32 **En un bombo de lotería tenemos 10 bolas numeradas del 0 al 9. Cada vez que se extrae una, se devuelve al bombo. Si hacemos 100 extracciones, calcula la probabilidad de que el 0 salga más de 12 veces.**

$x \rightarrow$ número de ceros. Sigue una binomial $B(100; 0,1)$.

$np = 10 > 5$

$nq = 90 > 5$

Se puede aproximar por una normal.

$\sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0,1 \cdot 0,9} = 3$

x' sigue una normal $N(10, 3)$.

$$P[x \geq 12] = P[x' \geq 11,5] = P\left[z \geq \frac{11,5-10}{3}\right] = P[z \geq 0,5] = 1 - 0,6915 = 0,3085$$

34 **En un hospital, el 54% de los nacimientos son niñas. Halla la probabilidad de que de 2 500 nacimientos, el número de niños esté entre 1 200 y 1 400, ambos inclusive.**

$x \rightarrow$ número de niños. Sigue una binomial $B(2\,500; 0,46)$.

$np = 2\,500 \cdot 0,46 = 1\,150 > 5$

$nq = 2\,500 \cdot 0,54 = 1\,350 > 5$

$\sqrt{npq} = \sqrt{2\,500 \cdot 0,46 \cdot 0,54} = 24,92$

x se puede aproximar por una normal $N(1\,150; 24,92)$.

$$P[1\,200 \leq x \leq 1\,400] = P[1\,199,5 \leq x' \leq 1\,400,5] = P\left[\frac{1199,5-1150}{24,92} \leq z \leq \frac{1\,400,5-1150}{24,92}\right] =$$

$$= P[1,9864 \leq z \leq 10,052] = 1 - 0,9761 = 0,0239$$

35 **Un examen tipo test tiene 50 preguntas y cada pregunta, tres respuestas diferentes, solo una de las cuales es correcta.**

Para aprobar, hace falta responder bien a 25 preguntas; para sacar un notable, a 35; y para un sobresaliente, a 45.

Si se responde al azar, ¿cuál es la probabilidad de aprobar? ¿Y la de sacar notable? ¿Y sobresaliente?

$x \rightarrow$ número de respuestas correctas. Sigue una binomial $B\left(50, \frac{1}{3}\right)$.

$np = 50 \cdot \frac{1}{3} = \frac{50}{3} = 16,67 > 5$

$nq = 50 \cdot \frac{2}{3} = \frac{100}{3} > 5$

$\sqrt{npq} \quad \sqrt{50 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} = 3,3333$

x se puede aproximar por una normal $N(16{,}67;\ 3{,}33)$.

Si entendemos por aprobar obtener aprobado sin llegar a notable, entonces:

$$P[\text{aprobar}] = P[25 \le x < 35] = P[24{,}5 \le x' \le 34{,}5] = P\left[z \le \frac{34{,}5-16{,}67}{3{,}33}\right] - P\left[z \le \frac{24{,}5-16{,}67}{3{,}33}\right] =$$

$$= P[z \le 5{,}35] - P[z \le 2{,}35] = 1 - 0{,}9906 = 0{,}0094$$

$$P[\text{notable}] = P[35 \le x < 45] = P[34{,}5 \le x' \le 44{,}5] = P[x' \le 44{,}5] - P[x' \le 34{,}5] =$$

$$= P\left[z \le \frac{44{,}5-16{,}67}{3{,}33}\right] - P\left[z \le \frac{34{,}5-16{,}67}{3{,}33}\right] = P[z \le 8{,}35] - P[z \le 5{,}35] = 1 - 1 = 0$$

$$P[\text{sobresaliente}] = P[x \ge 45] = P[x' \ge 44{,}5] = P\left[z \ge \frac{44{,}5-16{,}67}{3{,}33}\right] = 1 - P[z \le 8{,}35] = 0$$

92. En un laboratorio de análisis clínicos saben que el 70 % de las pruebas de anemia que realizan resultan negativas. Si han recibido 60 muestras para analizar, responde.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya menos de 5 personas a las que les dé positivo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la prueba resulte positiva a una persona o más?

Sea X = «Cuántas pruebas dan positivas de las 60» $\rightarrow X \equiv B(60;\ 0,3)$

$$\left.\begin{array}{l} 60\cdot 0{,}3 = 18 > 5 \\ 60\cdot 0{,}7 = 42 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(60;\ 0{,}3) \approx N(18;\ 3{,}55)$$

a) $P(X < 4{,}5) = P(Z < -3{,}80) = 1 - P(Z \le 3{,}80) = 0{,}0001$

b) $P(X \ge 0{,}5) = 1 - P(X < 0{,}5) = 1 - P(Z < -4{,}93) = P(Z \le 4{,}93) \approx 1$

93. Se está experimentando una nueva vacuna para la malaria que resulta efectiva en el 60 % de los casos. Si se eligen al azar 200 personas, halla las siguientes probabilidades.

a) Que en ese grupo la vacuna sea efectiva para 30 personas.

b) Que la vacuna sea efectiva para más de 80 pero menos de 120 personas.

c) Que la vacuna sea efectiva en 90 o menos personas.

Sea X = «Cuántas vacunaciones son efectivas de las 200 realizadas» $\rightarrow X \equiv B(200;\ 0{,}6)$

$$\left.\begin{array}{l} 200\cdot 0{,}6 = 333{,}33 > 5 \\ 200\cdot 0{,}4 = 80 > 5 \end{array}\right\} \rightarrow X \equiv B(200;\ 0{,}6) \approx N(120;\ 6{,}93)$$

a) $P\left(30-\frac{1}{2} \le X \le 30+\frac{1}{2}\right) = P(X \le 30{,}5) - P(X < 29{,}5) = P(Z \le -12{,}91) - P(Z < -13{,}06) = P(Z \le 13{,}06) - P(Z < 12{,}91) \approx 0$

b) $P(80{,}5 < X < 119{,}5) = P(X < 119{,}5) - P(X \le 80{,}5) = P(Z < -0{,}07) - P(Z \le -5{,}7) = P(Z < 5{,}7) - P(Z \le 0{,}07) = 0{,}4721$

c) $P(X \le 90{,}5) = P(Z \le -4{,}26) = 1 - P(Z < 4{,}26) \approx 0$