AUTOEVALUACIÓN 1º BACHILLERATO - MATEMÁTICAS I

1. Clasifica los siguientes números según el conjunto de números menos extenso al que pertenecen: $23, \pi, 0, 2-3i, -11, \sqrt{5}, \frac{3}{7}, \sqrt{16}$
2. Escribe en forma de fracción irreducible: $2'15,\ 4'\overset{\frown}{6},\ 1'\overset{\frown}{23}$
3. Simplifica: $\sqrt[3]{\dfrac{15\sqrt{8}+3\sqrt{128}}{\sqrt{32}-\sqrt{18}}}$
4. Demuestra que $\sqrt{18}+\sqrt{8}=\sqrt{50}$
5. Suma, simplifica y racionaliza: $5\sqrt{\dfrac{9}{8}}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
6. Demuestra que $\sqrt{20+2\sqrt{19}}-\sqrt{20-2\sqrt{19}}$ es un número entero. (Sugerencia: elévalo al cuadrado)
7. Demuestra por inducción que $3n^2 + n - 2$ es un número par para cualquier ***n*** entero.
8. Resuelve: $|x + 3| < 2$ escribiendo el resultado en notación de intervalos.
9. Resuelve: $\frac{5}{6}(3-x)-\frac{1}{2}(x-2)+\frac{x}{4}\geq\frac{1}{3}(2x-1)$
10. Resuelve: $3x^2+2x\geq 8$
11. Resuelve: $\dfrac{3-x}{x-1}\leq 0$
12. Resuelve: $5^{3x+2}+3\cdot 25^{3x+1}-100=0$
13. Calcula: $\log_{10}\sqrt[3]{0'1}$
14. Simplifica: $9^{\log_3 x}$
15. Resuelve: $5^x=200$
16. Calcula el valor exacto de la siguiente expresión: $\log_3\dfrac{27\cdot\sqrt{729}}{81\cdot\sqrt[4]{27}}$
17. Resuelve: $\log_x 36=2$
18. Resuelve: $\log(5x+4)-\log 2=\frac{1}{2}\log(x+4)$
19. Halla, aproximados al grado más próximo, todos los ángulos $0º\leq\alpha\leq 360º$ que cumplan:
    a) sen α = -0,93 b) cos α = 0,98 c) tg α = -0,45
20. Dado sen α = -0´8 (90º<α<270º) halla, con y sin calculadora, las restantes razones trigonométricas del ángulo α.
21. Sabiendo que $\mathrm{tg}\beta=3$ $(90^\circ<\beta<270^\circ)$ halla, con y sin calculadora, $\mathrm{sen}\,\beta$ y $\cos\beta$
22. Demuestra la siguiente identidad: $\sec^2 x+\mathrm{cosec}^2 x=\sec^2 x\cdot\mathrm{cosec}^2 x$
23. Calcula sen (α - β) dados sen α = 0´2 (90º<α<180º) y cos β = 0´8 (270º<α<360º). (Hazlo con y sin calculadora)
24. Halla la longitud de los restantes lados del triángulo del que se conocen: a = 5 cm. A = 35º B = 50º
25. Calcula la altura de un poste, sabiendo que, desde cierto punto del suelo se ve bajo un ángulo de 14º, y si nos acercamos 20 m. al pie del poste lo vemos bajo un ángulo de 18º.
26. Resuelve: $\mathrm{sen}(2x)\cdot\cos x=6\,\mathrm{sen}^3 x$

27. Halla todos los ángulos positivos menores de 360º que cumplan: $3\cos\alpha = 4\operatorname{sen}\alpha + 2$
28. Opera: $\dfrac{(-2+3i)\cdot(1-2i)^2}{i^3}$ dando el resultado en forma binómica
29. Dado el número complejo $z = -1 + i$
    a) Ponlo en forma polar
    b) Calcula su quinta potencia
    c) Pon este resultado en forma binómica
30. Halla tres números complejos z que cumplan: $z^3 = 5i - 12$
31. Resuelve $4z^3 - 6z + 10 = 0$
32. Halla todos los números complejos con 10 de módulo tales que restándoles su conjugado resulte 12i
33. Halla las coordenadas de los puntos M y N que dividen en tres partes iguales al segmento de extremos: A(-2,5) B(4,-1)
34. Halla las coordenadas del punto P que está sobre el segmento de extremos: A(-2,5) B(4,-1) a doble distancia de A que de B.
35. Halla los dos vectores unitarios perpendiculares a $\vec{v} = (4,-3)$
36. Razona si los puntos $A\left(-\dfrac{1}{2}, 3\right) B(1,1)$ y $C\left(2, -\dfrac{1}{3}\right)$ están alineados.
37. Dados los vectores $\vec{u} = (3,-5)$ y $\vec{v} = (-2,4)$ evalúa la operación: $(2\vec{u})\cdot(\vec{v} - \vec{u})$
38. Halla el ángulo que forman las rectas $y = 2x + 3$ $\quad y = -x + 4$
39. Dado el triángulo de vértices: A(-3, 2) B(2, -1) C(5, 1) Halla las ecuaciones de sus tres mediatrices y el circuncentro
40. Un punto contenido en la recta $y = x - 4$ equidista de los puntos: A(-1,5) y B(3,1). Hállalo.
41. Demuestra que el cuadrilátero de vértices A(-3,-5) B(2,7) C(14,12) y D(9,0) es un rombo.
42. Determina la ecuación de la recta que pasa por B(4, -1) y es paralela a $5x - 8y + 12 = 0$
43. Dadas las rectas: $3x + 5y = 13$ $\quad 4x - 3y = -2$ determina la ecuación de la recta que pasa por su punto de intersección y es perpendicular a $5x - 8y + 12 = 0$
44. Halla el punto perteneciente a la recta $3x - 2y + 3 = 0$ más cercano al punto: A(3,-2) y calcula dicha distancia.
45. Halla el punto simétrico de P(3, 0) respecto de la recta $x + y - 3 = 0$
46. Calcula la distancia del punto (3, -1) a la recta $y = \dfrac{2 - 12x}{5}$
47. Estudia las rectas que disten doble de $2x - 3y = 7$ que de $-6x + 4y = 1$
48. Halla el área del triángulo de vértices: A(3,-2) B(-1,4) y C(0,-3)
49. ¿Cuántos caracteres es posible obtener en el alfabeto Morse, utilizando caracteres de uno, dos, tres, cuatro y cinco signos (puntos / rayas)?
50. De entre los números naturales de cinco cifras (entre 10.000 y 99.999):
    a) ¿Cuántos son capicúas? b) ¿Cuántos tienen sus cinco cifras distintas? c) ¿Cuántos tienen los mismos dígitos que 23.253?
51. Queremos escribir todas las palabras posibles que tengan las mismas 8 letras que Zaragoza.
    a) ¿Cuántas serían?
    b) ¿Cuántas empezarían por Z?
    c) ¿Y cuántas tienen las vocales separadas?
52. Queremos mezclar cuatro colores elegidos de entre los siete del arco iris. ¿Cuántas mezclas puedo hacer? ¿En cuántas de ellas está incluido el amarillo?

53. Un fabricante de cereales para desayuno decidió, para aumentar las ventas, meter en cada paquete un coche de juguete elegido al azar entre cuatro modelos distintos. Si se compran 4 paquetes de ese cereal, ¿Cual es la probabilidad de que:
a) los cuatro coches sean del mismo modelo?
b) se complete el juego de 4 modelos diferentes?
c) consigamos sólo dos modelos de coches?

54. En una ciudad, el porcentaje de habitantes que habla inglés es del 6%. Elegidas veinte personas al azar, calcula la probabilidad de que:
a) sólo uno hable inglés b) exactamente cinco hablen inglés c) al menos dos hablen inglés

55. Lanzamos al aire una moneda cargada de modo que la probabilidad de salir cara es 3/5. Si sale cara se escoge al azar un número del 1 al 9, y si sale cruz, del 1 al 5. Halla la probabilidad de escoger un número impar.

56. Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de que:
a) tengan el mismo palo
b) alguna de ellas sea figura (sota, caballo o rey)
c) sean una espada y una copa

57. Aproximadamente el porcentaje de personas con el hábito de fumar es del 35%. A lo largo de los años, en un centro médico han estimado que de entre los fumadores de los que se sospechaba que tenían cáncer de pulmón, lo tenían realmente un 90% , mientras que entre los no-fumadores el porcentaje de los que llegaban a tenerlo bajaba a un 5%. Calcula la probabilidad de que un paciente con cáncer, sea fumador.

58. Las temperaturas mínimas (en ºC) en varias ciudades del mundo han sido: 15º, 12º, 10º, 17º, –1º, 11º, 13º, 19º, 13º, 21º, 19º, 5º, 7º, –1º, –1º, 11º, 21º, 6º, 5º, 10º, 16º, 2º, –2º, 0º, 0º, 5º, 10º, –2º, 9º, 10º

Temperaturas mínimas	**Marca de Clase: x_i**	**Frecuencia Absoluta: f_i**	$x_i \cdot f_i$	$(x_i)^2$	$(x_i)^2 \cdot f_i$
[0, 5)					
[5, 10)					
[10, 15)					
[15, 20)					
[20, 25)					
[25, 30)					
[30, 35)					

Halla la media aritmética, la moda, la mediana, la desviación típica y la varianza.

59. Halla la esperanza matemática y la varianza de la variable aleatoria que estudia el resultado del lanzamiento de un dado de parchís.

60. Un cazador tiene un porcentaje de aciertos del 80%. Realizados 1000 lanzamientos, plantea los cálculos (sin evaluarlos) necesarios para calcular la probabilidad de que acierte entre 650 y 810 tiros (ambos inclusive).

Aproxima este cálculo, con la corrección de continuidad, mediante la distribución normal.

61. Sea ***X*** una variable aleatoria con distribución normal N(0, 1). Calcula:
a) $P[X \le 2'38]$ b) $P[X > 0'82]$ c) $P[X \le -0'36]$ d) $P[-2'07 < X \le 3'12]$ e) $P[|X| \le 1'53]$

62. Sea ***X*** una variable aleatoria con distribución normal N(0, 1). Calcula ***a*** siendo:
a) $P[X \le a] = 0'73$ b) $P[X \le a] = 0'42$

63. Sea ***X*** una variable aleatoria con distribución normal N(4'1, 2'5). Calcula $P[3 < X \le 5]$

64. Sea ***X*** una variable aleatoria con distribución normal N($\boldsymbol{\mu}$, 0'5). Calcula $\boldsymbol{\mu}$ sabiendo que $P[X \le 2] = 0'31$

65. Sea ***X*** una variable aleatoria con distribución normal N(2, $\boldsymbol{\sigma}$). Calcula $\boldsymbol{\sigma}$ sabiendo que $P[X \le 1'87] = 0'42$

66. Escribe el término general de la sucesión: $\frac{3}{5}, \frac{9}{8}, \frac{27}{11}, \frac{81}{14}, ...$

67. En una progresión geométrica $a_5 = 6$ y $a_8 = 162$. Halla la suma de los 10 primeros términos.

68. Calcula la siguiente suma de infinitos sumandos: 72 +24 +8 + ...

69. Una ciudad tenía 335.481 habitantes en el año 1995 y 361.681 en en año 2000. Suponiendo que el crecimiento sigue una progresión aritmética haz un estimación de los habitantes que tuvo en 1999 y los que tendrá en 2010.

70. Halla:

a) $\lim \frac{4n^2 - 6n + 2}{3 - 2n}$ **b)** $\lim \frac{2n^2 - 4n + 1}{3n^2 + 6}$ **c)** $\lim \frac{n^2 - 5n - 2}{2n^3 + n^2 - 4n + 1}$ **d)** $\lim \left(\frac{n^2 + 1}{n + 2} - \frac{n^2}{n - 1} \right)$

e) $\lim (3^{5-9n})$ **f)** $\lim (0'2^{2n+5})$ **g)** $\lim (0'2^{5-9n})$ **h)** $\lim (3^{2n+5})$

71. Halla la función recíproca de $f(x) = \frac{x - 3}{1 - 2x}$

72. Dadas las funciones $f(x) = \frac{x^2}{2 - x}$ y $g(x) = \frac{3}{x}$ escribe la expresión simplificada de la función compuesta $f \circ g$

73. Halla el dominio de estas funciones:

a) $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 5x + 6}$ **b)** $f(x) = \log \left(\frac{x + 4}{2x - 3} \right)$ **c)** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x - 6}}$

74. Estudia el dominio, las asíntotas y representa gráficamente la función: $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + 3x - 4}$

75. Estudia el dominio, las discontinuidades y esboza la gráfica de $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \textbf{Si } x \le -2 \\ 1 - x^2 & \textbf{Si } -2 < x \le 1 \\ \frac{x - 1}{x - 3} & \textbf{Si } x > 1 \end{cases}$

76. Halla: a) $\mathop{Lim}\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8}$ b) $\mathop{Lim}\limits_{x \to -1} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 2}}{x + 1}$ c) $\mathop{Lim}\limits_{x \to 3^-} \frac{x^2}{x^2 - 2x - 3}$ d) $\mathop{Lim}\limits_{x \to 3^+} \frac{x^2}{x^2 - 2x - 3}$

77. El peso que una plancha de cierto material es capaz de soportar depende de la edad de la misma según la siguiente función (el peso P en toneladas; t representa la edad en años de la plancha):

$$P(t) = \begin{cases} 50 - t^2 & \text{Si } 0 \le t \le 3 \\ 56 - \frac{20t}{t + 1} & \text{Si } t > 3 \end{cases}$$

a) ¿Es el peso una función continua de la edad?

b) Dicen que por mucho tiempo que transcurra, la plancha *siempre* aguantará más de 40 toneladas. ¿Estás de acuerdo?

78. Dada la función $f(x) = x(3 - x)$, halla $f'(-1)$ aplicando la definición de derivada.

79. Deriva:

a) $y = arcsen\sqrt{\frac{x + 2}{x - 2}}$ **b)** $y = \log_3 \frac{tg(2x)}{\cos^3(2x)}$ **c)** $y = \frac{(3 - x)^3 \cdot e^{-x}}{1 + x^2}$ d) $y = \frac{(2x - 1) \cdot sen^3(1 - x)}{\ln^3 x}$