

Geometría Vectorial del Plano en exámenes BI - NS

Nov 00
P1#11 Let α be the angle between the vectors a and b , where $a = (\cos \theta)i + (\sin \theta)j$,
 $b = (\sin \theta)i + (\cos \theta)j$ and $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$.

Express α in terms of θ .

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (\cos \theta, \sin \theta) \\ \vec{b} &= (\sin \theta, \cos \theta) \end{aligned} \quad \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{(\cos \theta, \sin \theta) \cdot (\sin \theta, \cos \theta)}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \cdot \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}} = \frac{\cos \theta \sin \theta + \sin \theta \cos \theta}{1 \cdot 1} =$$

$$= 2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\pi}{2} - 2\theta}$$

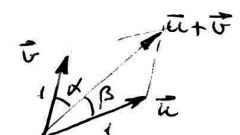
Nov 01
P1#16 Sea θ el ángulo que forman los vectores unitarios a y b , siendo $0 < \theta < \pi$. Exprese $|a - b|$ en función de $\sin \frac{1}{2}\theta$.

$$\begin{aligned} |a - b| &= \sqrt{(a - b) \cdot (a - b)} = \sqrt{a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b} = \sqrt{|a|^2 - 2a \cdot b + |b|^2} = \\ &= \sqrt{|a|^2 - 2|a||b|\cos \theta + |b|^2} = \sqrt{1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cos \theta + 1} = \sqrt{2 - 2\cos \theta} = \\ &= \sqrt{2} \sqrt{1 - \cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \cos \theta} = 2 \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = \boxed{2 \sin \frac{\theta}{2}} \end{aligned}$$

Nov 02
P1#18 Dados dos vectores no nulos a y b tales que $|a + b| = |a - b|$, halle el valor de $a \cdot b$

$$\begin{aligned} |a + b| &= |a - b| \Rightarrow |a + b|^2 = |a - b|^2 \Rightarrow (a + b) \cdot (a + b) = (a - b) \cdot (a - b) \Rightarrow \\ &\Rightarrow a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4(a \cdot b) = 0 \Rightarrow \boxed{a \cdot b = 0} \Rightarrow \text{los vectores son ortogonales} \end{aligned}$$

Mayo 04
TZ2
P2#3a Considere dos vectores unitarios u y v en un espacio tridimensional.
Demuestre que el vector $u + v$ biseca al ángulo entre u y v .



$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\vec{v} \cdot (\vec{u} + \vec{v})}{|\vec{v}| |\vec{u} + \vec{v}|} = \\ &= \frac{\vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}| |\vec{u} + \vec{v}|} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u} + |\vec{v}|^2}{|\vec{v}| |\vec{u} + \vec{v}|} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u} + 1}{|\vec{u} + \vec{v}|} \\ \cos \beta &= \frac{(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{u}}{|\vec{u} + \vec{v}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{u}}{|\vec{u} + \vec{v}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|\vec{u}|^2 + \vec{v} \cdot \vec{u}}{|\vec{u} + \vec{v}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 + \vec{v} \cdot \vec{u}}{|\vec{u} + \vec{v}|} \end{aligned}$$

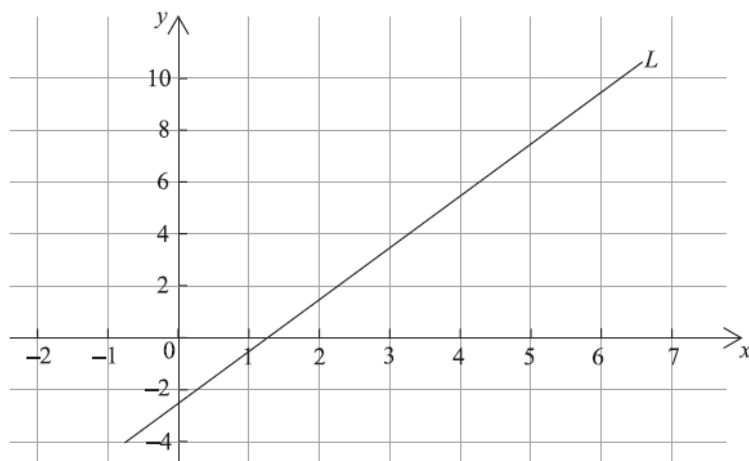
$\Rightarrow \cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \boxed{\alpha = \beta} \checkmark$

Mayo 05

TZ1

P1#20

Sea $y = \log_3 z$, donde z es una función de x . La siguiente figura muestra la recta L , que representa la gráfica de y en función de x .



- (a) Usando la gráfica, o de cualquier otro modo, estime el valor de x cuando $z = 9$.
- (b) La recta L pasa por el punto $\left(1, \log_3 \frac{5}{9}\right)$. Su pendiente es 2. Halle una expresión para z en función de x .

a) $z = 9 \Rightarrow y = \log_3 9 = 2 \Rightarrow \boxed{x \approx 2.3}$

b) $y - \log_3 \frac{5}{9} = 2(x-1) \Rightarrow \log_3 z - \log_3 \frac{5}{9} = 2(x-1) ; \log_3 \frac{z}{5/9} = 2(x-1) ;$
 $\frac{z}{5/9} = 3^{2(x-1)} ; \frac{9z}{5} = 9^{x-1} ; z = \frac{5 \cdot 9^{x-1}}{9} = \boxed{5 \cdot 9^{x-2}}$

Nov 08

P1#10

Tres vectores no nulos distintos entre sí vienen dados por

$$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \text{ y } \vec{OC} = \vec{c}.$$

Si $\vec{OA}$ es perpendicular a $\vec{BC}$ y $\vec{OB}$ es perpendicular a $\vec{CA}$, compruebe que $\vec{OC}$ es perpendicular a $\vec{AB}$.

$$\begin{aligned} \vec{BC} &= \vec{OC} - \vec{OB} = \vec{c} - \vec{b} & \vec{AB} &= \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{b} - \vec{a} \\ \vec{CA} &= \vec{OA} - \vec{OC} = \vec{a} - \vec{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{OA} \perp \vec{BC} &\Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{OB} \perp \vec{CA} &\Rightarrow \vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 ; (\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{AB} \perp \vec{OC}} \checkmark$$

Mayo 09

TZ2

P2#2

Given that $\vec{a} = 2 \sin \theta \vec{i} + (1 - \sin \theta) \vec{j}$, find the value of the acute angle θ , so that $\vec{a}$ is perpendicular to the line $x + y = 1$.

$$x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x \rightarrow m = -1 \rightarrow \vec{v} = (1, -1)$$

$$\vec{a} \perp \text{recta} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{v} = 0 \rightarrow (2 \sin \theta, 1 - \sin \theta) \cdot (1, -1) = 0 ; 2 \sin \theta - 1 + \sin \theta = 0 ;$$

$$3 \sin \theta = 1 ; \sin \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \boxed{19.47^\circ}$$

~~160.53°~~ (Dica fue θ lo agudo)

Mayo 10

TZ1

Consider the vectors $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ and $\vec{OC} = \vec{a} + \vec{b}$. Show that if $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ then

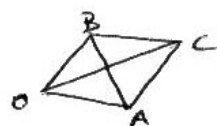
P1#6

 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$. Comment on what this tells us about the parallelogram OACB.

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0$$

Esto significa que $\vec{a} + \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$

Sobre el paralelogramo OACB significa que sus diagonales son perpendiculares. (En realidad se trata de un rombo).



Mayo 10

TZ2

(b) Dados dos vectores $\vec{p}$ y $\vec{q}$,

P1#12

(i) compruebe que $\vec{p} \cdot \vec{p} = |\vec{p}|^2$;(ii) a partir de lo anterior o de cualquier otro modo, compruebe que $|\vec{p} + \vec{q}|^2 = |\vec{p}|^2 + 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2$;(iii) deduzca que $|\vec{p} + \vec{q}| \leq |\vec{p}| + |\vec{q}|$.

$$\vec{p} \cdot \vec{p} = (p_1, p_2, p_3) \cdot (p_1, p_2, p_3) = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = |\vec{p}|^2 \quad \checkmark$$

$$|\vec{p} + \vec{q}|^2 = (\vec{p} + \vec{q}) \cdot (\vec{p} + \vec{q}) = \vec{p} \cdot \vec{p} + \vec{p} \cdot \vec{q} + \vec{q} \cdot \vec{p} + \vec{q} \cdot \vec{q} = |\vec{p}|^2 + 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 \quad \checkmark$$

$$|\vec{p} + \vec{q}|^2 = |\vec{p}|^2 + 2\vec{p} \cdot \vec{q} + |\vec{q}|^2 = |\vec{p}|^2 + 2|\vec{p}||\vec{q}|\cos\alpha + |\vec{q}|^2 \leq \left(\begin{array}{l} \text{ya fue} \\ \cos\alpha \leq 1, \forall \alpha \end{array} \right)$$

$$\leq |\vec{p}|^2 + 2|\vec{p}||\vec{q}| + |\vec{q}|^2 = (|\vec{p}| + |\vec{q}|)^2 \Rightarrow |\vec{p} + \vec{q}| \leq |\vec{p}| + |\vec{q}| \quad \checkmark$$

Nov 10

P1#10

Sea α el ángulo que forman los vectores unitarios $\vec{a}$ y $\vec{b}$, donde $0 \leq \alpha \leq \pi$.(a) Expresa $|\vec{a} - \vec{b}|$ y $|\vec{a} + \vec{b}|$ en función de α .(b) A partir de lo anterior, determine para qué valor de $\cos\alpha$ se cumple que $|\vec{a} + \vec{b}| = 3|\vec{a} - \vec{b}|$.

$$\underline{a)} \quad |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})} = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b}} = \sqrt{|\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2} =$$

$$= \sqrt{|\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha + |\vec{b}|^2} = \sqrt{1 - 2\cos\alpha + 1} = \sqrt{2 - 2\cos\alpha}$$

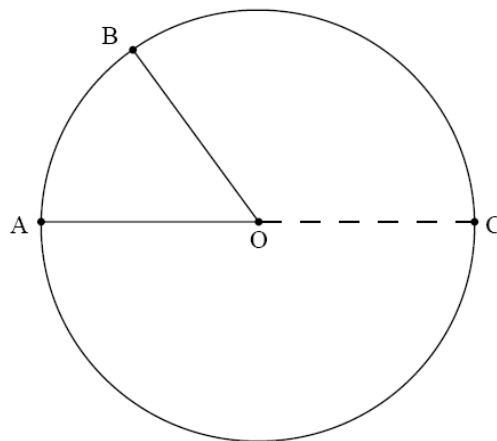
$$\text{De manera similar: } |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{2 + 2\cos\alpha}$$

$$\underline{b)} \quad |\vec{a} + \vec{b}| = 3|\vec{a} - \vec{b}| \Rightarrow \sqrt{2 + 2\cos\alpha} = 3\sqrt{2 - 2\cos\alpha} \quad ; \quad 2 + 2\cos\alpha = 9(2 - 2\cos\alpha) :$$

$$2 + 2\cos\alpha = 18 - 18\cos\alpha \quad ; \quad 20\cos\alpha = 16 \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{16}{20} = \boxed{0.8}$$

Mayo 11
TZ1
P1#4

The diagram below shows a circle with centre O. The points A, B, C lie on circumference of the circle and [AC] is a diameter.



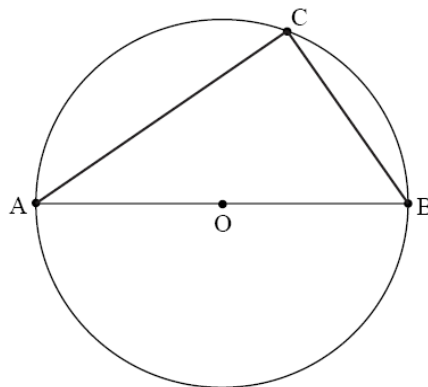
Let $\vec{OA} = \mathbf{a}$ and $\vec{OB} = \mathbf{b}$.

- (a) Write down expressions for $\vec{AB}$ and $\vec{CB}$ in terms of the vectors $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$.
- (b) Hence prove that angle $\hat{ABC}$ is a right angle.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \vec{AB} &= \vec{OB} - \vec{OA} = \mathbf{b} - \mathbf{a} & \vec{CB} &= \vec{OB} - \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OA} = \mathbf{b} + \mathbf{a} \\ \text{b)} \quad \vec{AB} \cdot \vec{CB} &= (\mathbf{b} - \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{a}) = (\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}) + (\mathbf{b} \cdot \mathbf{a}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) = \\ &= |\mathbf{b}|^2 - |\mathbf{a}|^2 = R^2 - R^2 = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{CB} \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ \quad \checkmark \end{aligned}$$

Mayo 11
TZ2
P1#6

En la siguiente figura, [AB] representa el diámetro del círculo con centro en O. El punto C está situado sobre la circunferencia del círculo. Sean $\vec{OB} = \mathbf{b}$ y $\vec{OC} = \mathbf{c}$.



- (a) Halle una expresión para $\vec{CB}$ y otra para $\vec{AC}$, en función de $\mathbf{b}$ y de $\mathbf{c}$.
- (b) A partir de lo anterior, demuestre que $\hat{ACB}$ es un ángulo recto.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \vec{CB} &= \vec{OB} - \vec{OC} = \mathbf{b} - \mathbf{c} \\ \vec{AC} &= \vec{OC} - \vec{OA} = \vec{OC} + \vec{OB} = \mathbf{c} + \mathbf{b} \\ \text{b)} \quad \vec{CB} \cdot \vec{AC} &= (\mathbf{b} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} - \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} = \\ &= |\mathbf{b}|^2 - |\mathbf{c}|^2 = R^2 - R^2 = 0 \Rightarrow \vec{CB} \perp \vec{AC} \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ \quad \checkmark \end{aligned}$$

Nov 12
P1#9

Dos embarcaciones, A y B , se mueven de forma tal que en el instante t horas sus vectores de posición, en kilómetros, son $r_A = (9t)\mathbf{i} + (3-6t)\mathbf{j}$ y $r_B = (7-4t)\mathbf{i} + (7t-6)\mathbf{j}$.

- (a) Halle las coordenadas del punto común de las trayectorias de las dos embarcaciones.
(b) Compruebe que las embarcaciones no se chocan.

$$\text{a)} \quad A: \begin{cases} x = 9t \\ y = 3-6t \end{cases} \quad ; \quad \frac{x}{9} = \frac{y-3}{-6} \quad ; \quad -6x = 9y-27 \quad ; \quad 6x+9y = 27 \quad ; \quad 2x+3y = 9$$

$$B: \begin{cases} x = 7-4t \\ y = -6+7t \end{cases} \quad ; \quad \frac{x-7}{-4} = \frac{y+6}{7} \quad ; \quad 7x-49 = -4y-24 \quad ; \quad 7x+4y = 25$$

$$\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 7x+4y=25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \quad \boxed{P(3,1)}$$

$$\text{b)} \quad A: \begin{cases} x = 9t = 3 \\ y = 3-6t = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = 1/3 \text{ h} \\ t = 1/3 \text{ h} \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} x = 7-4t = 3 \\ y = -6+7t = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ h} \\ t = 1 \text{ h} \end{cases}$$

Pasan por el punto $(3,1)$ pero
no al mismo tiempo. No chocan

Nov 13
P2#7

Sean los vectores a y b , tales que $a = (3\cos\theta + 6)\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$ y $b = (\cos\theta - 2)\mathbf{i} + (1 + \sin\theta)\mathbf{j}$.

Sabiendo que a y b son perpendiculares,

- (a) compruebe que $3\sin^2\theta - 7\sin\theta + 2 = 0$;

- (b) halle el menor valor positivo posible de θ .

$$\text{a)} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \rightarrow (3\cos\theta + 6)(\cos\theta - 2) + 7(1 + \sin\theta) = 0$$

$$3\cos^2\theta - 6\cos\theta + 6\cos\theta - 12 + 7 + 7\sin\theta = 0$$

$$3 - 3\sin^2\theta - 5 + 7\sin\theta = 0 \Rightarrow 3\sin^2\theta - 7\sin\theta + 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$\text{b)} \quad \sin\theta = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{15} = \frac{7 \pm 5}{15} \rightarrow \frac{12}{15} = 0.8 \rightarrow \theta = \begin{cases} 53^\circ \\ 127^\circ \end{cases}$$

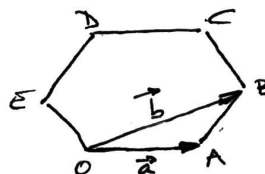
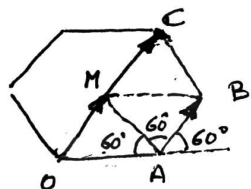
$$\rightarrow \frac{2}{15} \rightarrow \theta = \begin{cases} 8^\circ \\ 172^\circ \end{cases}$$

Muestra
14
P2#8

OABCDE is a regular hexagon and a , b denote respectively the position vectors of A, B with respect to O.

(a) Show that $OC = 2AB$.

(b) Find the position vectors of C, D and E in terms of a and b .



a) Al tratarse de un hexágono regular, si llamamos M a su centro de simetría, $\vec{OM}$ será un vector paralelo a $\vec{AB}$ y con su mismo módulo, es decir: $\vec{OM} = \vec{AB}$. Por las mismas razones $\vec{MC} = \vec{AB}$, por lo que: $\vec{OC} = \vec{OM} + \vec{MC} = \vec{AB} + \vec{AB} = 2\vec{AB}$ ✓

$$\begin{aligned} \vec{OA} = \vec{a} \\ \vec{OB} = \vec{b} \end{aligned} \Rightarrow \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\vec{OC} = 2 \cdot \vec{AB} = \boxed{2\vec{b} - 2\vec{a}}$$

$$\vec{OD} = \vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = 2\vec{b} - 2\vec{a} - \vec{a} = \boxed{2\vec{b} - 3\vec{a}}$$

$$\vec{OE} = \vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = 2\vec{b} - 2\vec{a} - \vec{b} = \boxed{\vec{b} - 2\vec{a}}$$

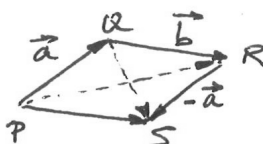
Mayo 14
TZ2
P1#6

PQRS es un rombo. Sabiendo que $\vec{PQ} = \vec{a}$ y $\vec{QR} = \vec{b}$,

(a) exprese los vectores $\vec{PR}$ y $\vec{QS}$ en función de $\vec{a}$ y $\vec{b}$;

(b) a partir de lo anterior, muestre que las diagonales de un rombo se cortan en ángulo recto.

$$\begin{aligned} \vec{PR} &= \boxed{\vec{a} + \vec{b}} \\ \vec{QS} &= \boxed{\vec{b} - \vec{a}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \vec{PR} \cdot \vec{QS} &= (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = \cancel{\vec{a} \cdot \vec{b}} - \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} - \cancel{\vec{a} \cdot \vec{b}} = \\ &= -|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = 0 \end{aligned}$$

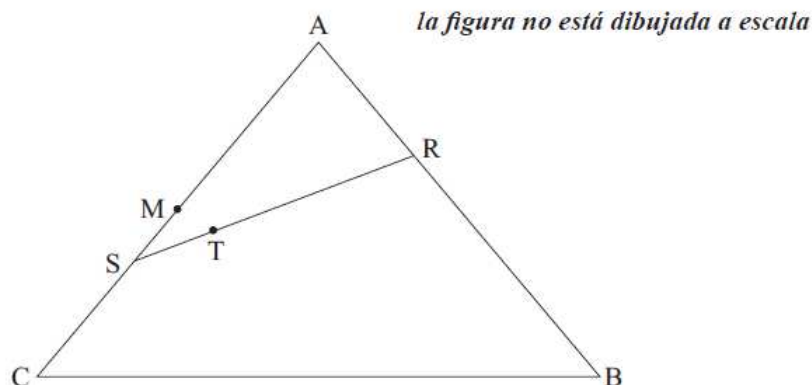
ya que tratándose de un rombo sus lados son iguales.

Por lo tanto: $\vec{PR}$ y $\vec{QS}$ son perpendiculares. ✓

Nov 14

P1#12

Los vectores de posición de los puntos A, B y C con relación al origen O son, respectivamente, $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$. La siguiente figura muestra el triángulo ABC y los puntos M, R, S y T.



M es el punto medio de [AC].

R es un punto perteneciente a [AB] tal que $\vec{AR} = \frac{1}{3} \vec{AB}$.

S es un punto perteneciente a [AC] tal que $\vec{AS} = \frac{2}{3} \vec{AC}$.

T es un punto perteneciente a [RS] tal que $\vec{RT} = \frac{2}{3} \vec{RS}$.

(a) (i) Exprese $\vec{AM}$ en función de $\vec{a}$ y $\vec{c}$.

(ii) A partir de lo anterior, muestre que $\vec{BM} = \frac{1}{2} \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c}$.

(b) (i) Exprese $\vec{RA}$ en función de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

(ii) Muestre que $\vec{RT} = -\frac{2}{9} \vec{a} - \frac{2}{9} \vec{b} + \frac{4}{9} \vec{c}$.

(c) Demuestre que T pertenece a [BM].

$$a) \quad \vec{AM} = \frac{1}{2} \vec{AC} = \frac{1}{2} (\vec{c} - \vec{a}) = \left[\frac{1}{2} \vec{c} - \frac{1}{2} \vec{a} \right]$$

$$\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{AM} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c} - \frac{1}{2} \vec{a} = \frac{1}{2} \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c} \quad \checkmark$$

$$b) \quad \vec{RA} = \frac{1}{3} \vec{BA} = \frac{1}{3} (\vec{a} - \vec{b}) = \left[\frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b} \right]$$

$$\vec{RT} = \frac{2}{3} \vec{RS} = \frac{2}{3} (\vec{RA} + \vec{AS}) = \frac{2}{3} (\vec{RA} + \frac{2}{3} \vec{AC}) =$$

$$= \frac{2}{3} \vec{RA} + \frac{4}{9} \vec{AC} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b} \right) + \frac{4}{9} (\vec{c} - \vec{a}) =$$

$$= \frac{2}{9} \vec{a} - \frac{2}{9} \vec{b} + \frac{4}{9} \vec{c} - \frac{4}{9} \vec{a} = -\frac{2}{9} \vec{a} - \frac{2}{9} \vec{b} + \frac{4}{9} \vec{c} \quad \checkmark$$

$$c) \quad \vec{BT} = \vec{BR} + \vec{RT} = \frac{2}{3} \vec{BA} + \vec{RT} = \frac{2}{3} (\vec{a} - \vec{b}) + \left(-\frac{2}{9} \vec{a} - \frac{2}{9} \vec{b} + \frac{4}{9} \vec{c} \right) =$$

$$= \frac{4}{9} \vec{a} - \frac{8}{9} \vec{b} + \frac{4}{9} \vec{c} = \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{1}{2} \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c} \right) = \frac{8}{9} \vec{BM}$$

Por lo tanto $\vec{BT}$ y $\vec{BM}$ son paralelos, lo que nos asegura que T pertenece al segmento BM.

Nov 15

P2#10

Ed walks in a straight line from point $P(-1, 4)$ to point $Q(4, 16)$ with constant speed. Ed starts from point P at time $t = 0$ and arrives at point Q at time $t = 3$, where t is measured in hours.

Given that, at time t , Ed's position vector, relative to the origin, can be given in the form $\mathbf{r} = \mathbf{a} + t\mathbf{b}$,

(a) find the vectors $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$.

Roderick is at a point $C(11, 9)$. During Ed's walk from P to Q Roderick wishes to signal to Ed. He decides to signal when Ed is at the closest point to C .

(b) Find the time when Roderick signals to Ed.