

**Funciones en exámenes BI - NM**

May 06

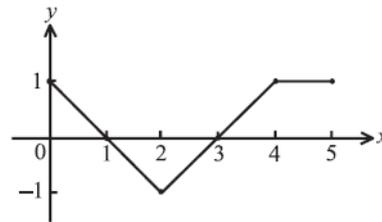
Let  $f(x) = x^3 - 4$  and  $g(x) = 2x$ .

(a) Find  $(g \circ f)(-2)$ .

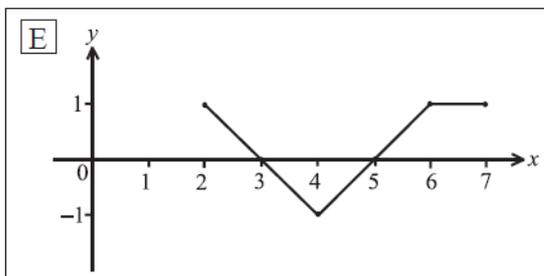
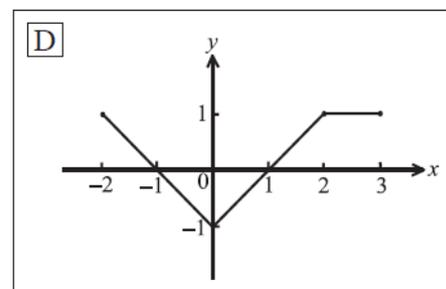
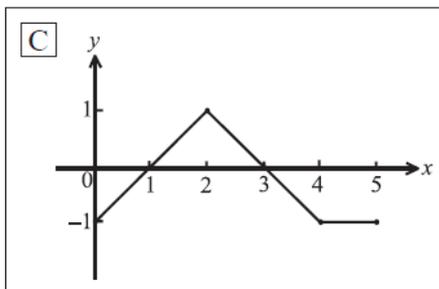
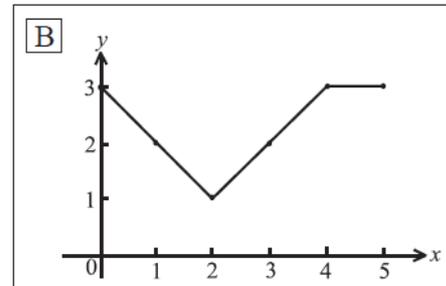
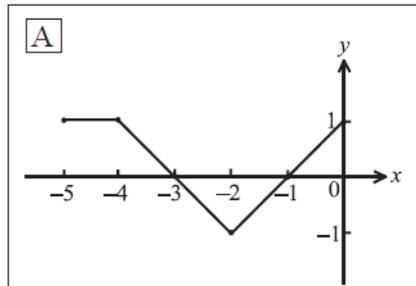
(b) Find  $f^{-1}(x)$ .

May 06

The following diagram shows part of the graph of  $f(x)$ .



Consider the five graphs in the diagrams labelled A, B, C, D, E below.



(a) Which diagram is the graph of  $f(x+2)$ ?

(b) Which diagram is the graph of  $-f(x)$ ?

(c) Which diagram is the graph of  $f(-x)$ ?

May 06

Considere las funciones  $f$  y  $g$  donde  $f(x) = 3x - 5$  y  $g(x) = x - 2$ .

- Halle la función inversa,  $f^{-1}$ .
- Dado que  $g^{-1}(x) = x + 2$ , halle  $(g^{-1} \circ f)(x)$ .
- Dado también que  $(f^{-1} \circ g)(x) = \frac{x+3}{3}$ , resuelva  $(f^{-1} \circ g)(x) = (g^{-1} \circ f)(x)$ .

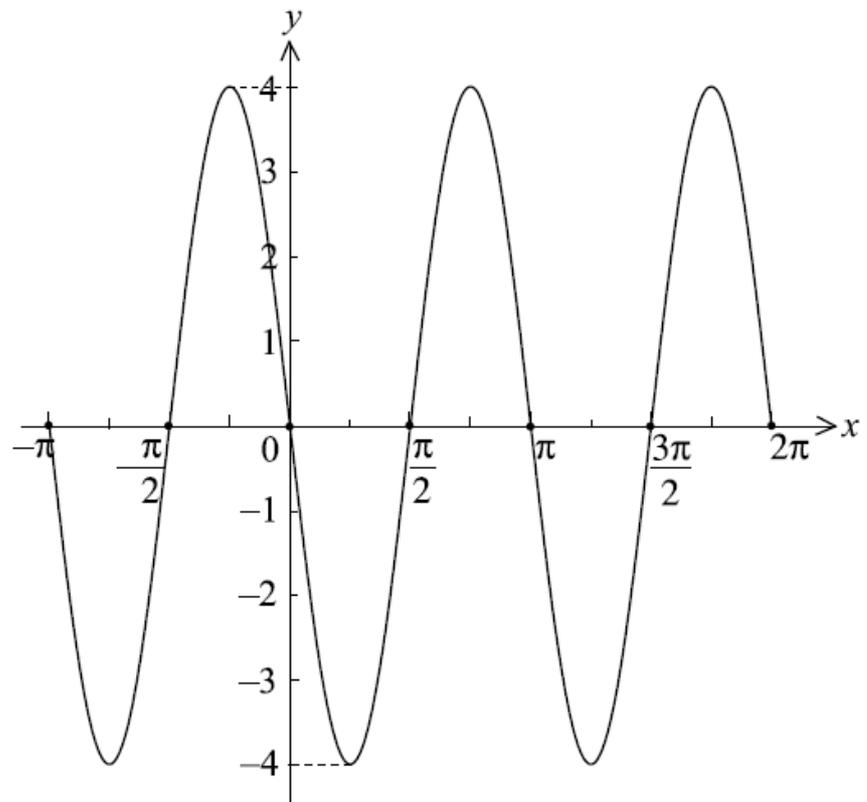
May 06

Let  $f(x) = a(x - 4)^2 + 8$ .

- Write down the coordinates of the vertex of the curve of  $f$ .
- Given that  $f(7) = -10$ , find the value of  $a$ .
- Hence find the  $y$ -intercept of the curve of  $f$ .

May 06

Let  $f(x) = a \sin b(x - c)$ . Part of the graph of  $f$  is given below.



Given that  $a$ ,  $b$  and  $c$  are positive, find the value of  $a$ , of  $b$  and of  $c$ .

May 06

- (a) Expresa
- $y = 2x^2 - 12x + 23$
- en la forma
- $y = 2(x - c)^2 + d$
- .

La gráfica de  $y = x^2$  se transforma en la gráfica de  $y = 2x^2 - 12x + 23$  mediante las transformaciones

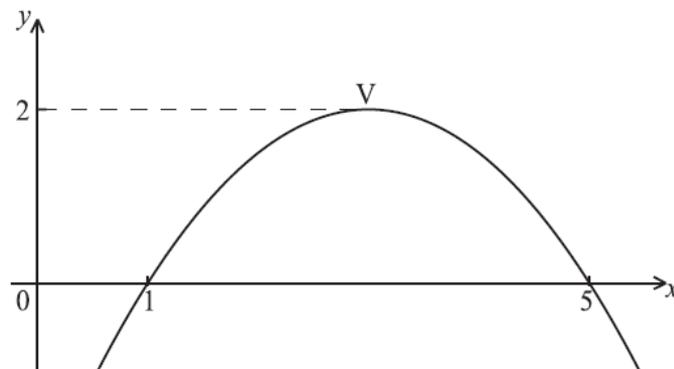
un estiramiento vertical de razón  $k$  **seguido de**  
una traslación horizontal de  $p$  unidades **seguida de**  
una traslación vertical de  $q$  unidades.

- (b) Escriba el valor de

- (i)  $k$ ;  
(ii)  $p$ ;  
(iii)  $q$ .

Nov 06

Part of the graph of the function  $y = d(x - m)^2 + p$  is given in the diagram below. The  $x$ -intercepts are  $(1, 0)$  and  $(5, 0)$ . The vertex is  $V(m, 2)$ .



- (a) Write down the value of

- (i)  $m$ ;  
(ii)  $p$ .

- (b) Find
- $d$
- .

Nov 06

Let  $g(x) = 3x - 2$ ,  $h(x) = \frac{5x}{x - 4}$ ,  $x \neq 4$ .

- (a) Find an expression for
- $(h \circ g)(x)$
- . Simplify your answer.

- (b) Solve the equation
- $(h \circ g)(x) = 0$
- .

Mayo 07

Considere dos funciones cuadráticas distintas, ambas de la forma  $f(x) = 4x^2 - qx + 25$ . El gráfico de cada función tiene su vértice sobre el eje  $x$ .

- (a) Halle los dos valores de  $q$ .  
(b) Para el mayor valor de  $q$ , resuelva  $f(x) = 0$ .  
(c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre las dos gráficas.

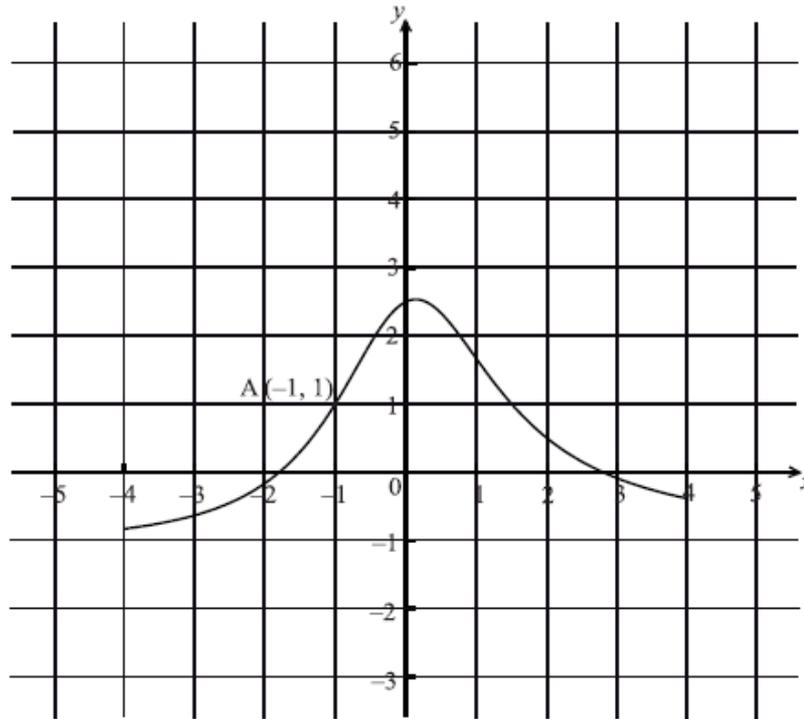
Mayo 07

Sea  $f(x) = \sqrt{x+4}$ ,  $x \geq -4$  y  $g(x) = x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- (a) Halle  $(g \circ f)(3)$ .
- (b) Halle  $f^{-1}(x)$ .
- (c) Escriba el dominio de  $f^{-1}$ .

Mayo 07

El siguiente diagrama muestra la gráfica de una función  $f$ . El punto  $A(-1, 1)$  pertenece a la gráfica, e  $y = -1$  es una asíntota horizontal.



- (a) Sea  $g(x) = f(x-1) + 2$ . Dibuje aproximadamente la gráfica de  $g$  en el diagrama anterior.
- (b) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal de  $g$ .
- (c) Sea  $A'$  el punto en la gráfica de  $g$  que se corresponde con el punto  $A$ . Escriba las coordenadas de  $A'$ .

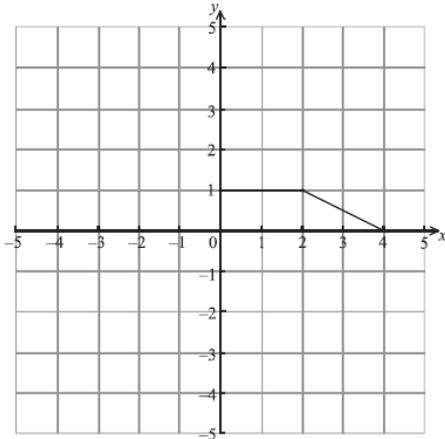
Mayo 07

The functions  $f(x)$  and  $g(x)$  are defined by  $f(x) = e^x$  and  $g(x) = \ln(1 + 2x)$

- (a) Write down  $f^{-1}(x)$ .
- (b) (i) Find  $(f \circ g)(x)$ .
- (ii) Find  $(f \circ g)^{-1}(x)$ .

Mayo 07

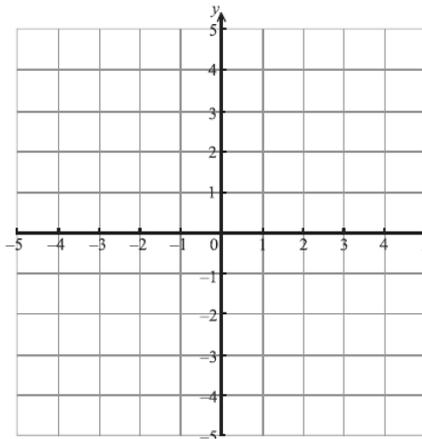
The graph of the function  $y = f(x)$ ,  $0 \leq x \leq 4$ , is shown below.



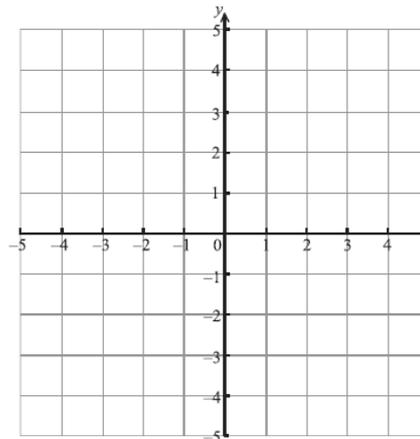
(a) Write down the value of

- (i)  $f'(1)$ ;
- (ii)  $f'(3)$ .

(b) On the diagram below, draw the graph of  $y = 3f(-x)$ .

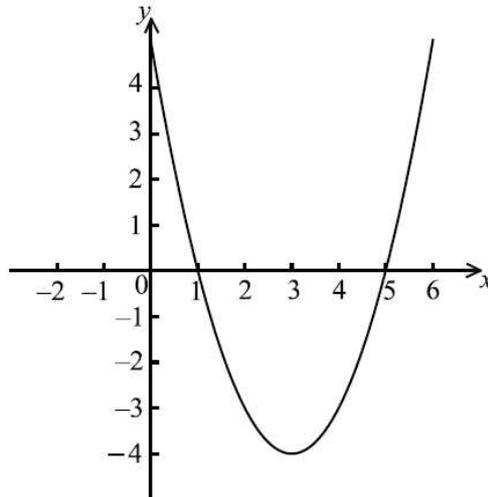


(c) On the diagram below, draw the graph of  $y = f(2x)$ .



Mayo 07

The following diagram shows part of the graph of a quadratic function, with equation in the form  $y = (x - p)(x - q)$ , where  $p, q \in \mathbb{Z}$ .



(a) Write down

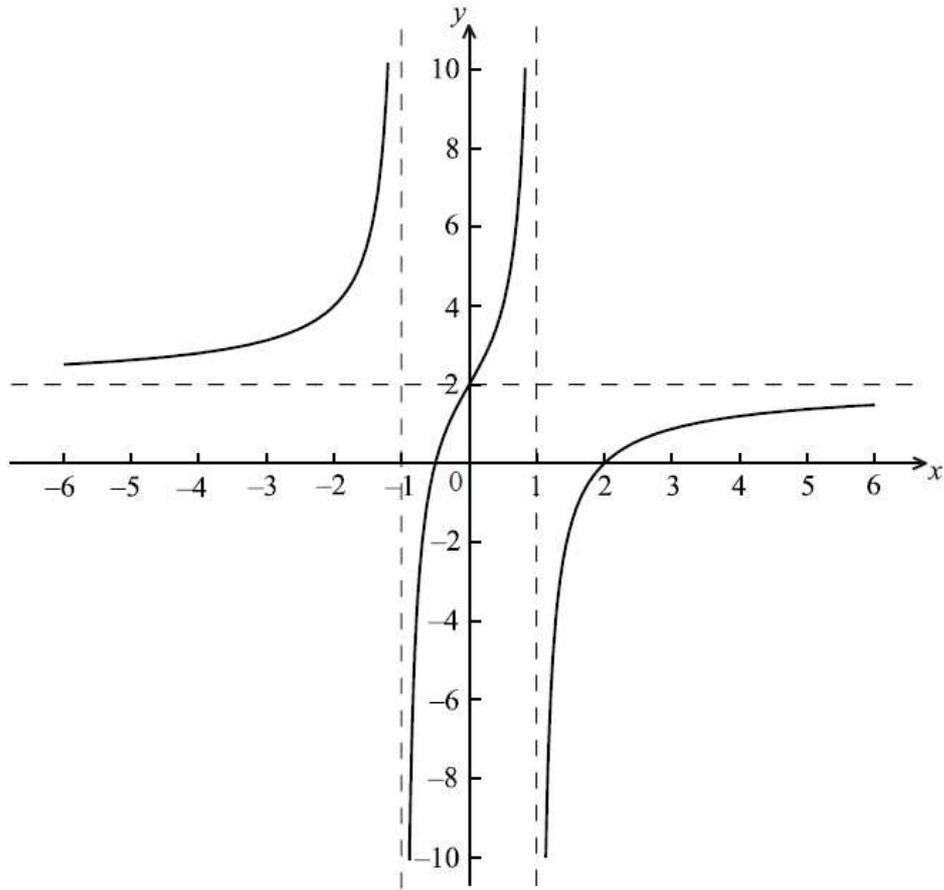
- (i) the value of  $p$  and of  $q$ ;
- (ii) the equation of the axis of symmetry of the curve.

(b) Find the equation of the function in the form  $y = (x - h)^2 + k$ , where  $h, k \in \mathbb{Z}$ .

Mayo 07

Sea  $f(x) = p - \frac{3x}{x^2 - q^2}$ , donde  $p, q \in \mathbb{R}^+$ .

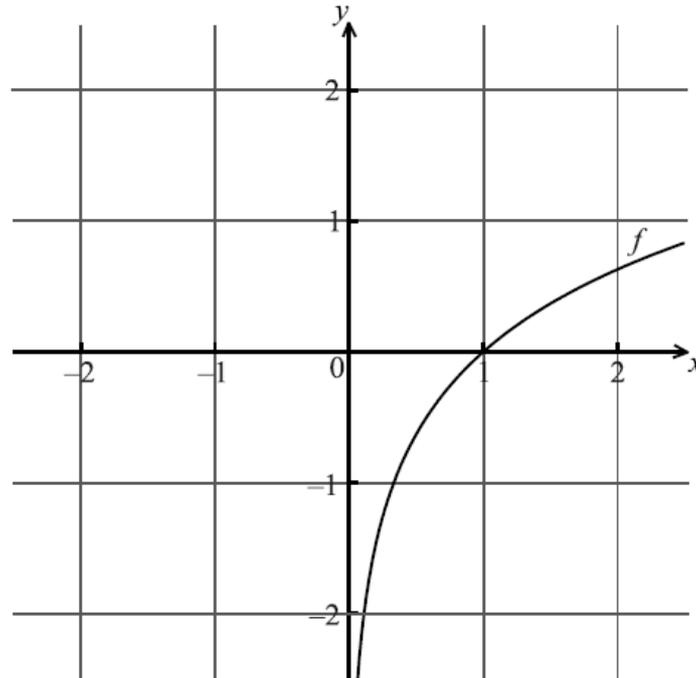
A continuación se muestra una parte de la gráfica de  $f$ , incluyendo las asíntotas.



- (a) Las ecuaciones de las asíntotas son, respectivamente,  $x=1$ ,  $x=-1$ ,  $y=2$ .  
Escriba el valor de
- (i)  $p$ ;
  - (ii)  $q$ .
- (b) Sea  $R$  la región delimitada por la gráfica de  $f$ , el eje  $x$  y el eje  $y$ .
- (i) Halle la intersección de  $f$  con el semieje  $x$  negativo.

Nov 07

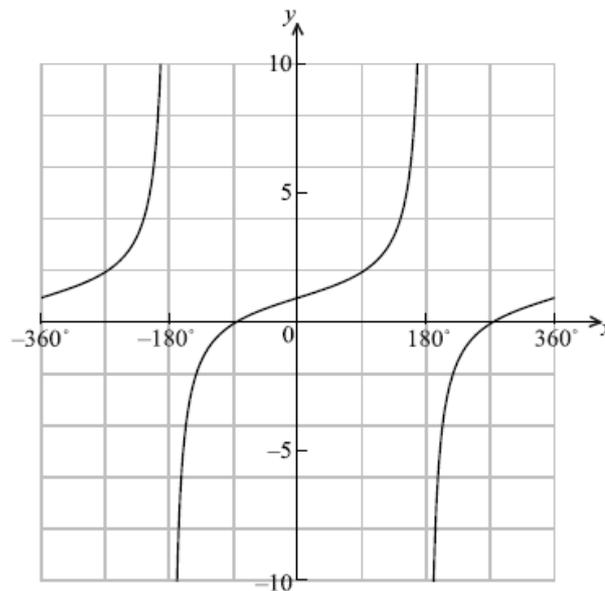
The diagram below shows part of the graph of  $f$ .



On the same diagram, sketch the graph of  $f^{-1}$ .

Nov 07

The diagram below shows the graph of  $f(x) = 1 + \tan\left(\frac{x}{2}\right)$  for  $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

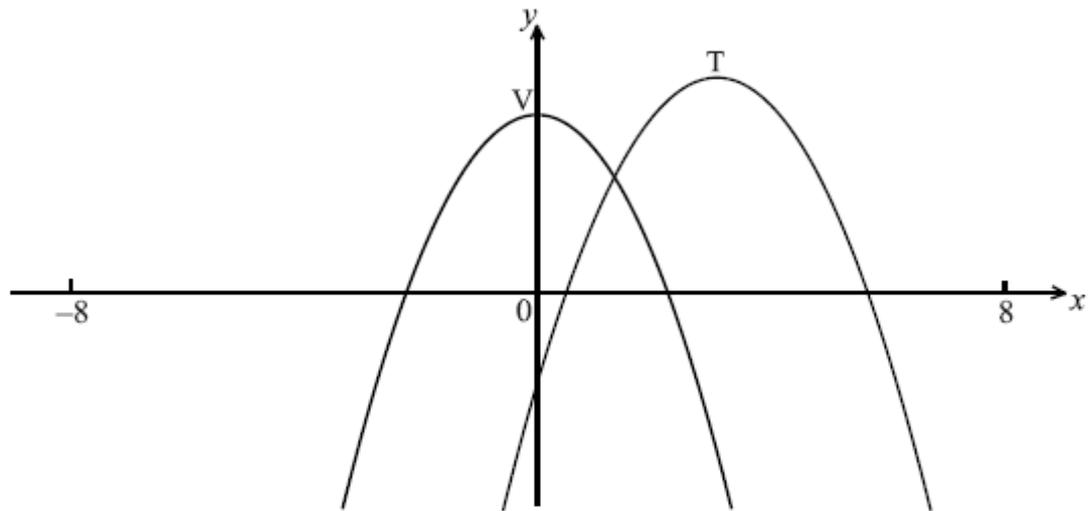


- (a) On the same diagram, draw the asymptotes.
- (b) Write down
  - (i) the period of the function;
  - (ii) the value of  $f(90^\circ)$ .
- (c) Solve  $f(x) = 0$  for  $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

Nov 07

The following diagram shows part of the graph of  $f(x) = 5 - x^2$  with vertex  $V(0, 5)$ .

Its image  $y = g(x)$  after a translation with vector  $\begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$  has vertex  $T(3, 6)$ .



- (a) Write down the value of
- (i)  $h$ ;
  - (ii)  $k$ .
- (b) Write down an expression for  $g(x)$ .
- (c) On the same diagram, sketch the graph of  $y = g(-x)$ .

Muestra  
08 (P1)

Consider  $f(x) = \sqrt{x - 5}$ .

- (a) Find
- (i)  $f(11)$ ;
  - (ii)  $f(86)$ ;
  - (iii)  $f(5)$ .
- (b) Find the values of  $x$  for which  $f$  is undefined.
- (c) Let  $g(x) = x^2$ . Find  $(g \circ f)(x)$ .

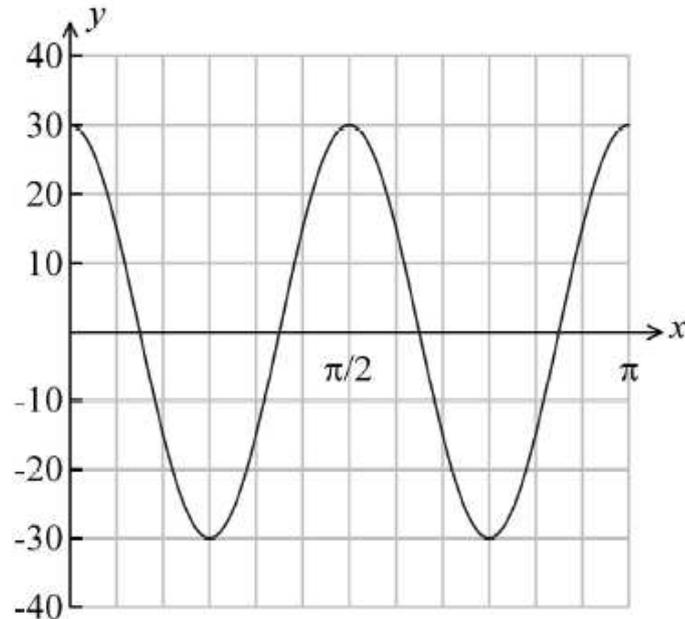
Muestra  
08 (P1)

The quadratic function  $f$  is defined by  $f(x) = 3x^2 - 12x + 11$ .

- Write  $f$  in the form  $f(x) = 3(x-h)^2 - k$ .
- The graph of  $f$  is translated 3 units in the positive  $x$ -direction and 5 units in the positive  $y$ -direction. Find the function  $g$  for the translated graph, giving your answer in the form  $g(x) = 3(x-p)^2 + q$ .

Muestra  
08 (P1)

The graph of a function of the form  $y = p \cos qx$  is given in the diagram below.



- Write down the value of  $p$ .
- Calculate the value of  $q$ .

Muestra  
08 (P1)

Let  $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$ .

- Express  $f(x)$  in the form  $f(x) = 2(x-h)^2 - k$ .
- Write down the vertex of the graph of  $f$ .
- Write down the equation of the axis of symmetry of the graph of  $f$ .
- Find the  $y$ -intercept of the graph of  $f$ .
- The  $x$ -intercepts of  $f$  can be written as  $\frac{p \pm \sqrt{q}}{r}$ , where  $p, q, r \in \mathbb{Z}$ . Find the value of  $p$ , of  $q$ , and of  $r$ .

Muestra  
08 (P1)

Let  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ .

(a) Sketch the graph of  $f$ .

The graph of  $f$  is transformed to the graph of  $g$  by a translation of  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

(b) Find an expression for  $g(x)$ .

(c) (i) Find the intercepts of  $g$ .

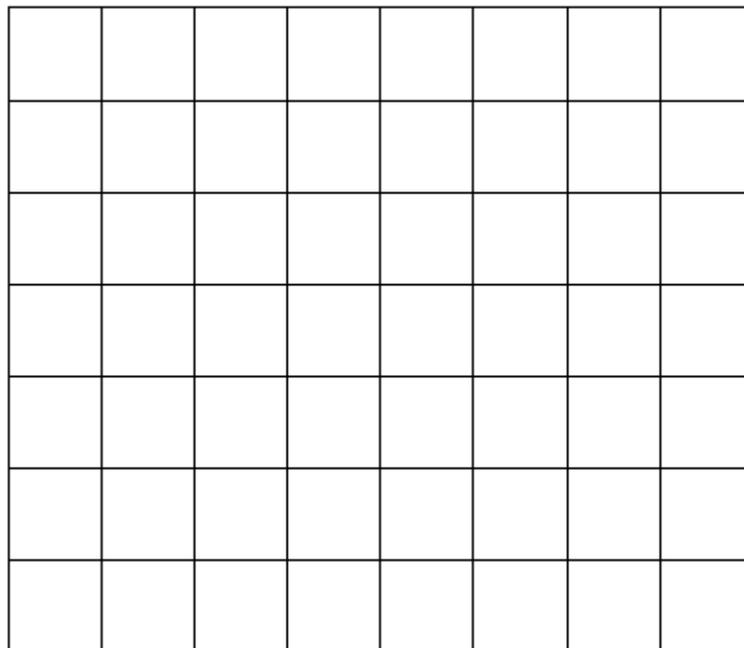
(ii) Write down the equations of the asymptotes of  $g$ .

(iii) Sketch the graph of  $g$ .

Muestra  
08 (P1)

The function  $f$  is defined by  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{9-x^2}}$ , for  $-3 < x < 3$ .

(a) On the grid below, sketch the graph of  $f$ .



(b) Write down the equation of each vertical asymptote.

(c) Write down the range of the function  $f$ .

Muestra  
08 (P1)

A spring is suspended from the ceiling. It is pulled down and released, and then oscillates up and down. Its length,  $l$  centimetres, is modelled by the function  $l = 33 + 5 \cos((720t)^\circ)$ , where  $t$  is time in seconds after release.

- Find the length of the spring after 1 second.
- Find the minimum length of the spring.
- Find the first time at which the length is 33 cm.
- What is the period of the motion?

Muestra  
08 (P2)

The functions  $f$  and  $g$  are defined by  $f : x \mapsto 3x$ ,  $g : x \mapsto x + 2$

- Find an expression for  $(f \circ g)(x)$ .
- Find  $f^{-1}(18) + g^{-1}(18)$ .

Mayo 08  
(P1)

Let  $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$ .

- Show that  $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$ .
- For the graph of  $f$ 
  - write down the coordinates of the vertex;
  - write down the **equation** of the axis of symmetry;
  - write down the  $y$ -intercept;
  - find both  $x$ -intercepts.
- Hence** sketch the graph of  $f$ .
- Let  $g(x) = x^2$ . The graph of  $f$  may be obtained from the graph of  $g$  by the two transformations:

a stretch of scale factor  $t$  in the  $y$ -direction

followed by

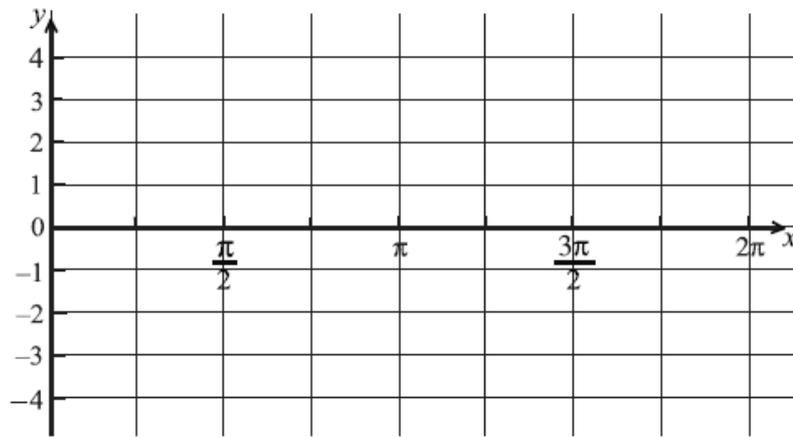
a translation of  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ .

Find  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  and the value of  $t$ .

Mayo 08  
(P1)

Consider  $g(x) = 3 \sin 2x$ .

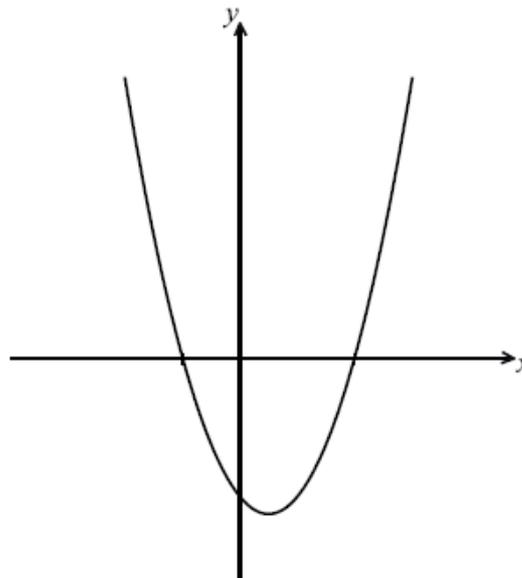
- (a) Write down the period of  $g$ .
- (b) On the diagram below, sketch the curve of  $g$ , for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .



- (c) Write down the number of solutions to the equation  $g(x) = 2$ , for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

Mayo 08  
(P1)

The following diagram shows part of the graph of  $f$ , where  $f(x) = x^2 - x - 2$



- (a) Find both  $x$ -intercepts.
- (b) Find the  $x$ -coordinate of the vertex.

Mayo 08  
(P1)

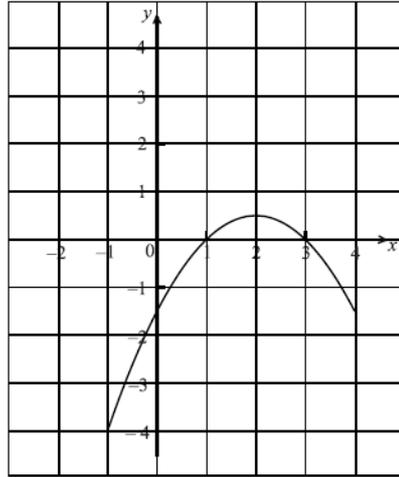
Let  $f(x) = \ln(x+5) + \ln 2$ , for  $x > -5$ .

- (a) Find  $f^{-1}(x)$ .

Let  $g(x) = e^x$ .

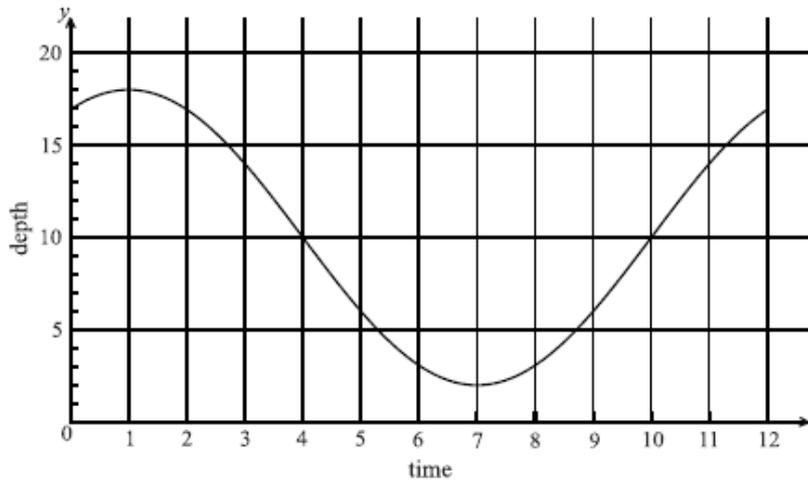
- (b) Find  $(g \circ f)(x)$ , giving your answer in the form  $ax + b$ , where  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

Mayo 08 (P1) Part of the graph of a function  $f$  is shown in the diagram below.

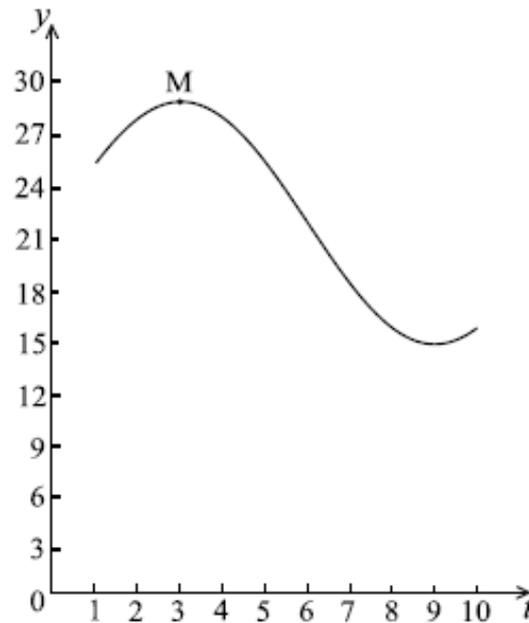


- (a) On the same diagram sketch the graph of  $y = -f(x)$ .
- (b) Let  $g(x) = f(x+3)$ .
  - (i) Find  $g(-3)$ .
  - (ii) Describe fully the transformation that maps the graph of  $f$  to the graph of  $g$ .

Mayo 08 (P2) The following graph shows the depth of water,  $y$  metres, at a point P, during one day. The time  $t$  is given in hours, from midnight to noon.



- (a) Use the graph to write down an estimate of the value of  $t$  when
  - (i) the depth of water is minimum;
  - (ii) the depth of water is maximum;
  - (iii) the depth of the water is increasing most rapidly.
- (b) The depth of water can be modelled by the function  $y = A \cos(B(t-1)) + C$ .
  - (i) Show that  $A = 8$ .
  - (ii) Write down the value of  $C$ .
  - (iii) Find the value of  $B$ .
- (c) A sailor knows that he cannot sail past P when the depth of the water is less than 12 m. Calculate the values of  $t$  between which he cannot sail past P.

Nov 08  
(P1)Let  $f(t) = a \cos b(t-c) + d$ ,  $t \geq 0$ . Part of the graph of  $y = f(t)$  is given below.When  $t = 3$ , there is a maximum value of 29, at M.When  $t = 9$ , there is a minimum value of 15.

- (a) (i) Find the value of  $a$ .
- (ii) Show that  $b = \frac{\pi}{6}$ .
- (iii) Find the value of  $d$ .
- (iv) Write down a value for  $c$ .

The transformation  $P$  is given by a horizontal stretch of a scale factor of  $\frac{1}{2}$ , followed by a translation of  $\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$ .

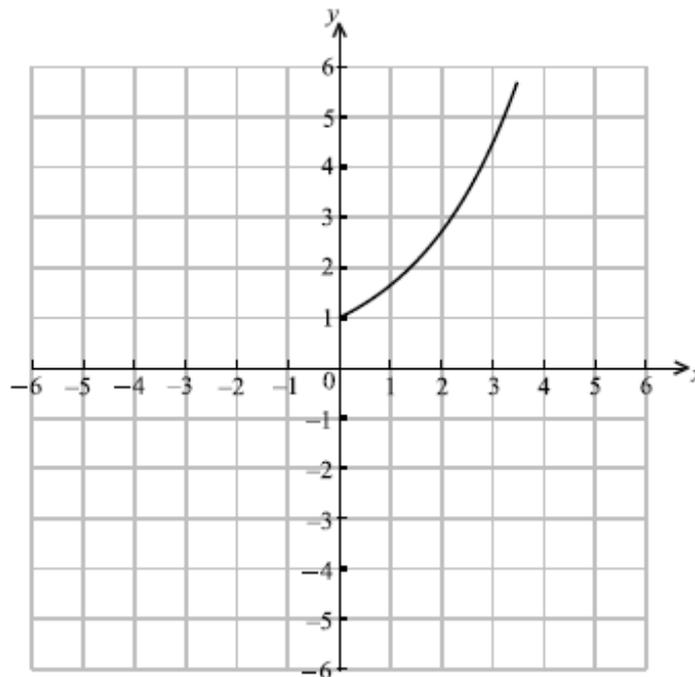
- (b) Let  $M'$  be the image of M under  $P$ . Find the coordinates of  $M'$ .

The graph of  $g$  is the image of the graph of  $f$  under  $P$ .

- (c) Find  $g(t)$  in the form  $g(t) = 7 \cos B(t-C) + D$ .
- (d) Give a full geometric description of the transformation that maps the graph of  $g$  to the graph of  $f$ .

Nov 08  
(P1)

Let  $f$  be the function given by  $f(x) = e^{0.5x}$ ,  $0 \leq x \leq 3.5$ . The diagram shows the graph of  $f$ .



- (a) On the same diagram, sketch the graph of  $f^{-1}$ .
- (b) Write down the range of  $f^{-1}$ .
- (c) Find  $f^{-1}(x)$ .

Nov 08  
(P2)

Let  $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ .

- (a) Express  $f(x)$  in the form  $f(x) = 2(x - h)^2 + k$ .
- (b) Write down the equation of the axis of symmetry of the graph of  $f$ .
- (c) Express  $f(x)$  in the form  $f(x) = 2(x - p)(x - q)$ .

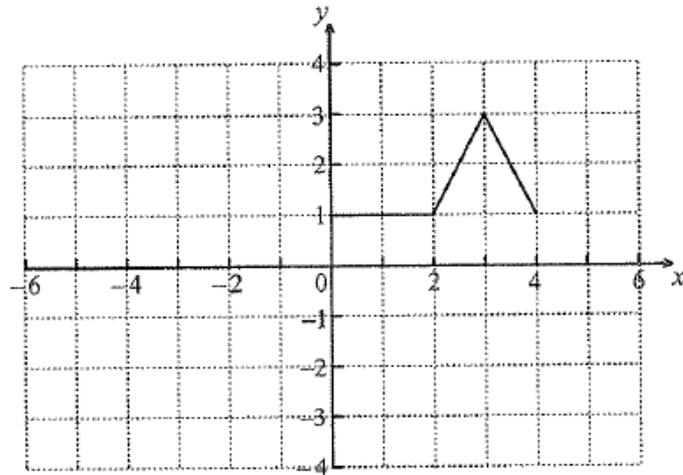
Mayo 09  
(P1)

Let  $f(x) = x^2$  and  $g(x) = 2(x - 1)^2$ .

- (a) The graph of  $g$  can be obtained from the graph of  $f$  using two transformations. Give a full geometric description of each of the two transformations.
- (b) The graph of  $g$  is translated by the vector  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  to give the graph of  $h$ .  
The point  $(-1, 1)$  on the graph of  $f$  is translated to the point P on the graph of  $h$ . Find the coordinates of P.

Mayo 09  
(P2)

Consider the graph of  $f$  shown below.



(a) On the same grid sketch the graph of  $y = f(-x)$ .

The following four diagrams show **images** of  $f$  under different transformations.

Diagram A

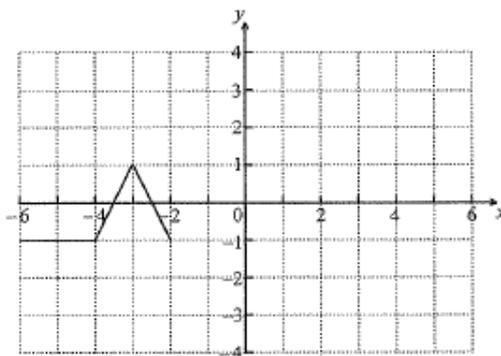


Diagram B

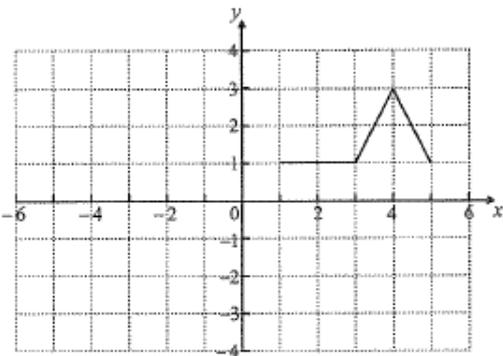


Diagram C

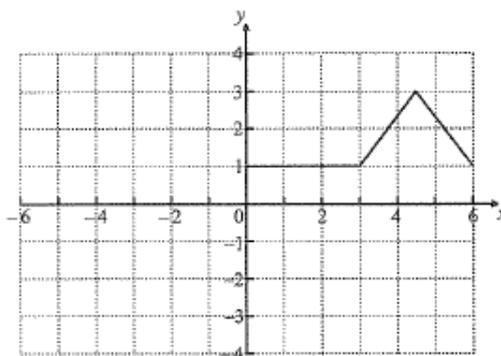
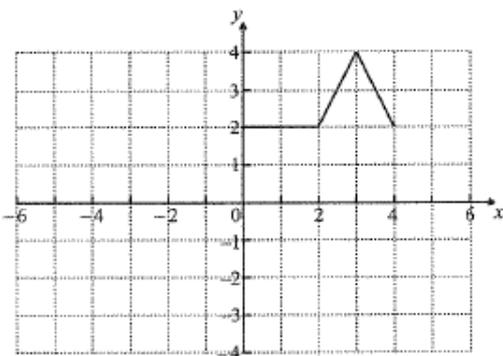


Diagram D



(b) Complete the following table.

Description of transformation	Diagram letter
Horizontal stretch with scale factor 1.5	
Maps $f$ to $f(x)+1$	

(c) Give a full geometric description of the transformation that gives the image in Diagram A.

Mayo 09  
(P1)

Let  $f(x) = e^{x+3}$ .

- (a) (i) Show that  $f^{-1}(x) = \ln x - 3$ .
- (ii) Write down the domain of  $f^{-1}$ .
- (b) Solve the equation  $f^{-1}(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ .

Mayo 09  
(P1)

Let  $f(x) = x^2$  and  $g(x) = 2x - 3$ .

- (a) Find  $g^{-1}(x)$ .
- (b) Find  $(f \circ g)(4)$ .

Mayo 09  
(P2)

Let  $f(x) = \frac{3x}{2} + 1$ ,  $g(x) = 4 \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 1$ . Let  $h(x) = (g \circ f)(x)$ .

- (a) Find an expression for  $h(x)$ .
- (b) Write down the period of  $h$ .
- (c) Write down the range of  $h$ .

Nov 09  
P1#1

Sean  $f(x) = 2x^3 + 3$  y  $g(x) = e^{3x} - 2$ .

- (a) (i) Halle  $g(0)$ .
- (ii) Halle  $(f \circ g)(0)$ .

(b) Halle  $f^{-1}(x)$ .

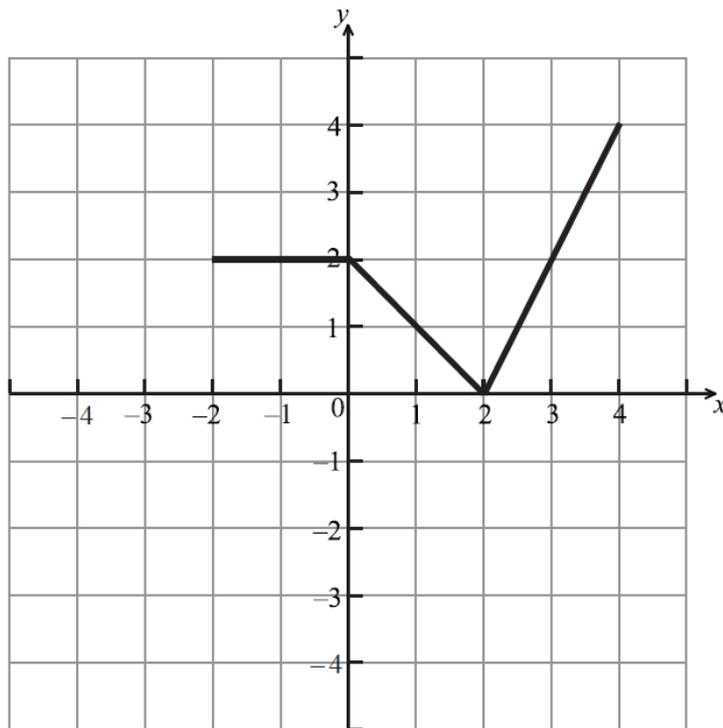
Nov 09  
P1#7

Sea  $f(x) = k \log_2 x$ .

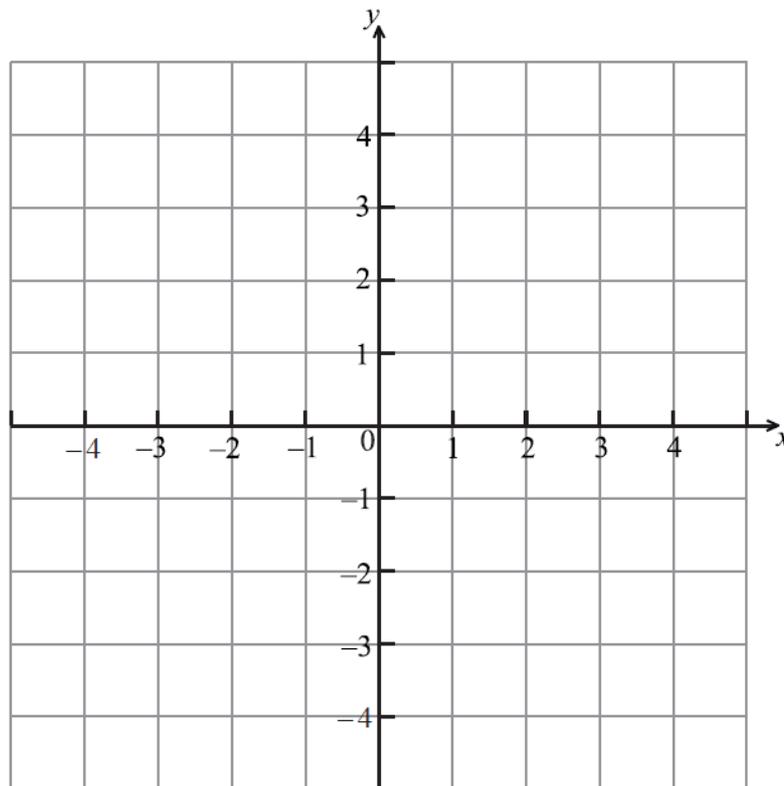
- (a) Sabiendo que  $f^{-1}(1) = 8$ , halle el valor de  $k$ .
- (b) Halle  $f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ .

Nov 09  
P1#4

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función  $f(x)$ , para  $-2 \leq x \leq 4$ .



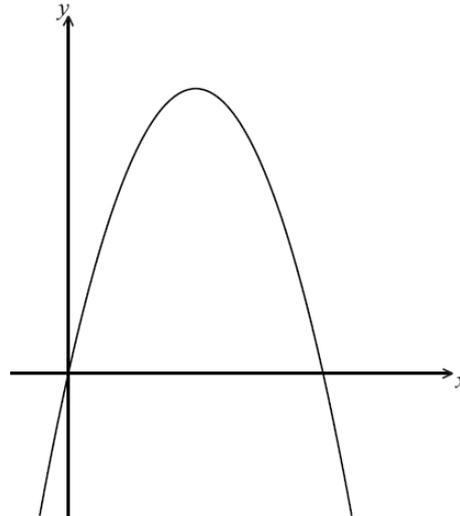
- (a) Sea  $h(x) = f(-x)$ . Dibuje aproximadamente la gráfica de  $h$  en la siguiente cuadrícula.



- (b) Sea  $g(x) = \frac{1}{2}f(x-1)$ . El punto  $A(3, 2)$  de la gráfica de  $f$  se transforma en el punto  $P$  de la gráfica de  $g$ . Halle las coordenadas de  $P$ .

Mayo 10 Let  $f(x) = 8x - 2x^2$ . Part of the graph of  $f$  is shown below.

TZ1  
P1#1



- (a) Find the  $x$ -intercepts of the graph.
- (b) (i) Write down the equation of the axis of symmetry.
- (ii) Find the  $y$ -coordinate of the vertex.

Mayo 10 Let  $f(x) = \log_3 \sqrt{x}$ , for  $x > 0$ .

TZ1  
P1#7

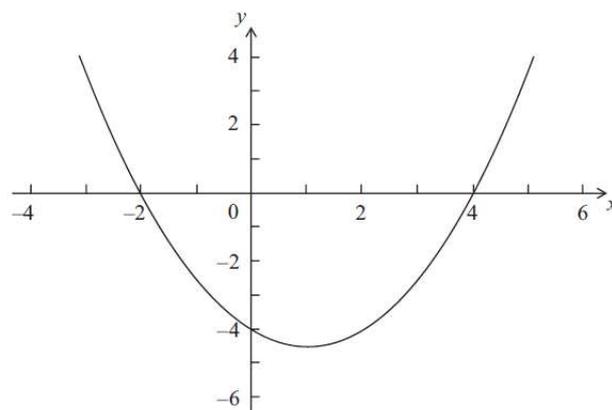
- (a) Show that  $f^{-1}(x) = 3^{2x}$ .
- (b) Write down the range of  $f^{-1}$ .

Let  $g(x) = \log_3 x$ , for  $x > 0$ .

- (c) Find the value of  $(f^{-1} \circ g)(2)$ , giving your answer as an integer.

Mayo 10 Sea  $f(x) = p(x-q)(x-r)$ . A continuación se muestra una parte de la gráfica de  $f$ .

TZ2  
P1#1



La gráfica pasa por los puntos  $(-2, 0)$ ,  $(0, -4)$  y  $(4, 0)$ .

- (a) Escriba el valor de  $q$  y el de  $r$ .
- (b) Escriba la **ecuación** del eje de simetría.
- (c) Halle el valor de  $p$ .

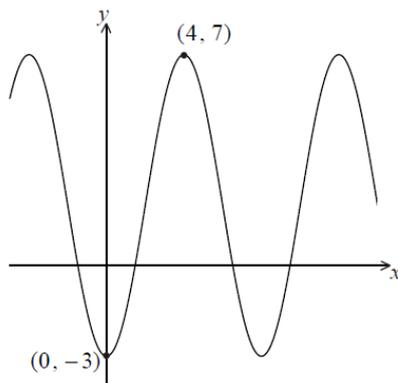
Mayo 10  
TZ2  
P1#4

Sean  $f(x) = \cos 2x$  y  $g(x) = 2x^2 - 1$ .

- (a) Halle  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .
- (b) Halle  $(g \circ f)\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .
- (c) Sabiendo que  $(g \circ f)(x)$  se puede escribir como  $\cos(kx)$ , halle el valor de  $k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Mayo 10  
TZ1  
P2#5

The graph of  $y = p \cos qx + r$ , for  $-5 \leq x \leq 14$ , is shown below.

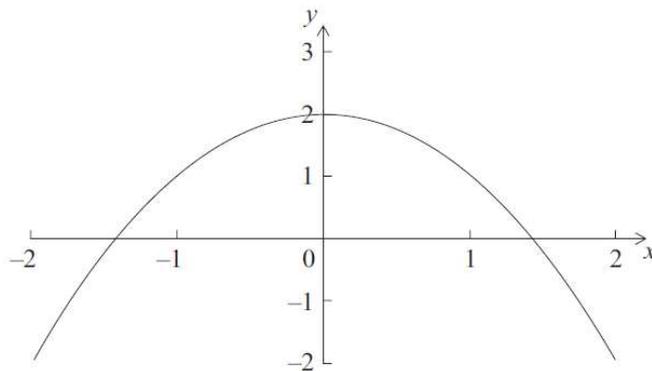


There is a minimum point at  $(0, -3)$  and a maximum point at  $(4, 7)$ .

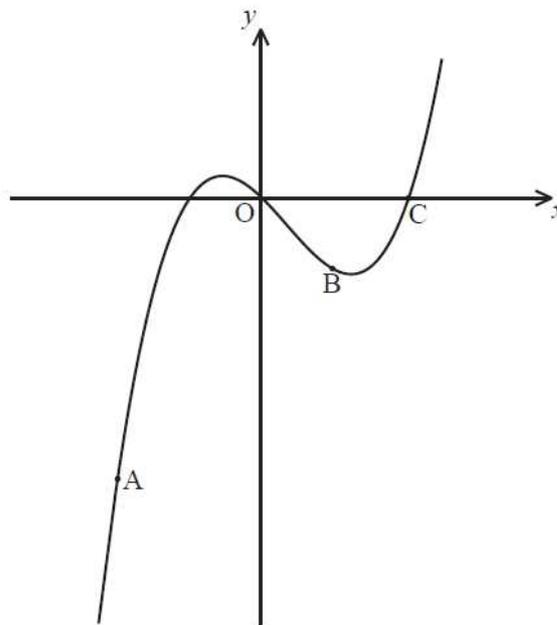
- (a) Find the value of
  - (i)  $p$ ;
  - (ii)  $q$ ;
  - (iii)  $r$ .
- (b) The equation  $y = k$  has exactly **two** solutions. Write down the value of  $k$ .

Mayo 10  
TZ2  
P2#5

Sean  $f(x) = 2 - x^2$ , para  $-2 \leq x \leq 2$  y  $g(x) = \text{sen } e^x$ , para  $-2 \leq x \leq 2$ . A continuación se muestra la gráfica de  $f$ .



- (a) En el diagrama anterior, dibuje aproximadamente la gráfica de  $g$ .
- (b) Resuelva  $f(x) = g(x)$ .
- (c) Escriba el conjunto de valores de  $x$  tales que  $f(x) > g(x)$ .

Nov 10  
P1#9Sean  $f(x) = x^2 + 4$  y  $g(x) = x - 1$ .(a) Halle  $(f \circ g)(x)$ .El vector  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  traslada la gráfica de  $(f \circ g)$  a la gráfica de  $h$ .(b) Halle las coordenadas del vértice de la gráfica de  $h$ .(c) Compruebe que  $h(x) = x^2 - 8x + 19$ .(d) La recta  $y = 2x - 6$  es tangente a la gráfica de  $h$  en el punto P. Halle la coordenada  $x$  de P.Nov 10  
P2#5Considere la función  $f(x) = px^3 + qx^2 + rx$ . A continuación se muestra parte de la gráfica de  $f$ .La gráfica pasa por el origen O y por los puntos  $A(-2, -8)$ ,  $B(1, -2)$  y  $C(2, 0)$ .(a) Halle tres ecuaciones lineales en  $p$ ,  $q$  y  $r$ .(b) A partir de lo anterior halle el valor de  $p$ , de  $q$  y de  $r$ .Mayo 10  
TZ1  
P1#1Let  $f(x) = 7 - 2x$  and  $g(x) = x + 3$ .(a) Find  $(g \circ f)(x)$ .(b) Write down  $g^{-1}(x)$ .(c) Find  $(f \circ g^{-1})(5)$ .

Mayo 10  
TZ1  
P1#7

Consider  $f(x) = 2kx^2 - 4kx + 1$ , for  $k \neq 0$ . The equation  $f(x) = 0$  has two equal roots.

- (a) Find the value of  $k$ .
- (b) The line  $y = p$  intersects the graph of  $f$ . Find all possible values of  $p$ .

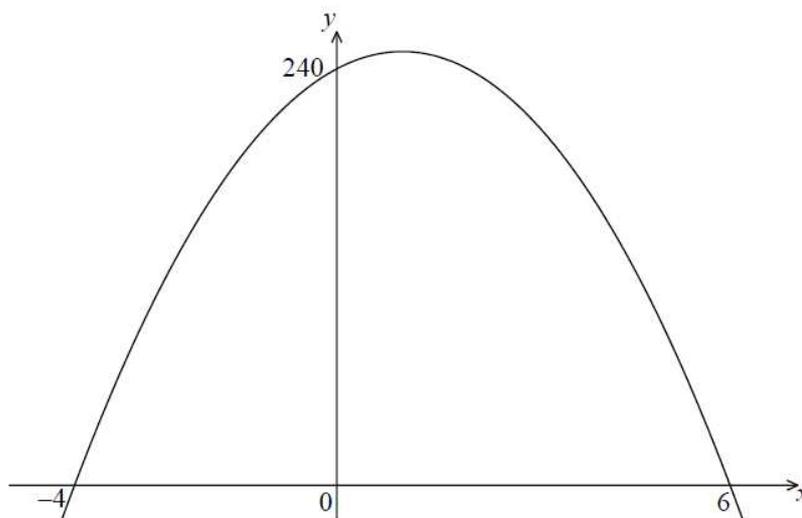
Mayo 10  
TZ2  
P1#5

Sean  $f(x) = 3 \ln x$  y  $g(x) = \ln 5x^3$ .

- (a) Expresa  $g(x)$  de la forma  $f(x) + \ln a$ , donde  $a \in \mathbb{Z}^+$ .
- (b) La gráfica de  $g$  es una transformación de la gráfica de  $f$ . Dé una descripción geométrica completa de esta transformación.

Mayo 10  
TZ2  
P1#9

La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de una función cuadrática  $f$ .



Los puntos de intersección con el eje  $x$  son  $(-4, 0)$  y  $(6, 0)$ , y el punto de intersección con el eje  $y$  es  $(0, 240)$ .

- (a) Escriba  $f(x)$  de la forma  $f(x) = -10(x-p)(x-q)$ .
- (b) Halle otra expresión para  $f(x)$ , de la forma  $f(x) = -10(x-h)^2 + k$ .
- (c) Compruebe que  $f(x)$  también se puede escribir de la forma  $f(x) = 240 + 20x - 10x^2$ .

Mayo 10  
TZ1  
P2#2

Let  $f(x) = 3x^2$ . The graph of  $f$  is translated 1 unit to the right and 2 units down. The graph of  $g$  is the image of the graph of  $f$  after this translation.

- (a) Write down the coordinates of the vertex of the graph of  $g$ .
- (b) Express  $g$  in the form  $g(x) = 3(x-p)^2 + q$ .

The graph of  $h$  is the reflection of the graph of  $g$  in the  $x$ -axis.

- (c) Write down the coordinates of the vertex of the graph of  $h$ .

Mayo 10  
TZ1  
P2#10

Let  $f(x) = \log_3 \frac{x}{2} + \log_3 16 - \log_3 4$ , for  $x > 0$ .

- (a) Show that  $f(x) = \log_3 2x$ .
- (b) Find the value of  $f(0.5)$  and of  $f(4.5)$ .

The function  $f$  can also be written in the form  $f(x) = \frac{\ln ax}{\ln b}$ .

- (c) (i) Write down the value of  $a$  and of  $b$ .
- (ii) Hence on graph paper, **sketch** the graph of  $f$ , for  $-5 \leq x \leq 5$ ,  $-5 \leq y \leq 5$ , using a scale of 1 cm to 1 unit on each axis.
- (iii) Write down the equation of the asymptote.
- (d) Write down the value of  $f^{-1}(0)$ .

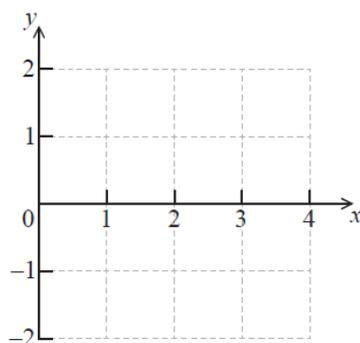
The point A lies on the graph of  $f$ . At A,  $x = 4.5$ .

- (e) On your diagram, sketch the graph of  $f^{-1}$ , noting clearly the image of point A.

Mayo 10  
TZ2  
P2#2

Sea  $g(x) = \frac{1}{2}x \operatorname{sen} x$ , para  $0 \leq x \leq 4$ .

- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de  $g$  sobre los ejes de coordenadas que aparecen a continuación.



- (b) A partir de lo anterior, halle el valor de  $x$  para el cual  $g(x) = -1$ .

Nov 10  
P1#9

Sean  $f(x) = x^2 + 4$  y  $g(x) = x - 1$ .

- (a) Halle  $(f \circ g)(x)$ .

El vector  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  traslada la gráfica de  $(f \circ g)$  a la gráfica de  $h$ .

- (b) Halle las coordenadas del vértice de la gráfica de  $h$ .
- (c) Compruebe que  $h(x) = x^2 - 8x + 19$ .

Mayo 11 Sean  $f(x) = 3x$ ,  $g(x) = 2x - 5$  y  $h(x) = (f \circ g)(x)$ .

TZ2

P2#1

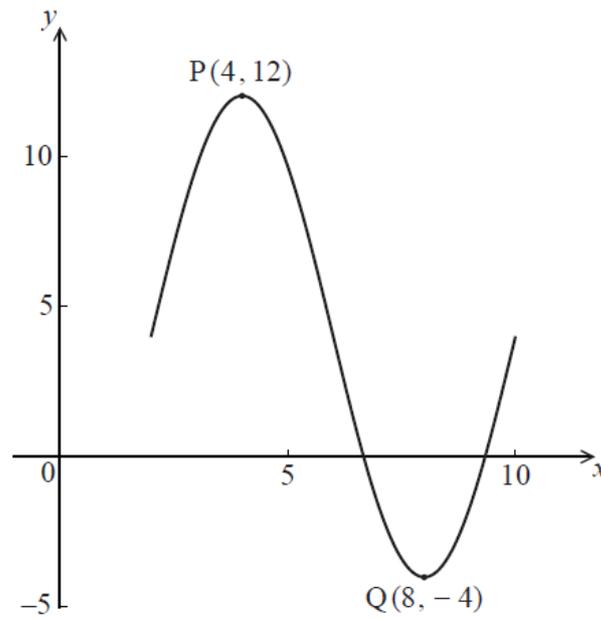
(a) Halle  $h(x)$ .

(b) Halle  $h^{-1}(x)$ .

Nov 11

P1#9

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de  $f(x) = a \operatorname{sen}(b(x-c)) + d$ , para  $2 \leq x \leq 10$ .



Hay un máximo en  $P(4, 12)$  y un mínimo en  $Q(8, -4)$ .

(a) Utilice la gráfica para escribir el valor de:

(i)  $a$ ;

(ii)  $c$ ;

(iii)  $d$ .

(b) Compruebe que  $b = \frac{\pi}{4}$ .

Nov 11

P2#1

Sean  $f(x) = 2x + 4$  y  $g(x) = 7x^2$ .

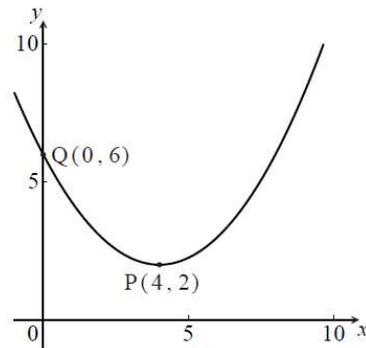
(a) Halle  $f^{-1}(x)$ .

(b) Halle  $(f \circ g)(x)$ .

(c) Halle  $(f \circ g)(3, 5)$ .

Nov 11  
P1#1

Sea  $f$  una función cuadrática. A continuación se muestra una parte de la gráfica de  $f$ .



El vértice está en  $P(4, 2)$  y la intersección con el eje  $y$  se encuentra en  $Q(0, 6)$ .

(a) Escriba la ecuación del eje de simetría.

La función  $f$  se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ .

(b) Escriba el valor de  $h$  y el de  $k$ .

(c) Halle  $a$ .

Nov 11  
P2#7

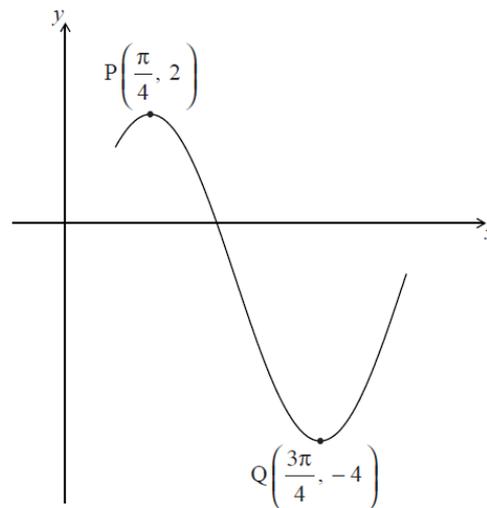
Sea  $f(t) = 2t^2 + 7$ , donde  $t > 0$ . La función  $v$  se obtiene transformando la gráfica de  $f$  mediante

un estiramiento de razón  $\frac{1}{3}$  paralelo al eje  $y$ ,  
seguido de una traslación por medio del vector  $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ .

(a) Halle  $v(t)$  y exprese la respuesta de la forma  $a(t-b)^2 + c$ .

Mayo 12  
TZ1  
P1#5

The diagram below shows part of the graph of  $f(x) = a \cos(b(x-c)) - 1$ , where  $a > 0$ .



The point  $P\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$  is a maximum point and the point  $Q\left(\frac{3\pi}{4}, -4\right)$  is a minimum point.

(a) Find the value of  $a$ .

(b) (i) Show that the period of  $f$  is  $\pi$ .

(ii) Hence, find the value of  $b$ .

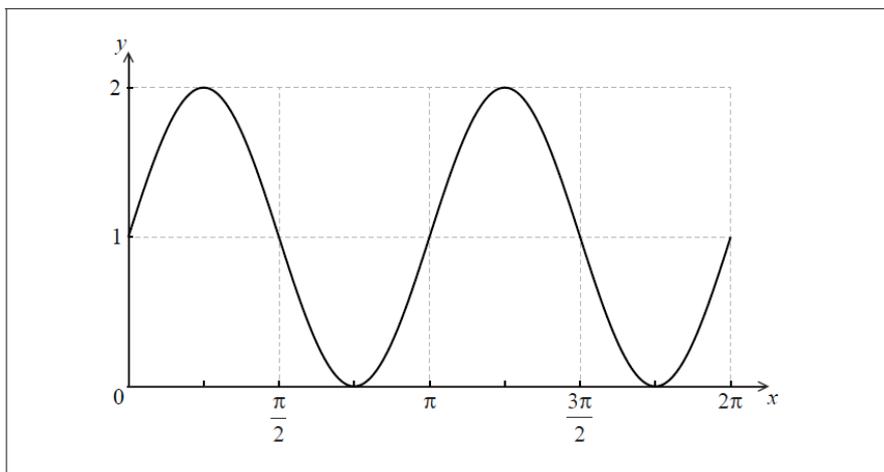
(c) Given that  $0 < c < \pi$ , write down the value of  $c$ .

Mayo 12 Let  $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ .

TZ1

P1#7 (a) Show that  $f(x)$  can be expressed as  $1 + \sin 2x$ .

The graph of  $f$  is shown below for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .



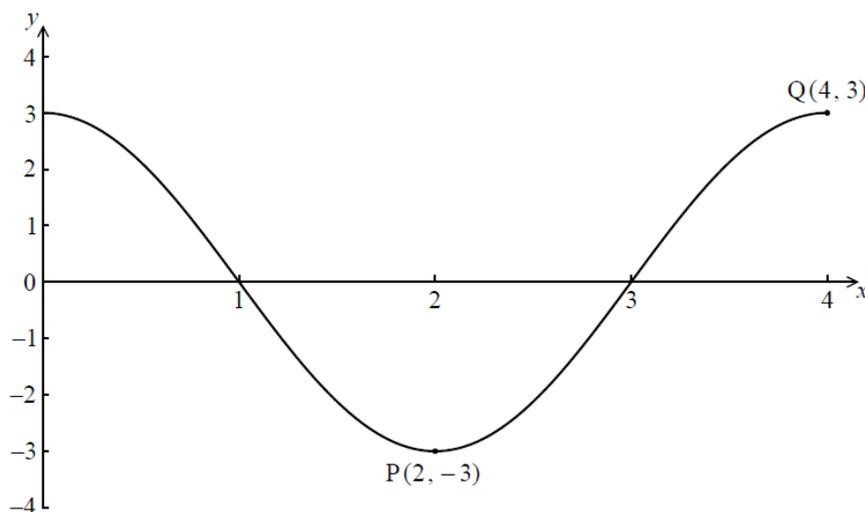
(b) Let  $g(x) = 1 + \cos x$ . On the same set of axes, sketch the graph of  $g$  for  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

The graph of  $g$  can be obtained from the graph of  $f$  under a horizontal stretch of scale factor  $p$  followed by a translation by the vector  $\begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$ .

(c) Write down the value of  $p$  and a possible value of  $k$ .

Mayo 12  
TZ2  
P1#3

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de  $f(x) = a \cos(bx)$ , para  $0 \leq x \leq 4$ .

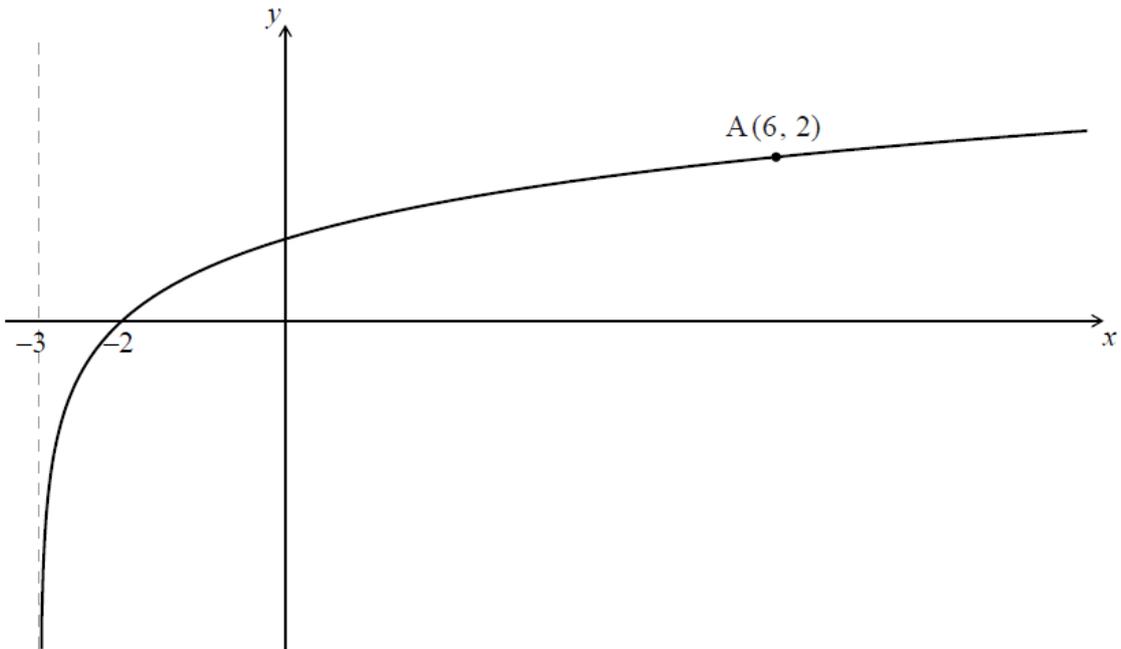


Hay un mínimo en  $P(2, -3)$  y un máximo en  $Q(4, 3)$ .

- (a) (i) Escriba el valor de  $a$ .
- (ii) Halle el valor de  $b$ .
- (b) Escriba la pendiente de la curva en  $P$ .
- (c) Escriba la ecuación de la normal a la curva en  $P$ .

Mayo 12  
TZ1  
P1#9

Let  $f(x) = \log_p(x+3)$  for  $x > -3$ . Part of the graph of  $f$  is shown below.



The graph passes through  $A(6, 2)$ , has an  $x$ -intercept at  $(-2, 0)$  and has an asymptote at  $x = -3$ .

(a) Find  $p$ .

The graph of  $f$  is reflected in the line  $y = x$  to give the graph of  $g$ .

(b) (i) Write down the  $y$ -intercept of the graph of  $g$ .

(ii) Sketch the graph of  $g$ , noting clearly any asymptotes and the image of  $A$ .

(c) Find  $g(x)$ .

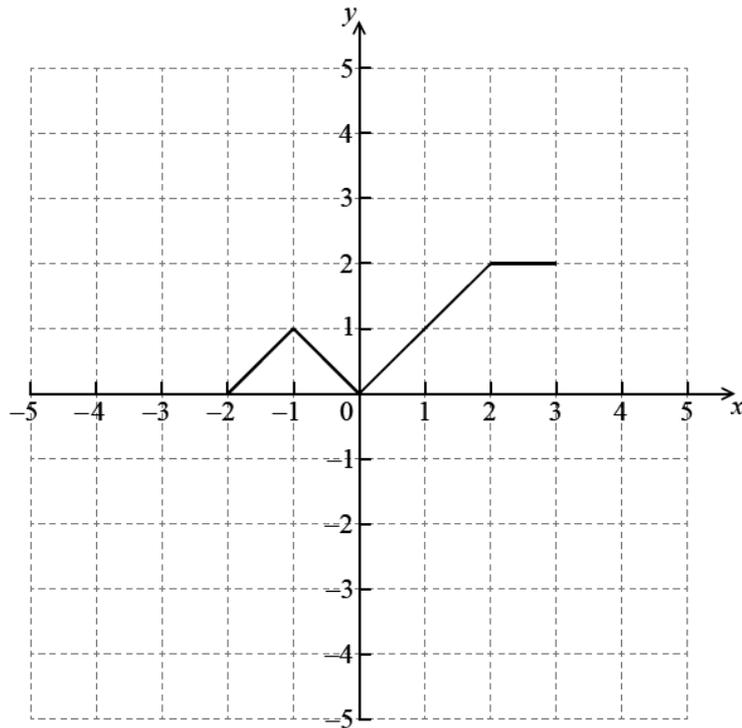
Mayo 12  
TZ2  
P1#2

Sean  $f(x) = 2x - 1$  y  $g(x) = 3x^2 + 2$ .

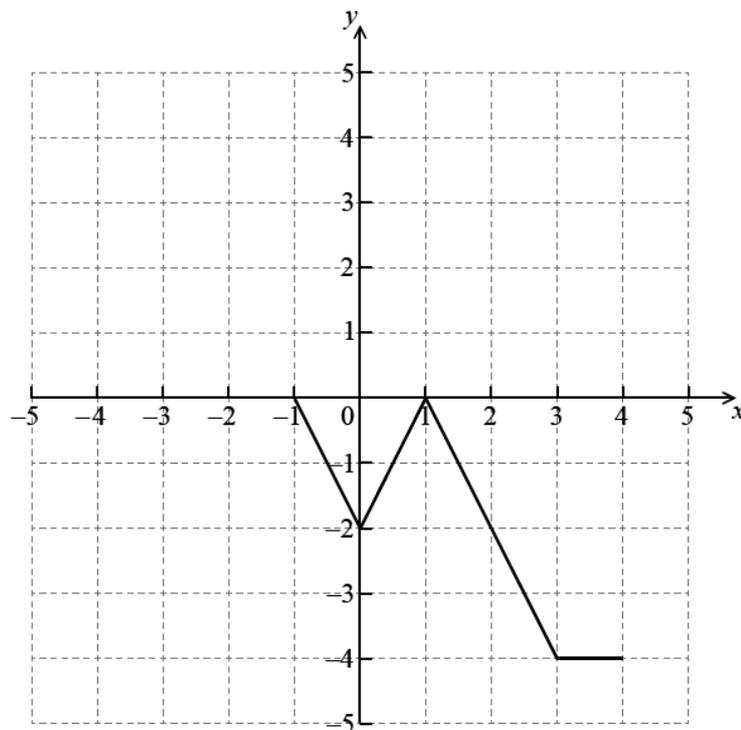
(a) Halle  $f^{-1}(x)$ .

(b) Halle  $(f \circ g)(1)$ .

Mayo 12 La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función  $f(x)$ ,  
 TZ2 para  $-2 \leq x \leq 3$ .  
 P1#5



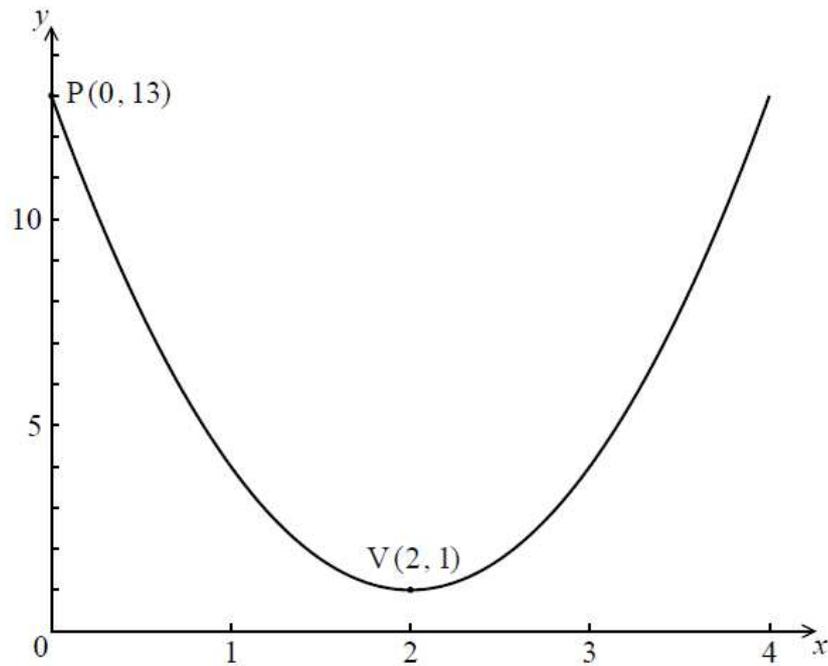
- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de  $f(-x)$  en la cuadrícula
- (b) La gráfica de  $f$  se transforma de modo tal que se obtiene la gráfica de  $g$ . A continuación se muestra la gráfica de  $g$ .



La función  $g$  se puede escribir de la forma  $g(x) = af(x+b)$ . Escriba el valor de  $a$  y el de  $b$ .

Mayo 12  
TZ2  
P1#8

La siguiente figura muestra la gráfica de una función cuadrática  $f$ , para  $0 \leq x \leq 4$ .



La gráfica pasa por el punto  $P(0, 13)$ , y el vértice es el punto  $V(2, 1)$ .

(a) La función se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ .

(i) Escriba el valor de  $h$  y el de  $k$ .

(ii) Compruebe que  $a = 3$ .

(b) Halle  $f(x)$ ; exprese la respuesta en la forma  $Ax^2 + Bx + C$ .

Mayo 12  
TZ1  
P2#2

Let  $f(x) = 2x^2 - 8x - 9$ .

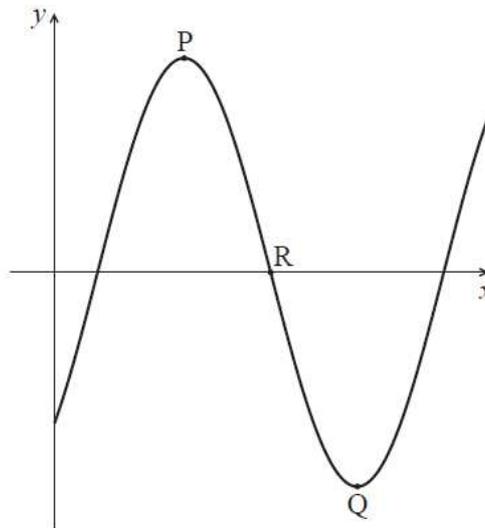
(a) (i) Write down the coordinates of the vertex.

(ii) Hence or otherwise, express the function in the form  $f(x) = 2(x-h)^2 + k$ .

(b) Solve the equation  $f(x) = 0$ .

Nov 12  
P2#5

Sea  $f(x) = a \cos(b(x-c))$ . La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de  $f$ , para  $0 \leq x \leq 10$ .



La gráfica tiene un máximo local en  $P(3, 5)$ , un mínimo local en  $Q(7, -5)$ , y corta al eje  $x$  en  $R$ .

- (a) Escriba el valor de
- (i)  $a$ ;
  - (ii)  $c$ .
- (b) Halle el valor de  $b$ .
- (c) Halle la coordenada  $x$  de  $R$ .

Nov 12  
P2#9

Considere la función  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ .

- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de  $f$ , para  $-1 \leq x \leq 5$ .

Esta función también se puede escribir de la forma  $f(x) = (x-p)^2 - 3$ .

- (b) Escriba el valor de  $p$ .

La gráfica de  $g$  se obtiene realizando una simetría de la gráfica de  $f$  respecto al eje  $x$ , seguida de una traslación de  $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

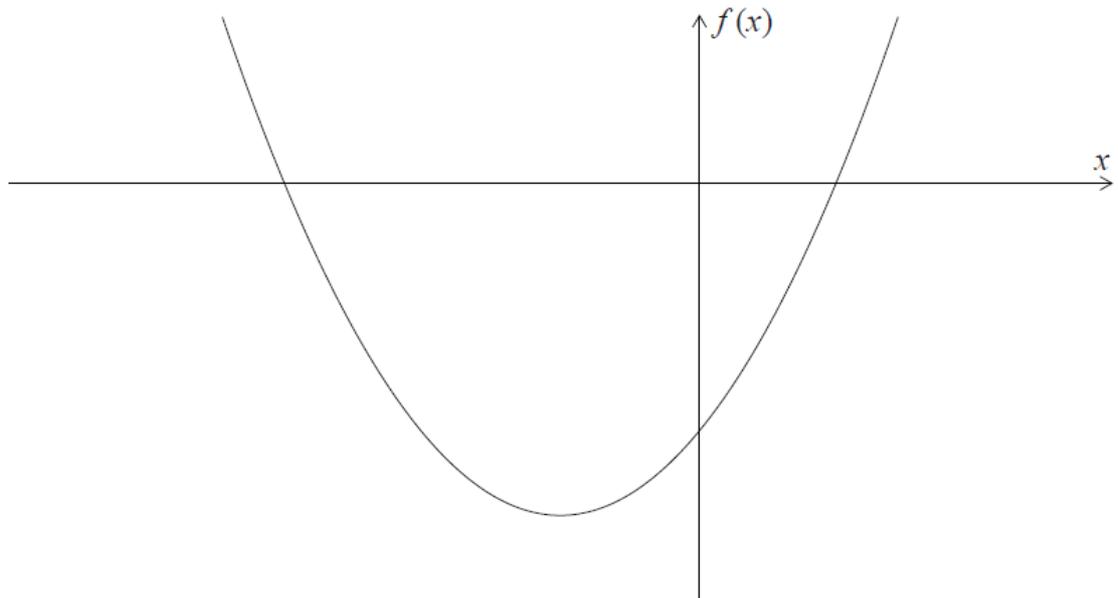
- (c) Compruebe que  $g(x) = -x^2 + 4x + 5$ .

Las gráficas de  $f$  y  $g$  se cortan en dos puntos.

- (d) Escriba la coordenada  $x$  de cada uno de estos dos puntos.

Mayo 13  
TZ1  
P1#2

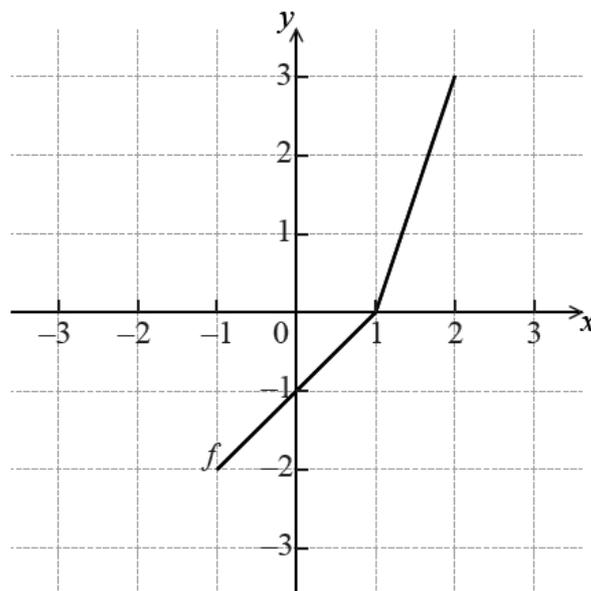
The diagram below shows part of the graph of  $f(x) = (x-1)(x+3)$ .



- (a) Write down the  $x$ -intercepts of the graph of  $f$ .
- (b) Find the coordinates of the vertex of the graph of  $f$ .

Mayo 13  
TZ2  
P1#4

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función  $f$ , para  $-1 \leq x \leq 2$ .



- (a) Escriba el valor de
  - (i)  $f(2)$ ;
  - (ii)  $f^{-1}(-1)$ .
- (b) Dibuje aproximadamente la gráfica de  $f^{-1}$  en la cuadrícula

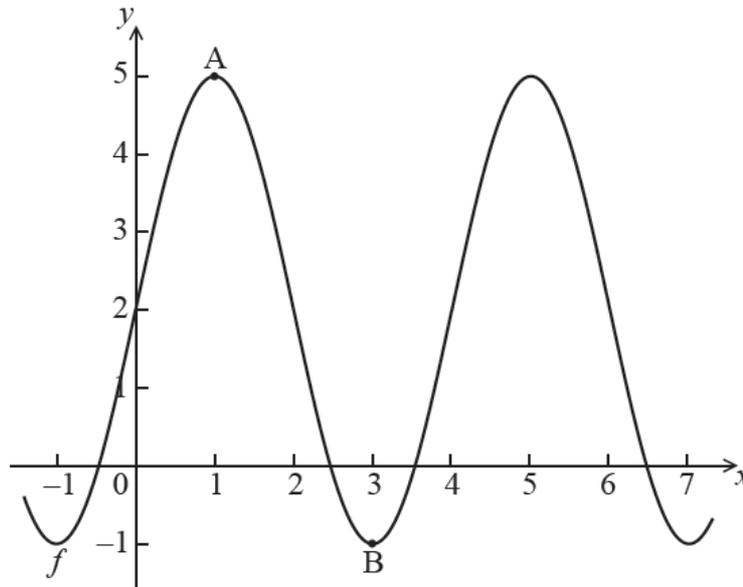
Mayo 13  
TZ1  
P1#5

Let  $f(x) = \sqrt{x-5}$ , for  $x \geq 5$ .

- (a) Find  $f^{-1}(2)$ .
- (b) Let  $g$  be a function such that  $g^{-1}$  exists for all real numbers. Given that  $g(30) = 3$ , find  $(f \circ g^{-1})(3)$ .

Mayo 13  
TZ2  
P1#5

La figura que aparece a continuación muestra una parte de la gráfica de una función  $f$ .



La gráfica tiene un máximo en  $A(1, 5)$  y un mínimo en  $B(3, -1)$ .

La función  $f$  se puede escribir de la forma  $f(x) = p \operatorname{sen}(qx) + r$ . Halle el valor de

- (a)  $p$ ;
- (b)  $q$ ;
- (c)  $r$ .

Mayo 13  
TZ2  
P1#9

Sea  $g$  una función cuadrática tal que  $g(0) = 5$ . La recta  $x = 2$  es el eje de simetría de la gráfica de  $g$ .

- (b) Halle  $g(4)$ .

La función  $g$  se puede expresar de la forma  $g(x) = a(x-h)^2 + 3$ .

- (c) (i) Escriba el valor de  $h$ .
- (ii) Halle el valor de  $a$ .

Mayo 13  
TZ2  
P1#1

Sean  $f(x) = 4x - 2$  y  $g(x) = -2x^2 + 8$ .

(a) Halle  $f^{-1}(x)$ .

(b) Halle  $(f \circ g)(1)$ .

Mayo 13  
TZ1  
P2#6

Let  $f$  and  $g$  be functions such that  $g(x) = 2f(x+1) + 5$ .

(a) The graph of  $f$  is mapped to the graph of  $g$  under the following transformations:

vertical stretch by a factor of  $k$ , followed by a translation  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ .

Write down the value of

(i)  $k$ ;

(ii)  $p$ ;

(iii)  $q$ .

(b) Let  $h(x) = -g(3x)$ . The point  $A(6, 5)$  on the graph of  $g$  is mapped to the point  $A'$  on the graph of  $h$ . Find  $A'$ .

Nov 13  
P1#8

Sean  $f(x) = 3x - 2$  y  $g(x) = \frac{5}{3x}$ , para  $x \neq 0$ .

(a) Halle  $f^{-1}(x)$ .

(b) Compruebe que  $(g \circ f^{-1})(x) = \frac{5}{x+2}$ .

Sea  $h(x) = \frac{5}{x+2}$ , para  $x \geq 0$ . La gráfica de  $h$  tiene una asíntota horizontal en  $y = 0$ .

(c) (i) Halle la intersección de la gráfica de  $h$  con el eje  $y$ .

(ii) A partir de lo anterior, dibuje aproximadamente la gráfica de  $h$ .

(d) Para la gráfica de  $h^{-1}$ ,

(i) escriba la intersección con el eje  $x$ ;

(ii) escriba la ecuación de la asíntota vertical.

(e) Sabiendo que  $h^{-1}(a) = 3$ , halle el valor de  $a$ .

Nov 13

P1#5

Sea  $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + k$ . La gráfica de  $f$  pasa por el punto  $\left(\frac{\pi}{4}, 6\right)$ .

- (a) Halle el valor de  $k$ .
- (b) Halle el valor mínimo de  $f(x)$ .

Sea  $g(x) = \sin x$ . La gráfica de  $g$  se traslada a la gráfica de  $f$ , mediante el vector  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ .

- (c) Escriba el valor de  $p$  el de  $q$ .

Muestra  
14

P1#8

Let  $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$ .

- (a) Show that  $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$ .
- (b) For the graph of  $f$
- write down the coordinates of the vertex;
  - write down the  $y$ -intercept;
  - find both  $x$ -intercepts.
- (c) **Hence** sketch the graph of  $f$ .
- (d) Let  $g(x) = x^2$ . The graph of  $f$  may be obtained from the graph of  $g$  by the following two transformations

a stretch of scale factor  $t$  in the  $y$ -direction,

followed by a translation of  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ .

Write down  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$  and the value of  $t$ .

Muestra  
14

P2#9

Let  $h(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ ,  $x \neq -1$ .

- (a) Find  $h^{-1}(x)$ .
- (b) (i) Sketch the graph of  $h$  for  $-4 \leq x \leq 4$  and  $-5 \leq y \leq 8$ , including any asymptotes.
- Write down the equations of the asymptotes.
  - Write down the  $x$ -intercept of the graph of  $h$ .

Mayo 14  
TZ1  
P1#1

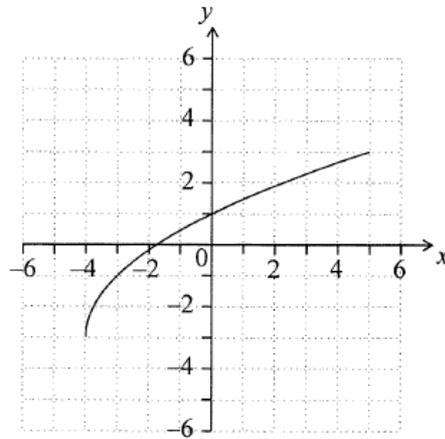
Let  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ . The vertex of the graph of  $f$  is at  $(2, 3)$  and the graph passes through  $(1, 7)$ .

(a) Write down the value of  $h$  and of  $k$ .

(b) Find the value of  $a$ .

Mayo 14  
TZ2  
P1#3

La siguiente figura muestra el gráfico de  $y = f(x)$ , para  $-4 \leq x \leq 5$ .



(a) Escriba el valor de

(i)  $f(-3)$ ;

(ii)  $f^{-1}(1)$ .

(b) Halle el dominio de  $f^{-1}$ .

(c) En la cuadrícula anterior, dibuje aproximadamente el gráfico de  $f^{-1}$ .

Mayo 14  
TZ2  
P1#8

Sea  $f(x) = 3x^2 - 6x + p$ . La ecuación  $f(x) = 0$  tiene dos raíces iguales.

(a) (i) Escriba el **valor** del discriminante.

(ii) A partir de lo anterior, muestre que  $p = 3$ .

El vértice del gráfico  $f$  está situado sobre el eje  $x$ .

(b) Halle las coordenadas del vértice del gráfico de  $f$ .

(c) Escriba la solución de  $f(x) = 0$ .

(d) La función se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ . Escriba el valor de

(i)  $a$ ;

(ii)  $h$ ;

(iii)  $k$ .

(e) El gráfico de la función  $g$  se obtiene a partir del gráfico de  $f$ , mediante una simetría de  $f$  respecto al eje  $x$ , seguida de una traslación por el vector  $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ . Halle  $g$ , de la forma  $g(x) = Ax^2 + Bx + C$ .

Mayo 14

TZ1

P2#9

(con calculadora Gráfica)

Let  $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ , for  $-4 \leq x \leq 4$ .

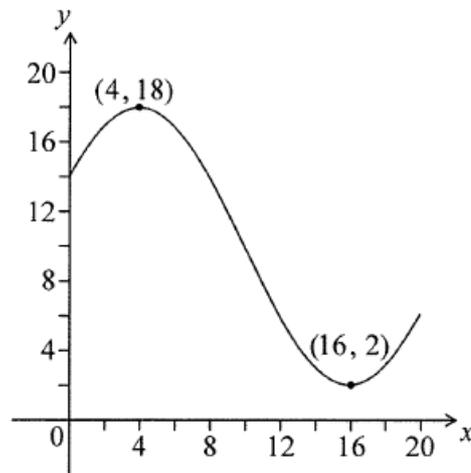
- (a) Sketch the graph of  $f$ .
- (b) Find the values of  $x$  where the function is decreasing.
- (c) The function  $f$  can also be written in the form  $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{4}(x+c)\right)$ , where  $a \in \mathbb{R}$ , and  $0 \leq c \leq 2$ . Find the value of
- (i)  $a$ ;
- (ii)  $c$ .

Mayo 14

TZ2

P2#6

Sea  $f(x) = p \cos(q(x+r)) + 10$ , para  $0 \leq x \leq 20$ . La siguiente figura muestra el gráfico de  $f$ .



El gráfico tiene un máximo en  $(4, 18)$  y un mínimo en  $(16, 2)$ .

- (a) Escriba el valor de  $r$ .
- (b) (i) Halle  $p$ .
- (ii) Halle  $q$ .
- (c) Resuelva  $f(x) = 7$ .

Nov 14

P1#5

Let  $f(x) = p + \frac{9}{x-q}$ , for  $x \neq q$ . The line  $x = 3$  is a vertical asymptote to the graph of  $f$ .

- (a) Write down the value of  $q$ .

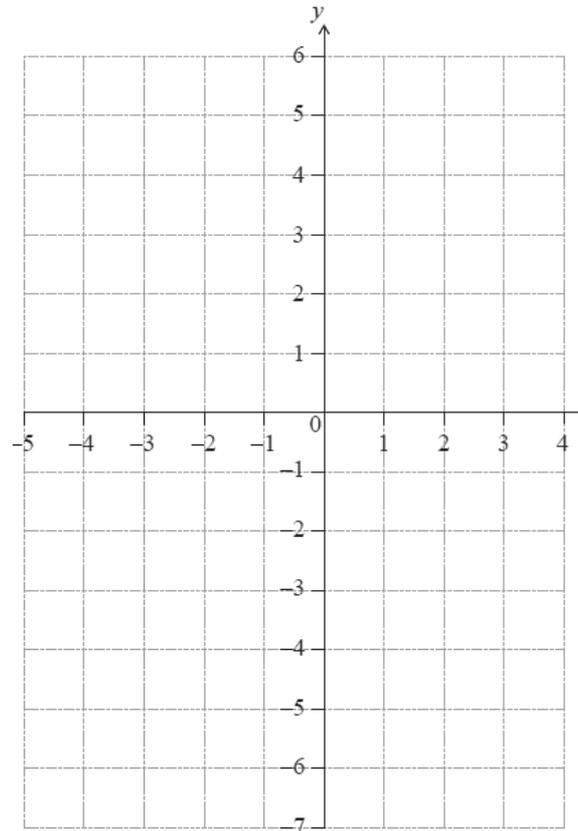
The graph of  $f$  has a  $y$ -intercept at  $(0, 4)$ .

- (b) Find the value of  $p$ .
- (c) Write down the equation of the horizontal asymptote of the graph of  $f$ .

Nov 14  
P1#1

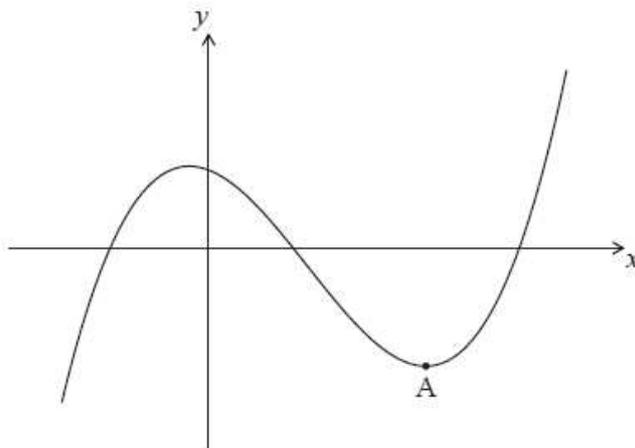
Let  $f(x) = x^2 + x - 6$ .

- (a) Write down the  $y$ -intercept of the graph of  $f$ .
- (b) Solve  $f(x) = 0$ .
- (c) On the following grid, sketch the graph of  $f$ , for  $-4 \leq x \leq 3$ .



Nov 14  
P1#9

The following diagram shows the graph of a function  $f$ . There is a local minimum point at A, where  $x > 0$ .



The derivative of  $f$  is given by  $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$ .

- (a) Find the  $x$ -coordinate of A.
- (b) The  $y$ -intercept of the graph is at  $(0, 6)$ . Find an expression for  $f(x)$ .

The graph of a function  $g$  is obtained by reflecting the graph of  $f$  in the  $y$ -axis, followed by a translation of  $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ .

- (c) Find the  $x$ -coordinate of the local minimum point on the graph of  $g$ .

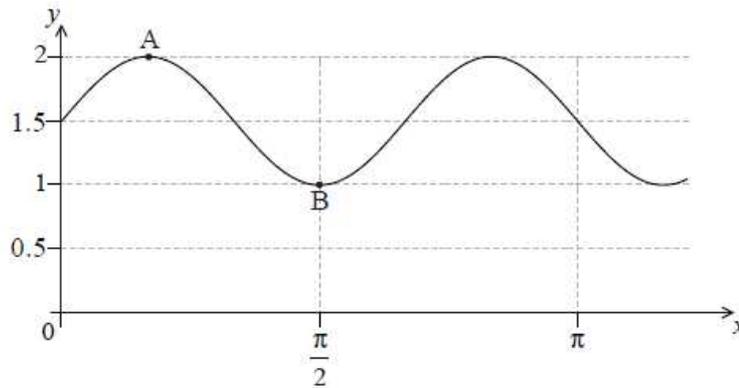
Nov 14  
P2#1

Let  $f(x) = 2x + 3$  and  $g(x) = x^3$ .

- (a) Find  $(f \circ g)(x)$ .
- (b) Solve the equation  $(f \circ g)(x) = 0$ .

Nov 14  
P2#5

The following diagram shows part of the graph of  $y = p \sin(qx) + r$ .

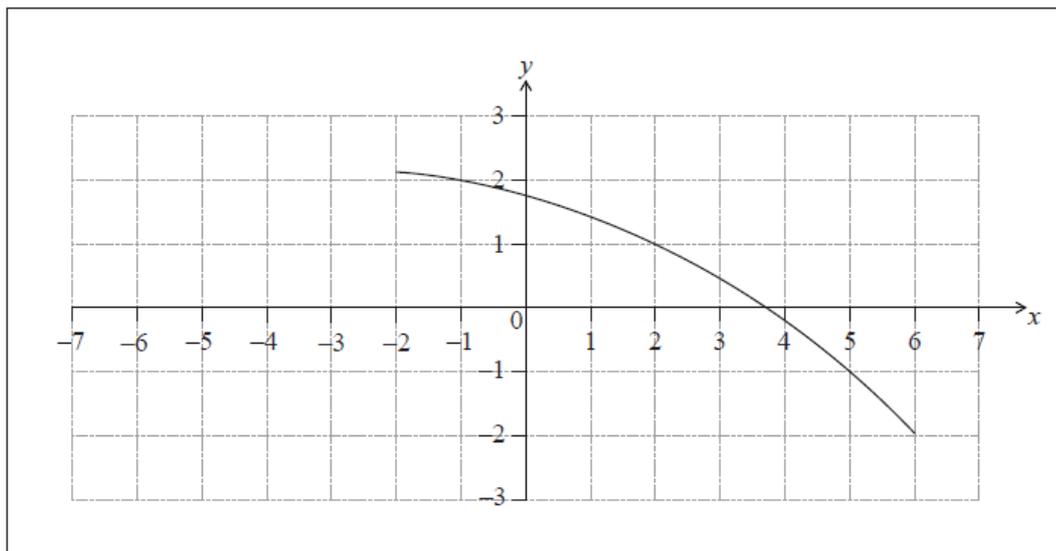


The point  $A\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$  is a maximum point and the point  $B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$  is a minimum point. Find the value of

- (a)  $p$ ;
- (b)  $r$ ;
- (c)  $q$ .

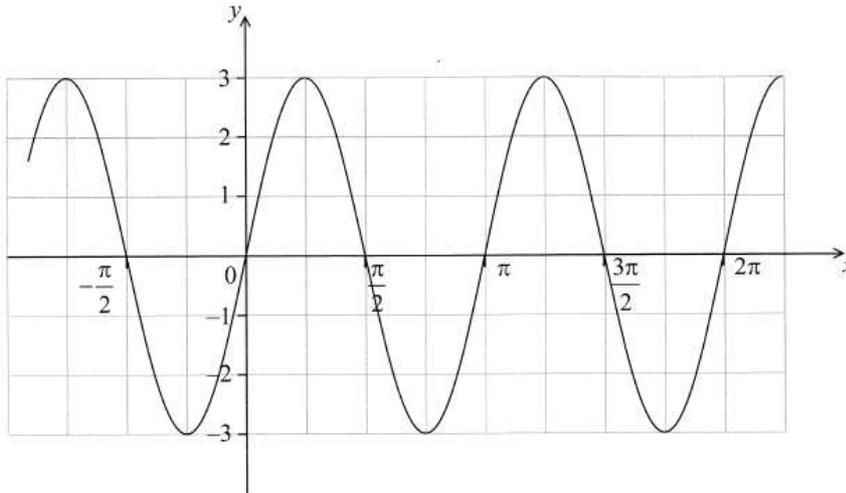
Mayo 15  
TZ1  
P1#4

The following diagram shows the graph of a function  $f$ .



- (a) Find  $f^{-1}(-1)$ .
- (b) Find  $(f \circ f)(-1)$ .
- (c) On the same diagram, sketch the graph of  $y = f(-x)$ .

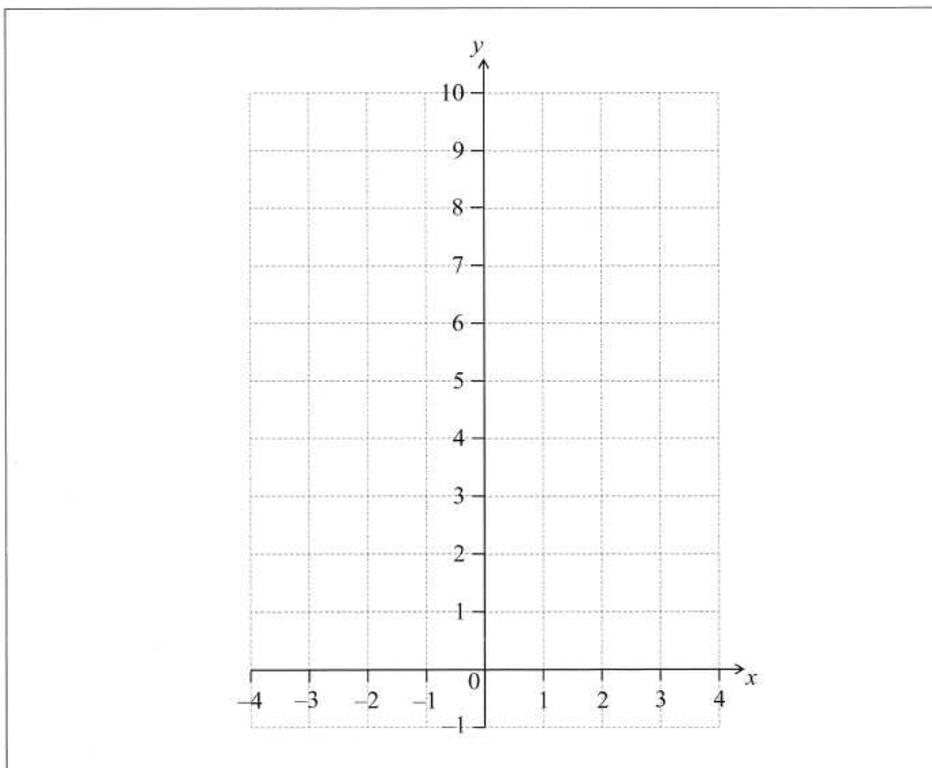
Mayo 15    Sea  $f(x) = a \sin bx$ , donde  $b > 0$ . La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $f$ .  
 TZ2  
 P1#2



- (a) (i) Halle el período de  $f$ .
- (ii) Escriba la amplitud de  $f$ .
- (b) (i) Escriba el valor de  $a$ .
- (ii) Halle el valor de  $b$ .

Mayo 15    Sea  $f(x) = e^{x+1} + 2$ , para  $-4 \leq x \leq 1$ .  
 TZ2  
 P2#5

- (a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de  $f$ .



- (b) El gráfico de  $f$  se traslada mediante el vector  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$  para así obtener el gráfico de una función  $g$ .  
 Halle una expresión para  $g(x)$ .

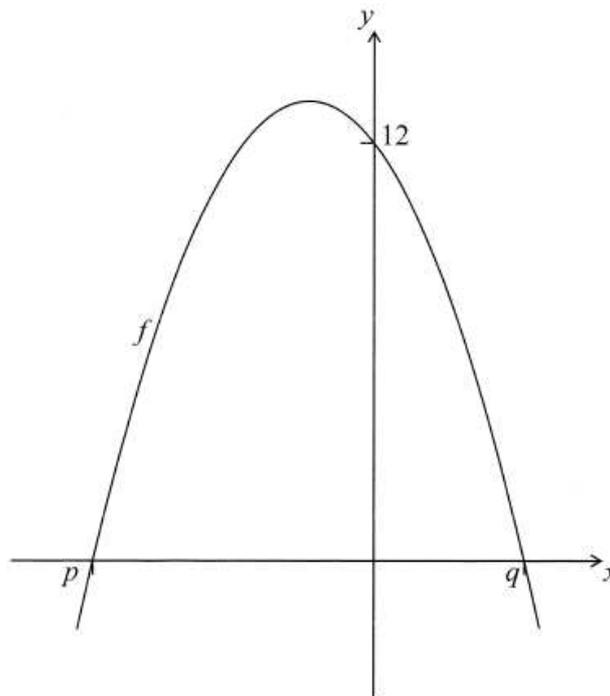
Mayo 15  
TZ1  
P2#4

Let  $f(x) = \frac{2x-6}{1-x}$ , for  $x \neq 1$ .

- (a) For the graph of  $f$
- find the  $x$ -intercept;
  - write down the equation of the vertical asymptote;
  - find the equation of the horizontal asymptote.
- (b) Find  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

Mayo 15  
TZ2  
P1#8

Sea  $f(x) = a(x+3)(x-1)$ . La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $f$ .



El gráfico tiene intersecciones con el eje  $x$  en  $(p, 0)$  y  $(q, 0)$  y una intersección con el eje  $y$  en  $(0, 12)$ .

- (a) (i) Escriba el valor de  $p$  y el de  $q$ .
- (ii) Halle el valor de  $a$ .
- (b) Halle la ecuación del eje de simetría del gráfico de  $f$ .
- (c) Halle el mayor valor de  $f$ .

La función  $f$  también se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ .

- (d) Halle el valor de  $h$  y el de  $k$ .

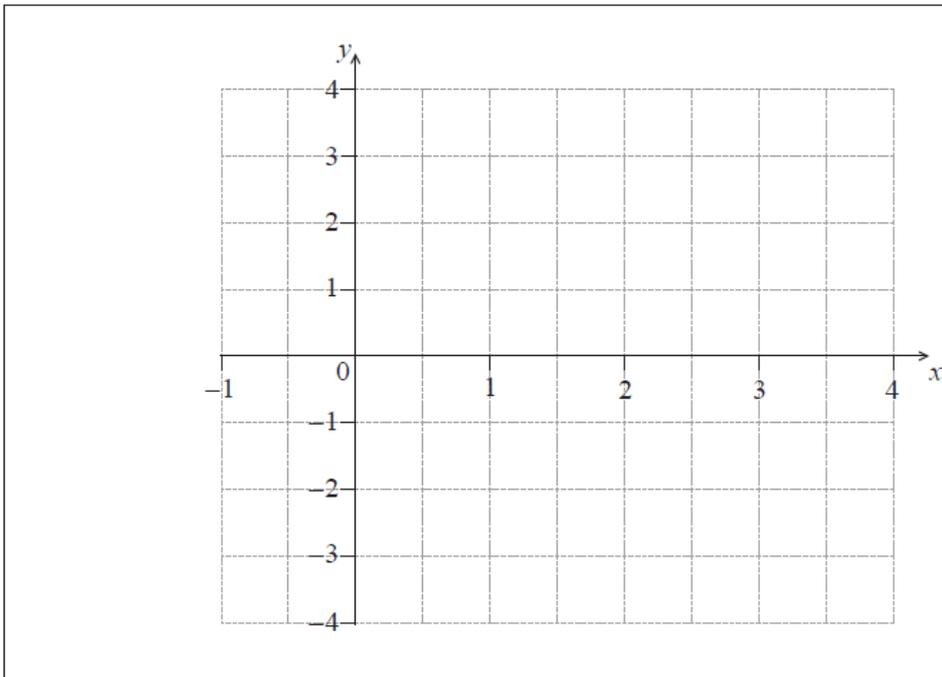
Mayo 15  
TZ2  
P2#7

Sean  $f(x) = kx^2 + kx$  y  $g(x) = x - 0,8$ . Los gráficos de  $f$  y  $g$  se cortan en dos puntos distintos. Halle los posibles valores de  $k$ .

Nov 15  
P1#4

Let  $f(x) = 3 \sin(\pi x)$ .

- (a) Write down the amplitude of  $f$ .
- (b) Find the period of  $f$ .
- (c) On the following grid, sketch the graph of  $y = f(x)$ , for  $0 \leq x \leq 3$ .



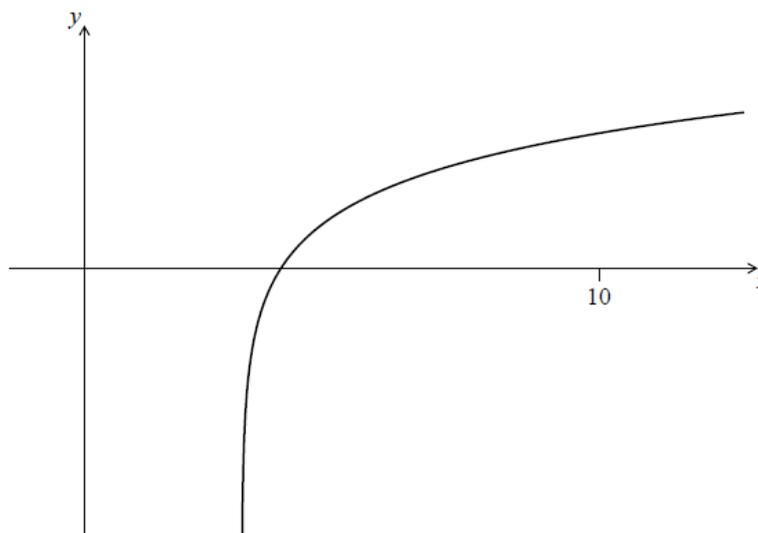
Nov 15  
P1#5

Let  $f(x) = (x - 5)^3$ , for  $x \in \mathbb{R}$ .

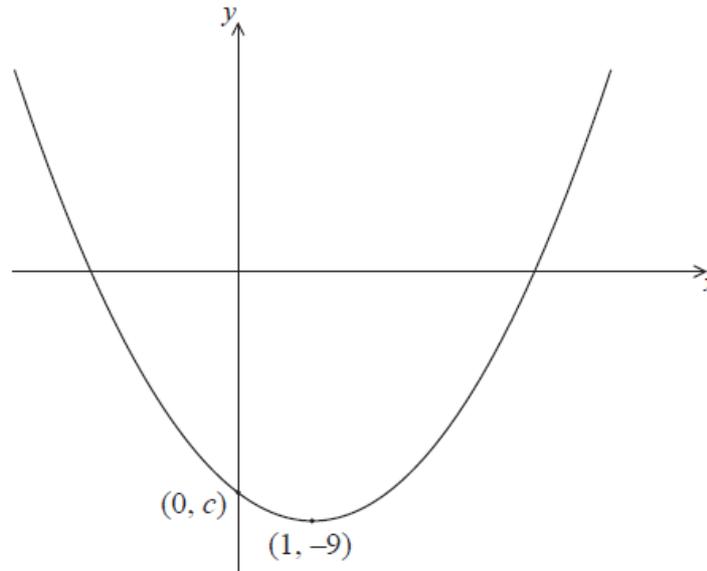
- (a) Find  $f^{-1}(x)$ .
- (b) Let  $g$  be a function so that  $(f \circ g)(x) = 8x^6$ . Find  $g(x)$ .

Nov 15  
P2#3ab

Let  $f(x) = 2 \ln(x - 3)$ , for  $x > 3$ . The following diagram shows part of the graph of  $f$ .



- (a) Find the equation of the vertical asymptote to the graph of  $f$ .
- (b) Find the  $x$ -intercept of the graph of  $f$ .

Nov 15  
P1#8The following diagram shows part of the graph of a quadratic function  $f$ .

The vertex is at  $(1, -9)$ , and the graph crosses the  $y$ -axis at the point  $(0, c)$ .

The function can be written in the form  $f(x) = (x - h)^2 + k$ .

(a) Write down the value of  $h$  and of  $k$ .

(b) Find the value of  $c$ .

Let  $g(x) = -(x - 3)^2 + 1$ . The graph of  $g$  is obtained by a reflection of the graph of  $f$  in the  $x$ -axis, followed by a translation of  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ .

(c) Find the value of  $p$  and of  $q$ .

(d) Find the  $x$ -coordinates of the points of intersection of the graphs of  $f$  and  $g$ .

Mayo 16  
TZ2  
P1#6

Sean  $f(x) = 6x\sqrt{1-x^2}$ , para  $-1 \leq x \leq 1$ , y  $g(x) = \cos(x)$ , para  $x \in \mathbb{R}$ .  
Sea  $h(x) = (f \circ g)(x)$ .

(a) Dé  $h(x)$  en la forma  $a \sin(bx)$ , donde  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

(b) A partir de lo anterior, halle el recorrido de  $h$ .

Mayo 16  
TZ2  
P2#3

Sea  $f(x) = e^{0.5x} - 2$ , para  $-4 \leq x \leq 4$ .

(a) Para el gráfico de  $f$

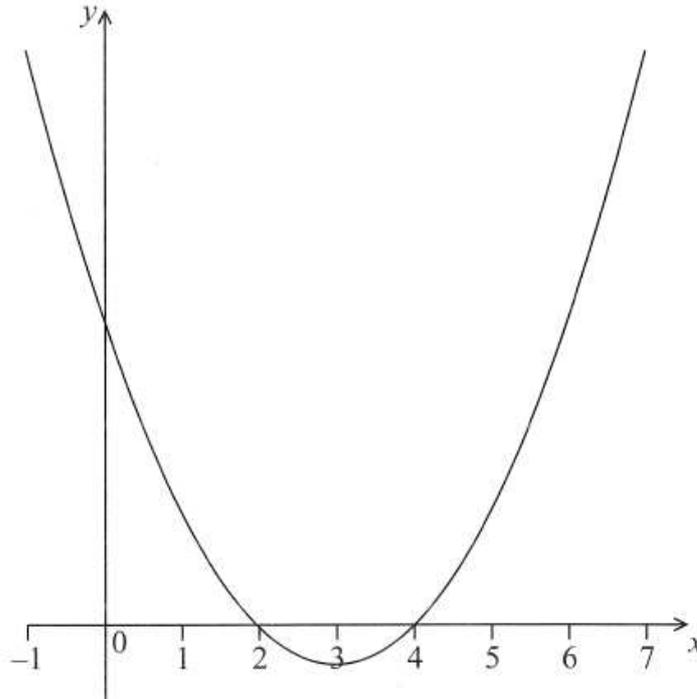
(i) escriba el punto de corte con el eje  $y$ ;

(ii) halle el punto de corte con el eje  $x$ ;

(iii) escriba la ecuación de la asíntota horizontal.

Mayo 16  
TZ2  
P1#1

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de la función cuadrática  $f$ .



El vértice se encuentra en  $(3, -1)$  y los puntos de corte con el eje  $x$  están en 2 y en 4.

La función  $f$  se puede escribir en la forma  $f(x) = (x - h)^2 + k$ .

(a) Escriba el valor de  $h$  y el de  $k$ .

La función se puede escribir también en la forma  $f(x) = (x - a)(x - b)$ .

(b) Escriba el valor de  $a$  y el de  $b$ .

(c) Halle el punto de corte con el eje  $y$ .

Mayo 16  
TZ2  
P2#4

La altura,  $h$  metros, a la que está un asiento de una noria al cabo de  $t$  minutos viene dada por

$$h(t) = -15 \cos 1,2t + 17, \text{ para } t \geq 0.$$

(a) Halle la altura a la que está el asiento cuando  $t = 0$ .

(b) El asiento alcanza por primera vez una altura de 20 m al cabo de  $k$  minutos. Halle  $k$ .

(c) Calcule el tiempo necesario para que el asiento realice una rotación completa. Dé la respuesta con una aproximación de una cifra decimal.