$-4x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

TERCERO. Las soluciones obtenidas dividen la recta real en intervalos. Se considera un punto de cada intervalo.



El punto $x = -2$ pertenece al intervalo $(-\infty, -1)$.

El punto $x = 0$ pertenece al intervalo $\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$.

El punto $x = 1$ pertenece al intervalo $\left(\dfrac{1}{2}, +\infty\right)$.

CUARTO. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación, porque si un punto del intervalo es solución, entonces lo es todo el intervalo.

$$\text{Si } x = -2 \rightarrow \frac{(-2)^2 - 3(-2) + 2}{-2+1} < -2 \rightarrow -12 < -2$$

$$\text{Si } x = 0 \longrightarrow \frac{0^2 - 3 \cdot 0 + 2}{0+1} \not< 0 \rightarrow 2 \not< 0$$

$$\text{Si } x = 1 \longrightarrow \frac{1^2 - 3 \cdot 1 + 2}{1+1} < 1 \rightarrow 0 < 1$$

QUINTO. Se comprueba si los extremos de los intervalos son solución de la ecuación.

$x = -1 \rightarrow$ La fracción algebraica no existe.

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{2}\right) + 2}{\frac{1}{2} + 1} \not< \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \not< \frac{1}{2}$$

Por tanto, la solución es $(-\infty, -1) \cup \left(\dfrac{1}{2}, +\infty\right)$.

PRACTICA

41. Resuelve la inecuación $\dfrac{x^2-2x+4}{x-4} \geq x$.

ACTIVIDADES

Polinomios

42. Escribe en cada caso un polinomio como se indica y halla su valor para $x = 3$ y $x = -1$.

a) De grado 4 y sin término independiente.

b) De grado 3 y sin términos de grado 2 ni 1.

c) De grado 2 y la suma de sus coeficientes sea 10.

d) Que sea un binomio de grado 3 con término independiente.

43. Efectúa las siguientes operaciones de polinomios.

a) $(3x^2 - 2x + 5) + (x^3 - 5x^2 + 2x - 1) - (x^4 + 1)$

b) $\left(-2x^3 + \frac{5}{2}x - 1\right) \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right)$

c) $(5 + 3x^2)\left[\left(9 - \frac{x^3}{3}\right) - \left(x^4 + \frac{1}{5}x^2 + 5\right)\right]$

d) $(3x - 2) \cdot (2x - 3) - \left[\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\left(x - \frac{x^2}{2}\right)\right]$

44. Halla el valor numérico del polinomio para los siguientes valores de x.

$$P(x) = 6x^4 - 61x^3 + 185x^2 - 158x + 40$$

a) $x = -5$ c) $x = 4$ e) $x = -\frac{1}{2}$ g) $x = -\frac{2}{3}$

b) $x = 5$ d) $x = -4$ f) $x = \frac{1}{2}$ h) $x = \frac{2}{3}$

45. Realiza las siguientes divisiones de polinomios y di cuál es el polinomio cociente y el resto en cada caso.

a) $(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1) : (x^2 - 3)$

b) $(5x^2 - 3x + 2) : (2x - 3)$

c) $(3x^6 + 5x^3 - x + 3) : (x^3 - 2x + 1)$

d) $(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1) : (x^3 - x + 1)$

46. Divide los siguientes polinomios utilizando la regla de Ruffini.

a) $(2x^5 + 3x^4 + 7x^3 - 11x^2 - 1) : (x - 1)$

b) $(4x^2 - x + 1) : (x + 1)$

c) $(3x^6 + 5x^3 - x + 3) : (x + 3)$

d) $(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1) : (x - 2)$

47. Comprueba si los valores $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$ son raíces de estos polinomios.

a) $x^5 - x^4 - 3x^3 + x^2 + 2x$

b) $x^5 + 4x^4 - 6x^3 - 6x^2 - 7x - 10$

c) $x^5 - 1$

d) $x^5 - x^4 - \frac{13}{4}x^3 + \frac{13}{4}x^2 - 3x + 3$

48. Señala cuáles de los siguientes polinomios tienen entre sus raíces los valores $x = -2$ y $x = 1$.

a) $4x^3 + 3x^2 - 9x + 2$

b) $x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 27x^2 - 18x$

c) $x^5 - 2x^4 - 22x^3 + 8x^2 + 117x + 90$

d) $x^5 - 6x^4 - 6x^3 + 64x^2 - 27x - 90$

Factorización y fracciones algebraicas

49. Comprueba si $M(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 4$ es divisible entre $x - 2$ y, en caso afirmativo, encuentra un polinomio $N(x)$ que permita escribir $M(x)$ de la forma $M(x) = (x - 2) \cdot N(x)$.

50. Determina las raíces de los siguientes polinomios.

a) $(x - 3)(x + 5)(x - 2)$

b) $x(x - 2)^2(2x + 1)$

c) $(2x - 1)(3x + 2)(x + 3)^2$

d) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

e) $x^3 + 8x^2 + 17x + 10$

f) $3x^3 + 7x^2 - 22x - 8$

g) $2x^4 - 11x^3 + 21x^2 - 16x + 4$

h) $x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 32x + 64$

51. Halla las raíces de estos polinomios.

a) $(x + 2)(x - 5)(x - 1)$

b) $x^2(x + 2)(3x - 1)$

c) $(x^2 - 4)(x^2 - 9)$

d) $6x^4 + 13x^3 - 18x^2 - 7x + 6$

52. Escribe un polinomio de segundo grado, $Q(x)$, que tenga las raíces 1 y 3, y tal que $Q(0) = 6$.

53. Obtén el valor de m para que el polinomio $P(x) = mx^3 - 6x^2 - 4x + 8$ tenga 2 por raíz.

54. Halla q para que el polinomio $x^3 - 2x^2 + qx + 5$ sea divisible entre el polinomio $x + 1$.

55. ¿Qué valor debe tomar a para que el resto de dividir $x^3 + ax^2 - 3x - a$ entre $x - 4$ sea 67?

56. Halla a y b para que el polinomio $x^3 + ax^2 + bx - 6$ sea divisible entre $x - 2$ y entre $x + 3$.

57. Escribe dos polinomios de segundo grado cuyas raíces sean 2 y -3.

58. Escribe un polinomio de tercer grado cuya única raíz sea -1

59. Encuentra un polinomio $P(x)$ de segundo grado cuyas raíces sean 1 y -2, y tal que $P(3) = 30$.

60. Escribe un polinomio $Q(x)$ de tercer grado cuyas raíces sean 1, -1 y -2, y tal que $Q(0) = -6$.

61. Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones algebraicas.

a) $\frac{y^2}{x} + \frac{x^3}{y^2} - \frac{3}{x^2}$

b) $\frac{5}{x} + \frac{3x - 2}{x + 1}$

c) $\frac{3x^2}{x^2 - 4} + \frac{2}{x - 2} + \frac{5x}{x + 2}$

d) $\frac{1 - x}{x + 1} + \frac{x + 1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$

62. Realiza las operaciones y simplifica el resultado.

a) $\frac{3x - 1}{4x + 12} - \frac{x + 2}{4x - 12}$

b) $\frac{2 - x}{x^2 - 3x} - \frac{1}{4x - 12} + \frac{5}{6x - 18}$

c) $\frac{4}{a + b} - \frac{5}{a - \ldots}$

d) $\frac{4 - x^2}{x + 2} + \frac{9 - \ldots}{x + \ldots}$

ACTIVIDADES

Polinomios

42. Escribe en cada caso un polinomio como se indica y halla su valor para $x = 3$ y $x = -1$.
a) De grado 4 y sin término independiente.
b) De grado 3 y sin términos de grado 2 ni 1.
c) De grado 2 y la suma de sus coeficientes sea 10.
d) Que sea un binomio de grado 3 con término independiente.

43. Efectúa las siguientes operaciones de polinomios.
a) $(3x^2 - 2x + 5) + (x^3 - 5x^2 + 2x - 1) - (x^4 + 1)$
b) $\left(-2x^3 + \frac{5}{2}x - 1\right) \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right)$
c) $(5 + 3x^2)\left[\left(9 - \frac{x^3}{3}\right) - \left(x^4 + \frac{1}{5}x^2 + 5\right)\right]$
d) $(3x - 2) \cdot (2x - 3) - \left[\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\left(x - \frac{x^2}{2}\right)\right]$

44. Halla el valor numérico del polinomio para los siguientes valores de x.
$$P(x) = 6x^4 - 61x^3 + 185x^2 - 158x + 40$$
a) $x = -5$ c) $x = 4$ e) $x = -\frac{1}{2}$ g) $x = -\frac{2}{3}$
b) $x = 5$ d) $x = -4$ f) $x = \frac{1}{2}$ h) $x = \frac{2}{3}$

45. Realiza las siguientes divisiones de polinomios y di cuál es el polinomio cociente y el resto en cada caso.
a) $(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1) : (x^2 - 3)$
b) $(5x^2 - 3x + 2) : (2x - 3)$
c) $(3x^6 + 5x^3 - x + 3) : (x^3 - 2x + 1)$
d) $(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1) : (x^3 - x + 1)$

46. Divide los siguientes polinomios utilizando la regla de Ruffini.
a) $(2x^5 + 3x^4 + 7x^3 - 11x^2 - 1) : (x - 1)$
b) $(4x^2 - x + 1) : (x + 1)$
c) $(3x^6 + 5x^3 - x + 3) : (x + 3)$
d) $(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1) : (x - 2)$

47. Comprueba si los valores $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$ son raíces de estos polinomios.
a) $x^5 - x^4 - 3x^3 + x^2 + 2x$
b) $x^5 + 4x^4 - 6x^3 - 6x^2 - 7x - 10$
c) $x^5 - 1$
d) $x^5 - x^4 - \frac{13}{4}x^3 + \frac{13}{4}x^2 - 3x + 3$

48. Señala cuáles de los siguientes polinomios tienen entre sus raíces los valores $x = -2$ y $x = 1$.
a) $4x^3 + 3x^2 - 9x + 2$
b) $x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 27x^2 - 18x$
c) $x^5 - 2x^4 - 22x^3 + 8x^2 + 117x + 90$
d) $x^5 - 6x^4 - 6x^3 + 64x^2 - 27x - 90$

Factorización y fracciones algebraicas

49. Comprueba si $M(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 4$ es divisible entre $x - 2$ y, en caso afirmativo, encuentra un polinomio $N(x)$ que permita escribir $M(x)$ de la forma $M(x) = (x - 2) \cdot N(x)$.

50. Determina las raíces de los siguientes polinomios.
a) $(x - 3)(x + 5)(x - 2)$
b) $x(x - 2)^2(2x + 1)$
c) $(2x - 1)(3x + 2)(x + 3)^2$
d) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$
e) $x^3 + 8x^2 + 17x + 10$
f) $3x^3 + 7x^2 - 22x - 8$
g) $2x^4 - 11x^3 + 21x^2 - 16x + 4$
h) $x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 32x + 64$

51. Halla las raíces de estos polinomios.
a) $(x + 2)(x - 5)(x - 1)$ c) $(x^2 - 4)(x^2 - 9)$
b) $x^2(x + 2)(3x - 1)$ d) $6x^4 + 13x^3 - 18x^2 - 7x + 6$

52. Escribe un polinomio de segundo grado, $Q(x)$, que tenga las raíces 1 y 3, y tal que $Q(0) = 6$.

53. Obtén el valor de m para que el polinomio $P(x) = mx^3 - 6x^2 - 4x + 8$ tenga 2 por raíz.

54. Halla q para que el polinomio $x^3 - 2x^2 + qx + 5$ sea divisible entre el polinomio $x + 1$.

55. ¿Qué valor debe tomar a para que el resto de dividir $x^3 + ax^2 - 3x - a$ entre $x - 4$ sea 67?

56. Halla a y b para que el polinomio $x^3 + ax^2 + bx - 6$ sea divisible entre $x - 2$ y entre $x + 3$.

57. Escribe dos polinomios de segundo grado cuyas raíces sean 2 y -3.

58. Escribe un polinomio de tercer grado cuya única raíz sea -1.

59. Encuentra un polinomio $P(x)$ de segundo grado cuyas raíces sean 1 y -2, y tal que $P(3) = 30$.

60. Escribe un polinomio $Q(x)$ de tercer grado cuyas raíces sean 1, -1 y -2, y tal que $Q(0) = -6$.

61. Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones algebraicas.
a) $\frac{y^2}{x} + \frac{x^3}{y^2} - \frac{3}{x^2}$ c) $\frac{3x^2}{x^2 - 4} + \frac{2}{x - 2} + \frac{5x}{x + 2}$
b) $\frac{5}{x} + \frac{3x - 2}{x + 1}$ d) $\frac{1 - x}{x + 1} + \frac{x + 1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$

62. Realiza las operaciones y simplifica el resultado.
a) $\frac{3x - 1}{4x + 12} - \frac{x + 2}{4x - 12}$ c) $\frac{4}{a + b} - \frac{5}{a - b}$
b) $\frac{2 - x}{x^2 - 3x} - \frac{1}{4x - 12} + \frac{5}{6x - 18}$ d) $\frac{4 - x^2}{x + 2} + \frac{9 - x^2}{x + 3}$

Ecuaciones

63. Comprueba si el número indicado en cada apartado es solución de la ecuación.
a) $2(x^2 - x - 2) + 6(3 - x) - 2(x - 3) - 8 = 0$
$x = -2$
b) $2(-x - 2)(1 - x) - 2(x + 1) = 0$
$x = \sqrt{3}$
c) $(2 + x)5x - (3x - 4) + 3(x - 1) - x^2 + 2(x + 4) = 0$
$x = -\frac{3}{2}$
d) $3x(x - 2) + 2(1 + 9x) + 11 = 0$
$x = \frac{1}{2}$

64. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado.
a) $3x^2 - 48 = 0$ e) $x^2 - 3x + 9 = 0$
b) $3x^2 - 48x = 0$ f) $-3x^2 + 18x - 3 = 0$
c) $3x^2 + 48 = 0$ g) $-3x^2 - 18x + 3 = 0$
d) $x^2 + 3x + 9 = 0$ h) $x^2 + x - 18 = 0$

65. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado con denominadores.
a) $\frac{3x^2 - 1}{2} + \frac{x^2 - x}{3} - x^2 = 0$
b) $\frac{x - 2}{2} + 1 = \frac{3x^2 - 2x + 3}{3} + \frac{19x}{6}$
c) $\frac{x(x + 1) - 10}{5} = \frac{x^2 + 2x}{2} - 2$
d) $x^2 + \frac{11x - 5}{6} = \frac{2x^2 - 1}{3} + x$

66. La suma de las soluciones de una ecuación de segundo grado es 4 y su producto es -21.
a) Escribe la ecuación correspondiente.
b) Determina dichas soluciones.

67. Indica el número de soluciones de cada una de las siguientes ecuaciones.
a) $3x^2 - 4x + 5 = 0$ c) $-x + x^2 - 3 = 0$
b) $12 - 2x^2 + 3x = 0$ d) $6x - x^2 + 9 = 0$

68. Resuelve la ecuación general de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ utilizando las igualdades notables. Relaciona el resultado obtenido con el número de soluciones que tiene la ecuación de segundo grado.

69. Halla el valor de k para que esta ecuación tenga por solución $x = 7$.
$$x^2 - 13x + k = 0$$
Para este valor de k, ¿cuál es la otra solución?

70. ¿Cuáles son los valores que deben tomar a y b para que la ecuación $ax^2 + bx - 30 = 0$ tenga las soluciones $x_1 = 5$ y $x_2 = -3$?

71. Di, sin resolverlas, cuál es la suma y el producto de las raíces de las siguientes ecuaciones, y luego calcúlalas para comprobarlo.
a) $x^2 + 5x - 14 = 0$ d) $9x^2 + 9x - 10 = 0$
b) $x^2 + x = 0$ e) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
c) $6x^2 + 13x - 5 = 0$ f) $10x^2 + 3x - 1 = 0$

72. Escribe ecuaciones de segundo grado cuyas soluciones sean las siguientes.
a) $x_1 = 2, x_2 = -5$ c) $x_1 = 0, x_2 = -2$
b) $x_1 = -4, x_2 = 4$ d) $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -\frac{2}{3}$

73. Resuelve las ecuaciones bicuadradas que aparecen a continuación.
a) $25x^4 - 101x^2 + 4 = 0$
b) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$
c) $3x^4 - 30x^2 + 27 = 0$

74. Encuentra las soluciones de las ecuaciones que aparecen a continuación.
a) $\frac{x^3 - x}{x^2 - 1} - \frac{1}{4x} = 0$
b) $9(1 - x^2)(1 + x^2) + 80x^2 = 0$
c) $1 - \frac{18}{x^2} + \frac{81}{x^4} = 0$

75. Resuelve las ecuaciones bicuadradas que aparecen a continuación.
a) $x^8 + 3x^4 - 4 = 0$ c) $x^{12} + 7x^6 + 12 = 0$
b) $x^6 - 19x^3 - 216 = 0$ d) $36x^{10} + x^5 - 6 = 0$

76. Busca las soluciones de las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas y comprueba, al menos, una de las soluciones.
a) $\frac{1 - x^2}{x} + \frac{3x + 1}{4} + \frac{1}{6} = 0$
b) $\frac{x^2 + 4}{x} + \frac{1 - 4x}{3} + \frac{8}{15} = 0$
c) $\frac{2 - x}{2x} = \frac{5}{6} - \frac{3x^2 - 2x}{3x}$

77. Resuelve las ecuaciones con fracciones algebraicas que aparecen a continuación.
a) $\frac{x^2 + 1}{x} - x = \frac{7x^2 - 7 - 6x}{6x^2 - 6}$
b) $\frac{x + 4}{4x + 7} = \frac{x - 3}{x^2 - x - 6}$
c) $\frac{x + 1}{2x - 1} - \frac{7}{4x^2 - 1} = \frac{x}{2x + 1}$
d) $\frac{4}{x^2 - 1} + 1 = \frac{x}{x + 1}$
e) $\frac{1}{x + 3} - \frac{1}{x - 3} = \frac{1}{x^2 - 9}$

ACTIVIDADES

78. Obtén las soluciones de las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\dfrac{2x(x^3-7x)}{2x^2-12}=6$

b) $3x^2(x^2-2)=\dfrac{x^2-2}{3}$

c) $8x+\dfrac{12}{x}=\dfrac{20}{x^3}$

d) $\dfrac{9x}{2x^2}=1-3x^2$

79. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\dfrac{4}{x+3}=\dfrac{1}{2x+1}$

b) $\dfrac{x+2}{2-x}+\dfrac{3x}{2x-1}=0$

c) $\dfrac{3}{x-3}-\dfrac{2}{3x+5}=0$

d) $\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{x-3}{x-2}$

80. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\dfrac{x-1}{x}=\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{1}{2x}$

b) $x^2-3x-4+\dfrac{12}{x}=0$

c) $\dfrac{x^2+x-6}{x}+3=0$

d) $\dfrac{2x}{3x-4}-\dfrac{x}{x-1}=0$

81. Halla el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $1+\dfrac{5}{1+x}+\dfrac{x}{1-x}=0$

b) $\dfrac{10x+1}{2(x+1)}-\dfrac{4x^2+3x-4}{2(x+1)^2}=3$

c) $\dfrac{2x-1}{x-4}+\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{2x+3}{x}=1$

d) $\dfrac{1}{x-1}+1=\dfrac{x^2}{x^2+3x-4}$

e) $\dfrac{x^2-5x+2}{2x-5}+\dfrac{x-2}{x+1}+\dfrac{2x-5}{x-1}=-1+\dfrac{-3x}{4}$

f) $\dfrac{x^2-4}{x^2+x+1}-\dfrac{x+1}{x-2}+2x+\dfrac{1}{7}=0$

g) $\dfrac{x}{x^2-1}+\dfrac{x}{x^3-1}+\dfrac{2x}{x^2+x+1}=0$

82. Completa las siguientes ecuaciones escribiendo un número en el segundo miembro, de manera que tengan la solución indicada.

a) $\sqrt{x+7}-2\sqrt{4x+1}=\square$

$x=2$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x+5}}=\square-\dfrac{1}{\sqrt{4x}}$

$x=4$

SABER HACER

Resolver ecuaciones del tipo $\sqrt{P(x)}=a$

▶ **Halla las soluciones de esta ecuación con radicales.**

$$\sqrt{x^2-3}=1$$

PRIMERO. Se elevan ambos miembros al cuadrado y se simplifica, si es posible.

$$\sqrt{x^2-3}=1\rightarrow\left(\sqrt{x^2-3}\right)^2=1^2\rightarrow$$
$$\rightarrow x^2-3=1\rightarrow x^2=4$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2=4\rightarrow\begin{cases}x_1=2\\x_2=-2\end{cases}$$

TERCERO. Se comprueba la solución, ya que al elevar al cuadrado pueden aparecer soluciones que no verifican la ecuación original.

$$\sqrt{x^2-3}=1\xrightarrow{x=2}\sqrt{2^2-3}=1\rightarrow 1=1$$
$$\sqrt{x^2-3}=1\xrightarrow{x=-2}\sqrt{(-2)^2-3}=1\rightarrow 1=1$$

Por tanto, $x_1=2$ y $x_2=-2$ son las soluciones.

83. Halla la solución de las ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{6x-2}=4$

b) $\sqrt{6x-8}=x$

c) $\sqrt{x^2+9}-1=x$

d) $\sqrt{2x^2+7x-1}=x+1$

84. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt[3]{x+9}=4$

b) $\sqrt[3]{x^2-7x}=2$

85. Resuelve estas ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{2x-10}=5\sqrt{x-10}$

b) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}=5$

c) $\sqrt{4x-11}=7\sqrt{2x-29}$

d) $\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1}=3$

86. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\sqrt{3x^2-4x+5}+3x+5=\dfrac{x^2}{5}$

b) $\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x+3}=5$

c) $\sqrt{x^2+x+\dfrac{5}{9}}=4-\sqrt{3x+8}$

d) $\sqrt{5-8x}+\sqrt{x^2-6x+\dfrac{3}{4}}=-10x$

87. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x+2}=0$

b) $\sqrt{x-\sqrt{1-x}}+\sqrt{x}=1$

ACTIVIDADES

78. Obtén las soluciones de las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\frac{2x(x^3-7x)}{2x^2-12}=6$

b) $3x^2(x^2-2)=\frac{x^2-2}{3}$

c) $8x+\frac{12}{x}=\frac{20}{x^3}$

d) $\frac{9x}{2x^2}=1-3x^2$

79. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\frac{4}{x+3}=\frac{1}{2x+1}$

b) $\frac{x+2}{2-x}+\frac{3x}{2x-1}=0$

c) $\frac{3}{x-3}-\frac{2}{3x+5}=0$

d) $\frac{x}{x-1}=\frac{x-3}{x-2}$

80. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\frac{x-1}{x}=\frac{2}{x+1}+\frac{1}{2x}$

b) $x^2-3x-4+\frac{12}{x}=0$

c) $\frac{x^2+x-6}{x}+3=0$

d) $\frac{2x}{3x-4}-\frac{x}{x-1}=0$

81. Halla el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $1+\frac{5}{1+x}+\frac{x}{1-x}=0$

b) $\frac{10x+1}{2(x+1)}-\frac{4x^2+3x-4}{2(x+1)^2}=3$

c) $\frac{2x-1}{x-4}+\frac{x}{x-1}-\frac{2x+3}{x}=1$

d) $\frac{1}{x-1}+1=\frac{x^2}{x^2+3x-4}$

e) $\frac{x^2-5x+2}{2x-5}+\frac{x-2}{x+1}+\frac{2x-5}{x-1}=-1+\frac{-3x}{4}$

f) $\frac{x^2-4}{x^2+x+1}-\frac{x+1}{x-2}+2x+\frac{1}{7}=0$

g) $\frac{x}{x^2-1}+\frac{x}{x^3-1}+\frac{2x}{x^2+x+1}=0$

82. Completa las siguientes ecuaciones escribiendo un número en el segundo miembro, de manera que tengan la solución indicada.

a) $\sqrt{x+7}-2\sqrt{4x+1}=\blacksquare$
$x=2$

b) $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x+5}}=\blacksquare-\frac{1}{\sqrt{4x}}$
$x=4$

SABER HACER

Resolver ecuaciones del tipo $\sqrt{P(x)}=a$

▶ Halla las soluciones de esta ecuación con radicales.

$$\sqrt{x^2-3}=1$$

PRIMERO. Se elevan ambos miembros al cuadrado y se simplifica, si es posible.

$$\sqrt{x^2-3}=1\rightarrow\left(\sqrt{x^2-3}\right)^2=1^2\rightarrow$$
$$\rightarrow x^2-3=1\rightarrow x^2=4$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2=4\rightarrow\begin{cases}x_1=2\\x_2=-2\end{cases}$$

TERCERO. Se comprueba la solución, ya que al elevar al cuadrado pueden aparecer soluciones que no verifican la ecuación original.

$$\sqrt{x^2-3}=1\xrightarrow{x=2}\sqrt{2^2-3}=1\rightarrow1=1$$
$$\sqrt{x^2-3}=1\xrightarrow{x=-2}\sqrt{(-2)^2-3}=1\rightarrow1=1$$

Por tanto, $x_1=2$ y $x_2=-2$ son las soluciones.

83. Halla la solución de las ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{6x-2}=4$

b) $\sqrt{6x-8}=x$

c) $\sqrt{x^2+9}-1=x$

d) $\sqrt{2x^2+7x-1}=x+1$

84. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt[3]{x+9}=4$

b) $\sqrt[3]{x^2-7x}=2$

85. Resuelve estas ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{2x-10}=5\sqrt{x-10}$

b) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}=5$

c) $\sqrt{4x-11}=7\sqrt{2x-29}$

d) $\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1}=3$

86. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas.

a) $\sqrt{3x^2-4x+5}+3x+5=\frac{x^2}{5}$

b) $\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x+3}=5$

c) $\sqrt{x^2+x+\frac{5}{9}}=4-\sqrt{3x+8}$

d) $\sqrt{5-8x}+\sqrt{x^2-6x+\frac{3}{4}}=-10x$

87. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales.

a) $\sqrt{x+7}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x+2}=0$

b) $\sqrt{x-\sqrt{1-x}}+\sqrt{x}=1$

88. Calcula la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $(x^2-4)(x^2-3x+2)=0$

b) $(x^2-x)(x^2+16)=0$

c) $(x-1)(x^2+4)(x^2-9)=0$

d) $(x^2-4x-5)(x^2-2x-8)=0$

89. Halla la solución de las ecuaciones que aparecen a continuación.

a) $x^3+4x^2+x-6=0$

b) $x^2(x+6)=32$

c) $x^2(x^2+1)+2x^3+36=12x(x+1)$

d) $2x^3-5x^2-14x+8=0$

90. Halla las soluciones de estas ecuaciones.

a) $6x^3-7x^2-x+2=0$

b) $4x^3(x-3)+2x^2+30(x+1)=23x(x-1)$

c) $x^4+3x^3-11x^2+2x=0$

d) $x^2(x^2-x-6)=3(x^2-3x)$

91. Halla la solución de las ecuaciones que aparecen a continuación.

a) $x^3-6x^2+11x-6=0$

b) $x^3-3x^2-13x+15=0$

c) $x^5+x^4-5x^3-5x^2+4x+4=0$

d) $x^3-7x^2+4x-28=0$

92. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x^3+x^2}{3}+x\cdot\frac{x+1}{6}=x+1$

b) $3x^2\left(4+\frac{7}{x}\right)=\frac{6(17x-4)}{x}$

c) $\frac{x^2}{16}(x+7)+x+1=0$

d) $\frac{3}{x+1}+\frac{2}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$

e) $\frac{2x^2(x-2)+4x}{x^2+1}=3$

93. Escribe alguna ecuación que tenga las siguientes características.

a) Los valores $x=1$, $x=2$ y $x=3$ son soluciones de la ecuación.

b) Es una ecuación de grado 3 con una sola solución real que es $x=\frac{1}{2}$.

c) Una ecuación de grado 3 con dos soluciones reales que sean una opuesta de la otra.

d) Una ecuación de grado 2 con coeficientes enteros y cuyas soluciones sean $x=-\frac{1}{3}$ y $x=\frac{2}{5}$.

e) Una ecuación de grado 3 con coeficientes enteros y los valores $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $x=-3$ son dos de sus soluciones.

94. Halla cuánto vale x en las siguientes expresiones.

a) $\log_x 3=-1$

b) $\log_x 5=2$

c) $\log_x 3=-2$

d) $\log_x 2=5$

95. Calcula el valor de x en las siguientes expresiones.

a) $\log_x 8=4$

b) $\log_x\frac{1}{4}=-4$

c) $\log_x 3=5$

d) $\log_x\frac{4}{9}=-2$

e) $\log_x 343=3$

f) $\log_x 2=4$

g) $\log_x\left(-\frac{125}{8}\right)=-3$

h) $\log_x 49=6$

96. Calcula el valor de x en las expresiones que aparecen a continuación.

a) $\log_3 9^x=2$

b) $\log 2^x=\frac{3}{2}$

c) $\ln 3^x=-1$

d) $\log_2 4^{x+4}=-2$

e) $\log_3 9^{x+3}=3$

f) $\log 2^{\frac{x}{2}}=\frac{3}{2}$

g) $\ln 3^{x+6}=3$

h) $\log_3 27^{3x+4}=-2$

97. Resuelve estas ecuaciones logarítmicas.

a) $\log x=-1+\log 5$

b) $\log_5 x=2+\log_5 7$

c) $\log_2 x=3+\log_2 9$

98. Resuelve las ecuaciones logarítmicas que aparecen a continuación.

a) $\log_4 x=2+\log_4\frac{1}{2}$

b) $\log(3x-1)=-2+\log 50$

c) $\log_2\frac{3x-1}{4}=2+\log_2\frac{1}{16}$

99. Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $\log_x 9+\frac{1}{2}\log_x 16=2$

b) $\log_{x+1}(6x+1)=2$

c) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-3x+3)=0$

d) $\log_2 x^3-\log_2 x^2=4$

e) $\log_2(x^2+4x-1)=2$

100. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\log(x-3)+\log(x+1)=1-\log(x-5)$

b) $\log_3(x^2+x+1)=27$

c) $\log_5\left(x+\frac{1}{2}\right)+\log_5\left(x+\frac{3}{4}\right)=1-\log_5\left(x+\frac{1}{3}\right)$

d) $\log\left(\frac{x-2}{2}\right)+\log\left(\frac{x-3}{2}\right)+\log\left(\frac{2x-1}{3}\right)=1$

101. Halla el valor de x en las siguientes ecuaciones.

a) $\log_3\sqrt{x-5}+\log_3\sqrt{2x-3}=1$

b) $\log_2\sqrt{x}-\log_2\sqrt[3]{x}=\frac{2}{3}$

ACTIVIDADES

102. Resuelve las ecuaciones logarítmicas que aparecen a continuación.

a) $\log_5 (x-1) + \log_5 (x+1) = \log_5 3x$

b) $\log_2 (x-3) - \log_2 (2x+21) = 1 - \log_2 (x-2)$

103. Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $4^x = \dfrac{1}{64}$

b) $2^{x-5} = 32$

c) $3^{6-x} = 27^{x-2}$

d) $32^{x-2} = 2$

e) $16^{2x-4} = 1$

f) $2^{x+1} = 8$

g) $2^{x+1} = 16$

h) $2^{x+1} = 128$

104. Resuelve las ecuaciones exponenciales que aparecen a continuación.

a) $64^{2x-5} = 16^{x-2}$

b) $125^{x-3} = 25^{x-3}$

c) $5^{x-3} = 1$

d) $2^{x+1} = \dfrac{1}{8}$

e) $2^{x+1} = \dfrac{1}{16}$

f) $2^{x+1} = \dfrac{1}{128}$

105. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $3 \cdot 27^{x-2} = 9^x$

b) $5^{x+4} = 125^{x-4}$

c) $\dfrac{1}{81^{6-x}} = 3^{4-x}$

d) $32^{2x-3} = 2^{x+3}$

e) $125^{x+2} = 5^{2x}$

f) $256^x = 4 \cdot 4^{2x-3}$

106. Opera con las potencias y calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $3^{x^3 - \frac{x^2}{10} - \frac{4x}{5} + \frac{3}{10}} = 1$

b) $\dfrac{2^{x^3 - x^2 - 5x}}{8} = 1$

107. Resuelve las ecuaciones exponenciales que aparecen a continuación.

a) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x^3 - \frac{34x^2}{5} - \frac{48x}{5}} = 1$

b) $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{x^3} = \left(\dfrac{7}{3}\right)^{-\frac{1}{3}(2x^2 + 16x)}$

c) $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{5 - x^3} \cdot \sqrt{7^{13x^2 + 13x}} = 1$

108. Halla el valor de la incógnita x, suponiendo que el resto de letras que aparecen son constantes.

a) $a^{2x-1} = a^2$

b) $m^{x-3} = (m^2)^{2x}$

c) $(3a)^{2x-5} = 9a^2$

d) $(p-3)^{5x} = p^2 - 6p + 9$

e) $(a^2 + 2ab + b^2)^2 = (a+b)^{2x}$

f) $(9 - 2x - x^2)^{x-3} = 1$

g) $(x+1)^{x-1} = 1$

SABER HACER

Resolver ecuaciones exponenciales mediante un cambio de variable

▶ Calcula el valor de x en la siguiente ecuación.

$$2^{2x} - 2^{x+3} + 8 = 2^x$$

PRIMERO. Se utilizan las propiedades de las potencias para eliminar de los exponentes las sumas y restas.

$$2^{2x} - 2^{x+3} + 8 = 2^x \rightarrow (2^x)^2 - 2^3 \cdot 2^x + 8 = 2^x$$
$$\rightarrow (2^x)^2 - 8 \cdot 2^x + 8 = 2^x$$

SEGUNDO. Se realiza el cambio de variable.

$$2^x = t$$
$$(2^x)^2 - 8 \cdot 2^x + 8 = 2^x \xrightarrow{2^x = t} t^2 - 8t + 8 = t$$

TERCERO. Se resuelve la ecuación resultante por los métodos que se consideren más adecuados.

$$t^2 - 8t + 8 = t \rightarrow t^2 - 9t + 8 = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow t = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 8}}{2} \rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{9+7}{2} = 8 \\ t_2 = \dfrac{9-7}{2} = 1 \end{cases}$$

CUARTO. Se deshace el cambio de variable para hallar la solución.

$$t_1 = 8 \xrightarrow{t = 2^x} 2^x = 8 \rightarrow \log 2^x = \log 8 \rightarrow$$
$$\rightarrow x \log 2 = \log 2^3 \rightarrow x \log 2 = 3 \log 2 \rightarrow$$
$$\rightarrow x = \frac{3 \log 2}{\log 2} = 3$$

$$t_2 = 1 \xrightarrow{t = 2^x} 2^x = 1 \rightarrow \log 2^x = \log 1 \rightarrow x \log 2 = 0$$
$$\rightarrow x = 0$$

Las soluciones son $x_1 = 3$ y $x_2 = 0$.

109. Resuelve estas ecuaciones exponenciales ayudándote de un cambio de variable.

a) $9^{2x} - 3 \cdot 9^x + 2 = 0$

b) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^x = 35$

c) $7^{4x} - 3 \cdot 7^{3x} - 5 \cdot 7^{2x} + 13 \cdot 7^x + 6 = 0$

d) $\left(\dfrac{5}{6}\right)^{4x} - 2 \cdot \left(\dfrac{5}{6}\right)^x + 1 = 0$

110. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales con la ayuda de un cambio de variable.

a) $3^{3x} + 5 \cdot 3^{2x-1} - 11 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$

b) $4\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3x} = 9 \cdot 2^{-2x} - 2^{-x+1}$

c) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3x+1} + 1 = \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\dfrac{3}{2}\right)^{x+1}$

ACTIVIDADES

102. Resuelve las ecuaciones logarítmicas que aparecen a continuación.

a) $\log_5 (x-1) + \log_5 (x+1) = \log_5 3x$

b) $\log_2 (x-3) - \log_2 (2x+21) = 1 - \log_2 (x-2)$

103. Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $4^x = \frac{1}{64}$

b) $2^{x-5} = 32$

c) $3^{6-x} = 27^{x-2}$

d) $32^{x-2} = 2$

e) $16^{2x-4} = 1$

f) $2^{x+1} = 8$

g) $2^{x+1} = 16$

h) $2^{x+1} = 128$

104. Resuelve las ecuaciones exponenciales que aparecen a continuación.

a) $64^{2x-5} = 16^{x-2}$

b) $125^{x-3} = 25^{x-3}$

c) $5^{x-3} = 1$

d) $2^{x+1} = \frac{1}{8}$

e) $2^{x+1} = \frac{1}{16}$

f) $2^{x+1} = \frac{1}{128}$

105. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $3 \cdot 27^{x-2} = 9^x$

b) $5^{x+4} = 125^{x-4}$

c) $\frac{1}{81^{6-x}} = 3^{4-x}$

d) $32^{2x-3} = 2^{x+3}$

e) $125^{x+2} = 5^{2x}$

f) $256^x = 4 \cdot 4^{2x-3}$

106. Opera con las potencias y calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones exponenciales.

a) $3^{x^3 - \frac{x^2}{10} - \frac{4x}{5} + \frac{3}{10}} = 1$

b) $\frac{2^{x^3 - x^2 - 5x}}{8} = 1$

107. Resuelve las ecuaciones exponenciales que aparecen a continuación.

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^3 - \frac{34x^2}{5} - \frac{48x}{5}} = 1$

b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x^3} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-\frac{1}{3}(2x^2+16x)}$

c) $\left(\frac{1}{7}\right)^{5-x^3} \cdot \sqrt{7^{13x^2+13x}} = 1$

108. Halla el valor de la incógnita x, suponiendo que el resto de letras que aparecen son constantes.

a) $a^{2x-1} = a^2$

b) $m^{x-3} = (m^2)^{2x}$

c) $(3a)^{2x-5} = 9a^2$

d) $(p-3)^{5x} = p^2 - 6p + 9$

e) $(a^2 + 2ab + b^2)^2 = (a+b)^{2x}$

f) $(9 - 2x - x^2)^{x-3} = 1$

g) $(x+1)^{x-1} = 1$

SABER HACER

Resolver ecuaciones exponenciales mediante un cambio de variable

▶ Calcula el valor de x en la siguiente ecuación.

$$2^{2x} - 2^{x+3} + 8 = 2^x$$

PRIMERO. Se utilizan las propiedades de las potencias para eliminar de los exponentes las sumas y restas.

$$2^{2x} - 2^{x+3} + 8 = 2^x \rightarrow (2^x)^2 - 2^3 \cdot 2^x + 8 = 2^x$$
$$\rightarrow (2^x)^2 - 8 \cdot 2^x + 8 = 2^x$$

SEGUNDO. Se realiza el cambio de variable.

$$2^x = t$$
$$(2^x)^2 - 8 \cdot 2^x + 8 = 2^x \xrightarrow{2^x = t} t^2 - 8t + 8 = t$$

TERCERO. Se resuelve la ecuación resultante por los métodos que se consideren más adecuados.

$$t^2 - 8t + 8 = t \rightarrow t^2 - 9t + 8 = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow t = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 8}}{2} \rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{9+7}{2} = 8 \\ t_2 = \frac{9-7}{2} = 1 \end{cases}$$

CUARTO. Se deshace el cambio de variable para hallar la solución.

$$t_1 = 8 \xrightarrow{t = 2^x} 2^x = 8 \rightarrow \log 2^x = \log 8 \rightarrow$$
$$\rightarrow x \log 2 = \log 2^3 \rightarrow x \log 2 = 3 \log 2 \rightarrow$$
$$\rightarrow x = \frac{3 \log 2}{\log 2} = 3$$

$$t_2 = 1 \xrightarrow{t = 2^x} 2^x = 1 \rightarrow \log 2^x = \log 1 \rightarrow x \log 2 = 0$$
$$\rightarrow x = 0$$

Las soluciones son $x_1 = 3$ y $x_2 = 0$.

109. Resuelve estas ecuaciones exponenciales ayudándote de un cambio de variable.

a) $9^{2x} - 3 \cdot 9^x + 2 = 0$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x = 35$

c) $7^{4x} - 3 \cdot 7^{3x} - 5 \cdot 7^{2x} + 13 \cdot 7^x + 6 = 0$

d) $\left(\frac{5}{6}\right)^{4x} - 2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^x + 1 = 0$

110. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales con la ayuda de un cambio de variable.

a) $3^{3x} + 5 \cdot 3^{2x-1} - 11 \cdot 3^{x-1} + 1 = 0$

b) $4\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} = 9 \cdot 2^{-2x} - 2^{-x+1}$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^{3x+1} + 1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}$

Inecuaciones

111. Indica si $x = 2$ está entre las soluciones de las siguientes inecuaciones.

a) $3(x-2) > 1 - 3(2x-3)$

b) $5(4-3x) + 3 \leq 1 + 3x$

c) $2(x-3) - 4(3-2x) > 0$

112. Halla la solución de las inecuaciones siguientes.

a) $2x - 30 \leq 5x + 3$

b) $2x - 6 < 5x + 18$

c) $11 - 3x \leq 23$

d) $3x + 2 \geq x + 10$

e) $6 - 5x > 2x + 3$

f) $-14x + 5 \leq x$

113. Resuelve las inecuaciones que aparecen a continuación.

a) $3(x-5) + 4(x-2) \leq 5$

b) $x - 2(x+2) - 3(2-4x) \leq 9$

c) $4(10-2x) - 3(2x+1) \geq -3(x+1) - (2-3x)$

114. Encuentra la solución de las siguientes inecuaciones.

a) $\frac{x}{3} + 1 < \frac{3x}{4} + 3$

b) $\frac{3(x-1)}{2} + x \leq \frac{x}{3} + 8$

c) $\frac{x-1}{10} < \frac{x+2}{40} + \frac{x-2}{30}$

115. ¿Cuál es la solución de estas inecuaciones?

a) $x^2 - x - 6 < 0$

b) $-x^2 - 2x + 8 < 0$

c) $2x^2 + 5x + 6 < 0$

d) $-x^2 + 3x - 4 < 0$

e) $2x^2 + 5x - 3 > 0$

f) $6x^2 + 31x + 18 \leq 0$

116. Halla la solución de las inecuaciones que aparecen a continuación.

a) $x^4 - 5x^2 + 4 > 0$

b) $x^4 + 8x^2 - 20 \leq 0$

117. Resuelve las inecuaciones que aparecen a continuación.

a) $x^2 + 6x - 1 < 3x^2 + 3x - 6$

b) $2x^2 + 25x > x(x-10)$

c) $x^2 - (2x+1)(x-1) \leq 7$

d) $(x-1)^2 < (2x+1)^2 - 10$

118. Determina las soluciones de estas inecuaciones.

a) $\frac{x+2}{3} + \frac{x(x-1)}{5} > 0$

b) $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-x^2}{3} + 1 < 0$

c) $x - \frac{1-2x}{3} - \frac{2x^2+1}{4} \geq 5$

d) $3 - \frac{2x-3}{2} + \frac{16x+x^2}{3} \geq 0$

e) $\frac{x-1}{4} - \frac{12x-x^2}{3} \geq \frac{2x^2+1}{3} - x$

119. Resuelve estas inecuaciones que contienen fracciones algebraicas.

a) $\frac{x+3}{x-5} < 0$

b) $\frac{2x-3}{x+3} < 0$

c) $\frac{-x+1}{2-3x} > 0$

d) $\frac{2-x}{2x+5} - 1 > 0$

120. Encuentra las soluciones de las siguientes inecuaciones.

a) $\frac{x^2-1}{x+1} \leq 0$

b) $\frac{-x^2+3}{2x-3} < 0$

c) $\frac{x^2-3x}{x^2-4} > 0$

d) $\frac{-x+3}{2x^2-18} \geq 0$

121. Determina para qué valores de x es posible realizar las operaciones indicadas.

a) $\sqrt{5-3x}$

b) $\sqrt{x-3}$

c) $\sqrt{4-3x-x^2}$

d) $\log(2-5x)$

e) $\log(6-x-x^2)$

f) $\log(x^2-2^x+1)$

Problemas con ecuaciones e inecuaciones

122. El director de un supermercado ha observado que el número de clientes atendidos cada hora por un dependiente está relacionado con su experiencia. Ha estimado que ese número puede calcularse de forma aproximada con la función:

$$C(d) = \frac{40d}{d+3}$$

donde d es el número de días que el dependiente lleva trabajando y C es el número de clientes atendidos en una hora.

a) ¿Cuántos clientes por hora atendería un dependiente que lleve trabajando dos días?

b) El director sabe que un dependiente empieza a ser rentable a la empresa cuando atiende a 32 clientes por hora. ¿Cuándo sucede eso?

c) Investiga lo que sucede con el número de clientes atendidos por dependientes que tienen mucha experiencia. ¿Puedes constatar alguna característica especial?

ACTIVIDADES

123. Determina la suma y el producto de las soluciones de esta ecuación.

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

Encuentra las soluciones de la ecuación. ¿Puedes explicar lo que sucede?

124. Estudia el valor de los coeficientes de la ecuación bicuadrada $ax^4 + bx^2 + c = 0$ para que tenga cuatro, tres, dos, una o ninguna solución.

125. Hace cuatro años un individuo tenía la mitad más la tercera parte de la edad que tiene ahora. ¿Cuál es su edad?

126. Una lancha recorre 50 metros por minuto al bajar un río y 20 metros por minuto al subirlo. ¿A qué distancia se puede bajar por el río si solo se dispone de 3 horas para la excursión teniendo que volver al punto de partida?

127. Descompón el número 60 en dos partes de manera que dividiendo una entre la otra el cociente dé 3 y el resto 8.

128. Halla dos números consecutivos, sabiendo que la suma de la cuarta parte y la quinta parte del menor y la suma de la tercera parte y la séptima parte del mayor son también números consecutivos.

129. Un comerciante compra melones a 40 céntimos/kg y los vende a 60 céntimos/kg. Halla cuántos kilogramos de melones compró si se le estropearon 10 kg y obtuvo 42 €.

130. Entre dos cubos A y B de igual capacidad se distribuyen en partes desiguales 10 litros de agua. El cubo A se llenaría si se vertiesen los dos tercios del agua contenida en B. Este se llenaría si se le añadiese la mitad del agua de A. Se desea saber cuánta es el agua contenida en cada cubo y su capacidad lleno.

131. Una madre, para estimular a su hijo, le da un euro por cada ejercicio que haga bien. Si le sale mal, este debe darle 50 céntimos a su madre. Después de 20 ejercicios, el hijo lleva ganados 15,50 €. ¿Cuántos ejercicios hizo bien?

132. Si aumentáramos en 4 cm la arista de un cubo, su volumen se multiplicaría por 8. Halla la medida de la arista.

133. Si r y s son las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$, ¿cuáles son las soluciones de $cx^2 - bx + a = 0$?

134. En una empresa que se dedica a la fabricación de recipientes de cristal se ha calculado que para fabricar un tipo de vaso de vidrio hay unos gastos fijos de 3 000 € y un gasto en materia prima de 1,50 € por vaso. ¿Cuántos vasos se podrán fabricar en dicha fábrica con un gasto máximo de 7 000 €?

135. Doblando 8 m de alambre se quiere formar un rectángulo. ¿Entre qué valores estará el área de ese rectángulo?

136. Una madre de 24 años acaba de tener a su hijo. ¿Cuándo estará su edad entre $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{5}$ de la de su madre?

137. El triple de un número menos su mitad es siempre mayor que 3. ¿Qué números cumplen esta propiedad?

138. De un número se sabe que si a su cuadrado le restamos su mitad, se obtiene un número menor que 1. ¿Qué número puede ser?

139. Una compañía eléctrica ofrece tres tarifas que tienen una parte fija y una parte proporcional al consumo.

- Tarifa *A*: 6,70 € cantidad fija más 0,18 € por kilovatio hora de consumo.
- Tarifa *B*: 9,60 € cantidad fija más 0,13 € por kilovatio hora de consumo.
- Tarifa *C*: 14 € cantidad fija más 0,09 € por kilovatio hora de consumo.

a) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa *B* es mejor que la *A*?

b) ¿A partir de qué cantidad de consumo es la *C* mejor tarifa que la *A*?

c) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa *C* es la mejor de todas?

140. Se quiere construir una piscina rectangular en un jardín y para ello se dibuja un esquema con las dimensiones del jardín y de la piscina. ¿Cuáles son las dimensiones de la piscina, si la diferencia de áreas entre el jardín y la piscina es de 135 m^2?