

Funciones en exámenes BI - NM

May 06

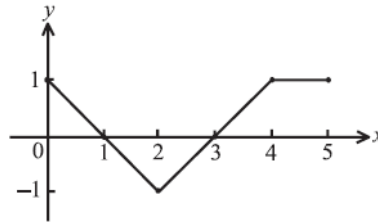
Let $f(x) = x^3 - 4$ and $g(x) = 2x$.

(a) Find $(g \circ f)(-2)$.

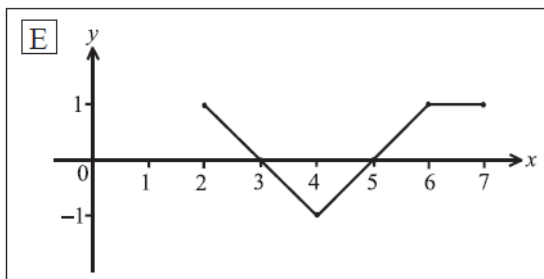
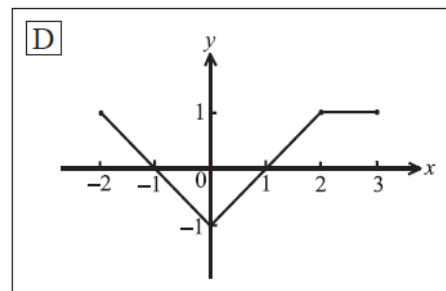
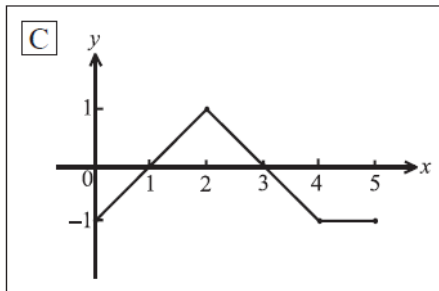
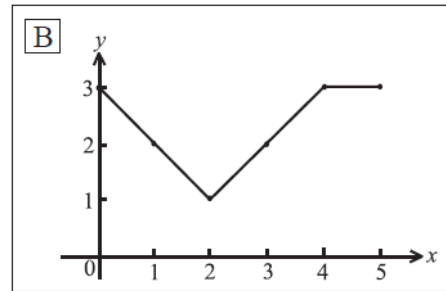
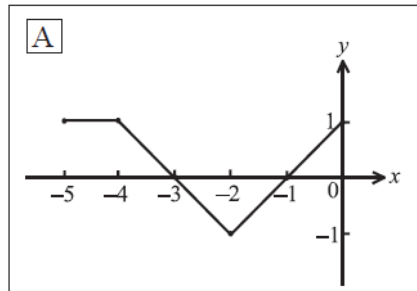
(b) Find $f^{-1}(x)$.

May 06

The following diagram shows part of the graph of $f(x)$.



Consider the five graphs in the diagrams labelled A, B, C, D, E below.



(a) Which diagram is the graph of $f(x+2)$?

(b) Which diagram is the graph of $-f(x)$?

(c) Which diagram is the graph of $f(-x)$?

May 06

Considere las funciones f y g donde $f(x) = 3x - 5$ y $g(x) = x - 2$.

- (a) Halle la función inversa, f^{-1} .
- (b) Dado que $g^{-1}(x) = x + 2$, halle $(g^{-1} \circ f)(x)$.
- (c) Dado también que $(f^{-1} \circ g)(x) = \frac{x+3}{3}$, resuelva $(f^{-1} \circ g)(x) = (g^{-1} \circ f)(x)$.

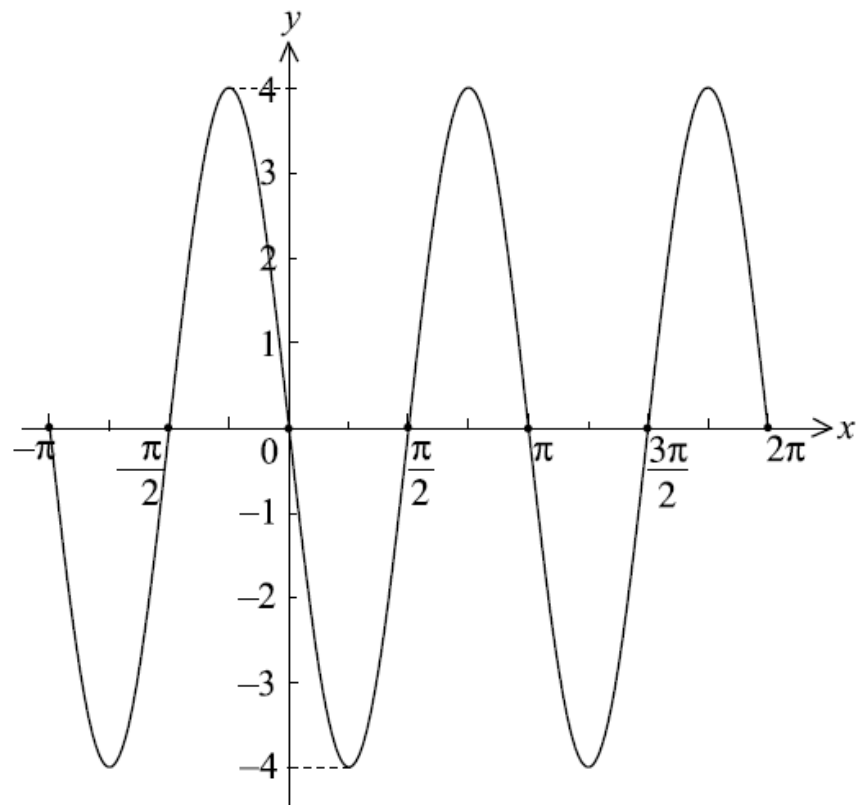
May 06

Let $f(x) = a(x - 4)^2 + 8$.

- (a) Write down the coordinates of the vertex of the curve of f .
- (b) Given that $f(7) = -10$, find the value of a .
- (c) Hence find the y -intercept of the curve of f .

May 06

Let $f(x) = a \sin b(x - c)$. Part of the graph of f is given below.



Given that a , b and c are positive, find the value of a , of b and of c .

May 06

- (a) Exprese
- $y = 2x^2 - 12x + 23$
- en la forma
- $y = 2(x-c)^2 + d$
- .

La gráfica de $y = x^2$ se transforma en la gráfica de $y = 2x^2 - 12x + 23$ mediante las transformaciones

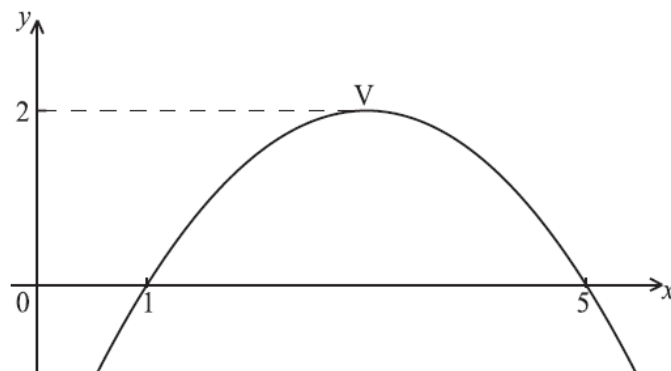
un estiramiento vertical de razón k **seguido de**
una traslación horizontal de p unidades **seguida de**
una traslación vertical de q unidades.

- (b) Escriba el valor de

- (i) k ;
(ii) p ;
(iii) q .

Nov 06

Part of the graph of the function $y = d(x-m)^2 + p$ is given in the diagram below. The x -intercepts are $(1, 0)$ and $(5, 0)$. The vertex is $V(m, 2)$.



- (a) Write down the value of

- (i) m ;
(ii) p .

- (b) Find
- d
- .

Nov 06

Let $g(x) = 3x - 2$, $h(x) = \frac{5x}{x-4}$, $x \neq 4$.

- (a) Find an expression for $(h \circ g)(x)$. Simplify your answer.
(b) Solve the equation $(h \circ g)(x) = 0$.

Mayo 07

Considere dos funciones cuadráticas distintas, ambas de la forma $f(x) = 4x^2 - qx + 25$. El gráfico de cada función tiene su vértice sobre el eje x .

- (a) Halle los dos valores de q .
(b) Para el mayor valor de q , resuelva $f(x) = 0$.
(c) Halle las coordenadas del punto de intersección entre las dos gráficas.

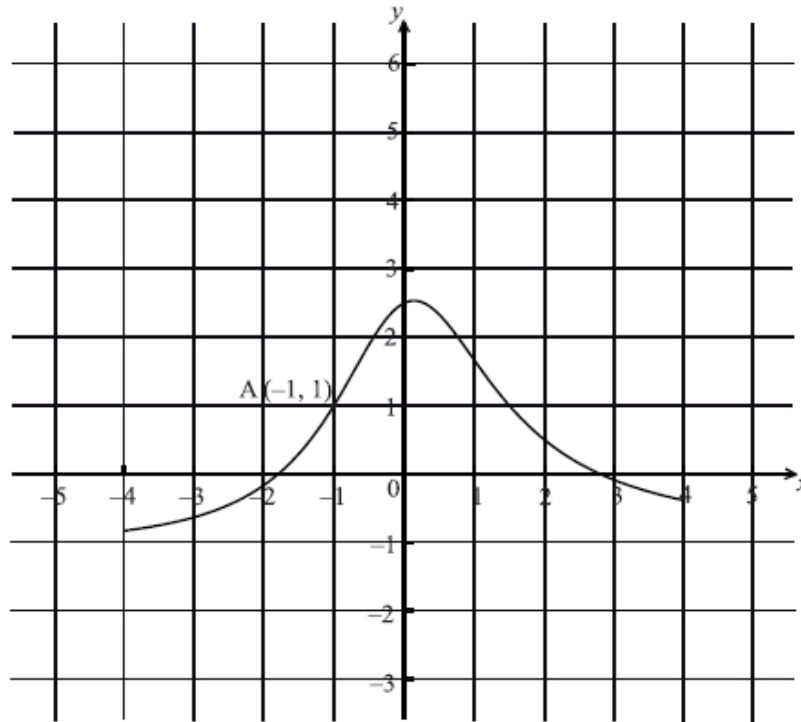
Mayo 07

Sea $f(x) = \sqrt{x+4}$, $x \geq -4$ y $g(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Halle $(g \circ f)(3)$.
- (b) Halle $f^{-1}(x)$.
- (c) Escriba el dominio de f^{-1} .

Mayo 07

El siguiente diagrama muestra la gráfica de una función f . El punto $A(-1, 1)$ pertenece a la gráfica, e $y = -1$ es una asíntota horizontal.



- (a) Sea $g(x) = f(x-1) + 2$. Dibuje aproximadamente la gráfica de g en el diagrama anterior.
- (b) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal de g .
- (c) Sea A' el punto en la gráfica de g que se corresponde con el punto A . Escriba las coordenadas de A' .

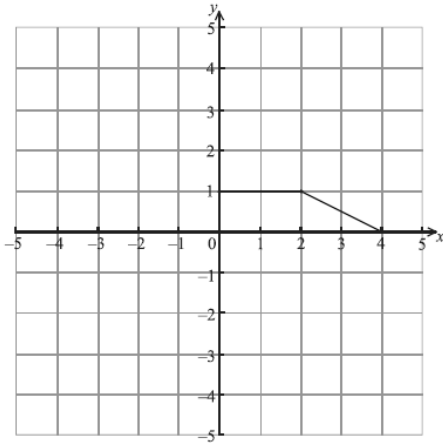
Mayo 07

The functions $f(x)$ and $g(x)$ are defined by $f(x) = e^x$ and $g(x) = \ln(1 + 2x)$

- (a) Write down $f^{-1}(x)$.
- (b) (i) Find $(f \circ g)(x)$.
- (ii) Find $(f \circ g)^{-1}(x)$.

Mayo 07

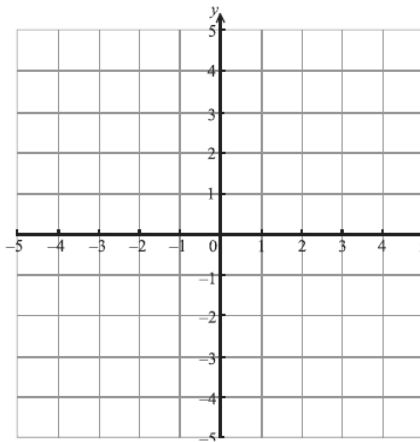
The graph of the function $y = f(x)$, $0 \leq x \leq 4$, is shown below.



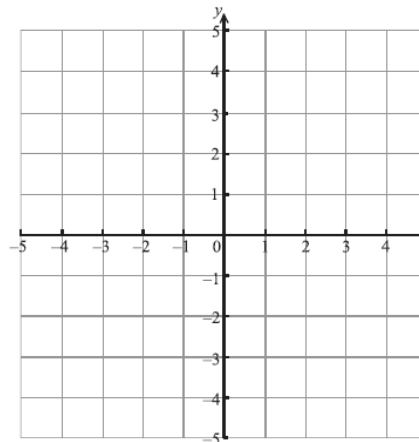
(a) Write down the value of

- (i) $f'(1)$;
- (ii) $f'(3)$.

(b) On the diagram below, draw the graph of $y = 3f(-x)$.

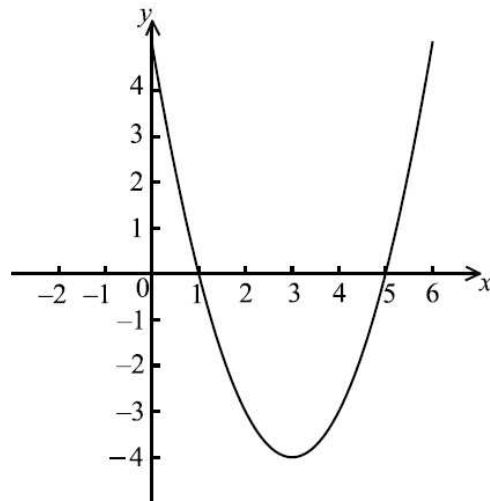


(c) On the diagram below, draw the graph of $y = f(2x)$.



Mayo 07

The following diagram shows part of the graph of a quadratic function, with equation in the form $y = (x - p)(x - q)$, where $p, q \in \mathbb{Z}$.



(a) Write down

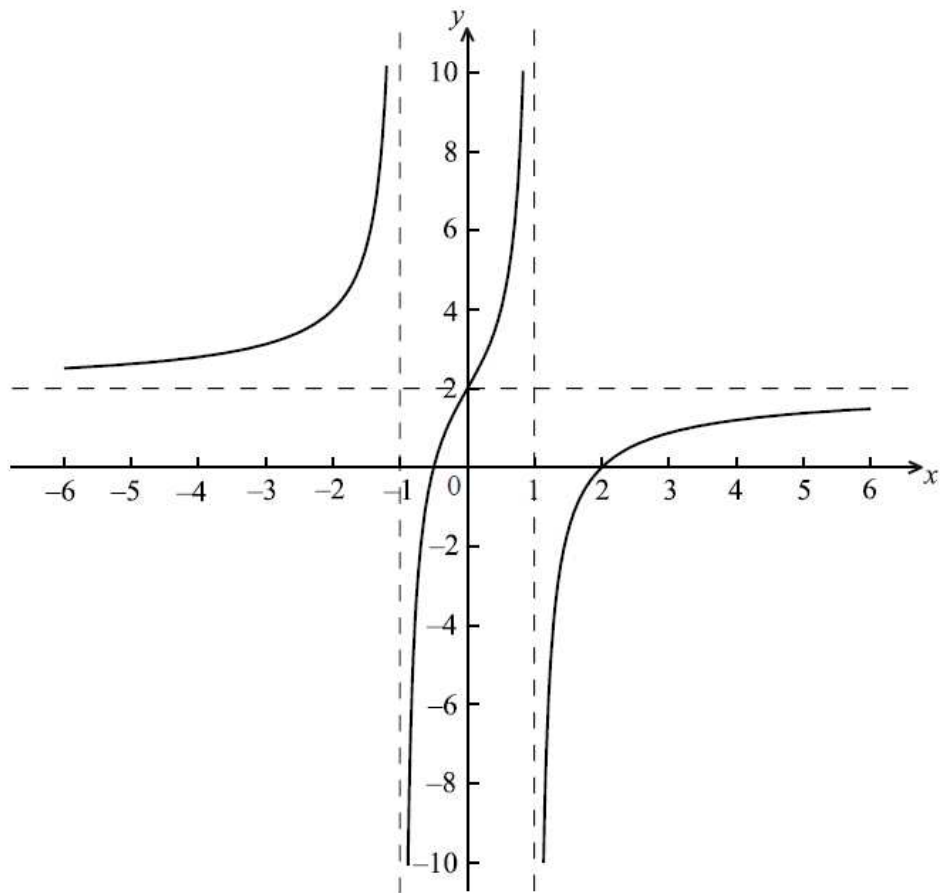
- (i) the value of p and of q ;
- (ii) the equation of the axis of symmetry of the curve.

(b) Find the equation of the function in the form $y = (x - h)^2 + k$, where $h, k \in \mathbb{Z}$.

Mayo 07

Sea $f(x) = p - \frac{3x}{x^2 - q^2}$, donde $p, q \in \mathbb{R}^+$.

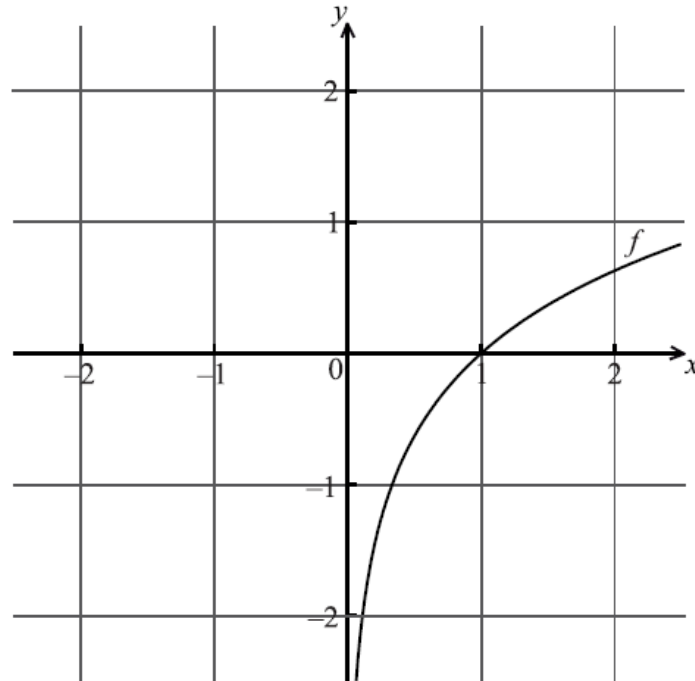
A continuación se muestra una parte de la gráfica de f , incluyendo las asíntotas.



- (a) Las ecuaciones de las asíntotas son, respectivamente, $x=1$, $x=-1$, $y=2$.
Escriba el valor de
- (i) p ;
 - (ii) q .
- (b) Sea R la región delimitada por la gráfica de f , el eje x y el eje y .
- (i) Halle la intersección de f con el semieje x negativo.

Nov 07

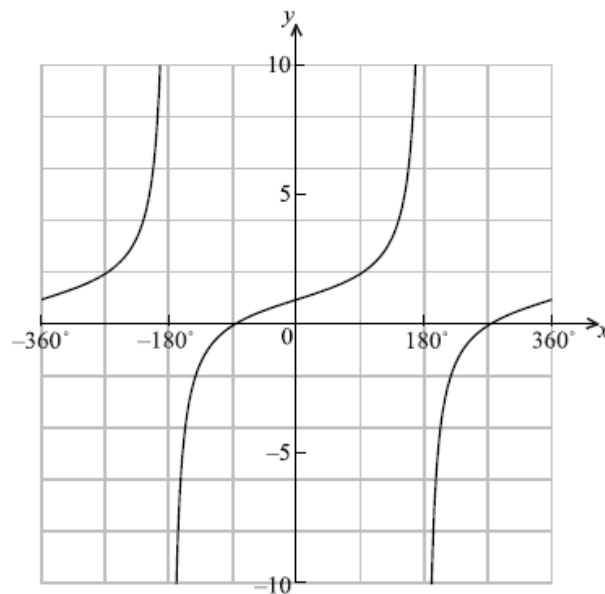
The diagram below shows part of the graph of f .



On the same diagram, sketch the graph of f^{-1} .

Nov 07

The diagram below shows the graph of $f(x) = 1 + \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ for $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

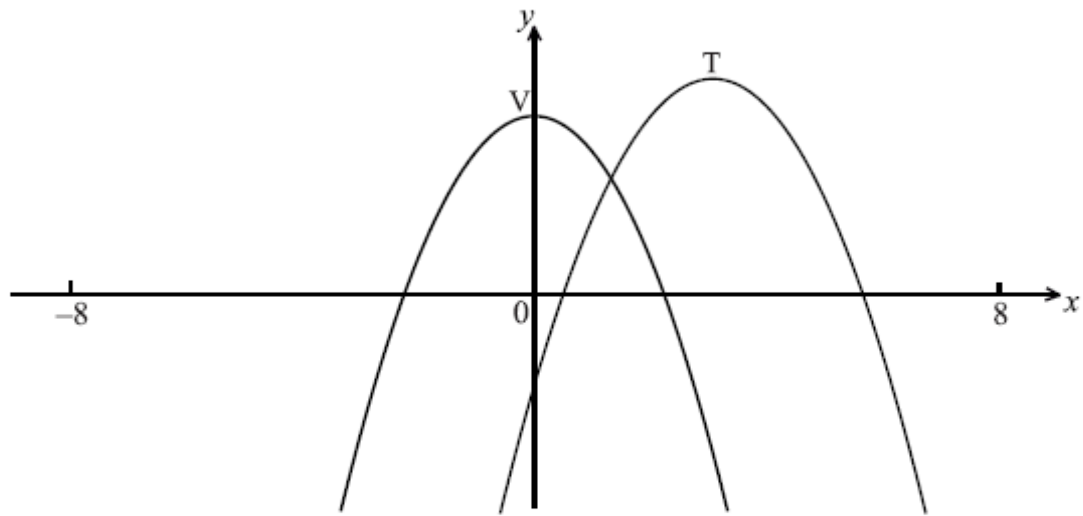


- (a) On the same diagram, draw the asymptotes.
- (b) Write down
 - (i) the period of the function;
 - (ii) the value of $f(90^\circ)$.
- (c) Solve $f(x) = 0$ for $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

Nov 07

The following diagram shows part of the graph of $f(x) = 5 - x^2$ with vertex $V(0, 5)$.

Its image $y = g(x)$ after a translation with vector $\begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$ has vertex $T(3, 6)$.



- (a) Write down the value of
- (i) h ;
 - (ii) k .
- (b) Write down an expression for $g(x)$.
- (c) On the same diagram, sketch the graph of $y = g(-x)$.

Muestra
08 (P1)

Consider $f(x) = \sqrt{x - 5}$.

- (a) Find
- (i) $f(11)$;
 - (ii) $f(86)$;
 - (iii) $f(5)$.
- (b) Find the values of x for which f is undefined.
- (c) Let $g(x) = x^2$. Find $(g \circ f)(x)$.

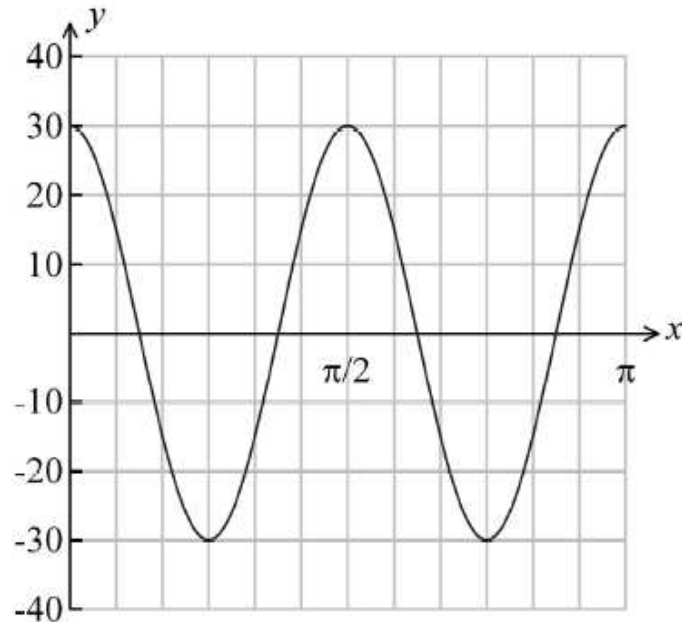
Muestra
08 (P1)

The quadratic function f is defined by $f(x) = 3x^2 - 12x + 11$.

- Write f in the form $f(x) = 3(x-h)^2 - k$.
- The graph of f is translated 3 units in the positive x -direction and 5 units in the positive y -direction. Find the function g for the translated graph, giving your answer in the form $g(x) = 3(x-p)^2 + q$.

Muestra
08 (P1)

The graph of a function of the form $y = p \cos qx$ is given in the diagram below.



- Write down the value of p .
- Calculate the value of q .

Muestra
08 (P1)

Let $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$.

- Express $f(x)$ in the form $f(x) = 2(x-h)^2 - k$.
- Write down the vertex of the graph of f .
- Write down the equation of the axis of symmetry of the graph of f .
- Find the y -intercept of the graph of f .
- The x -intercepts of f can be written as $\frac{p \pm \sqrt{q}}{r}$, where $p, q, r \in \mathbb{Z}$. Find the value of p , of q , and of r .

Muestra
08 (P1)

Let $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

- (a) Sketch the graph of f .

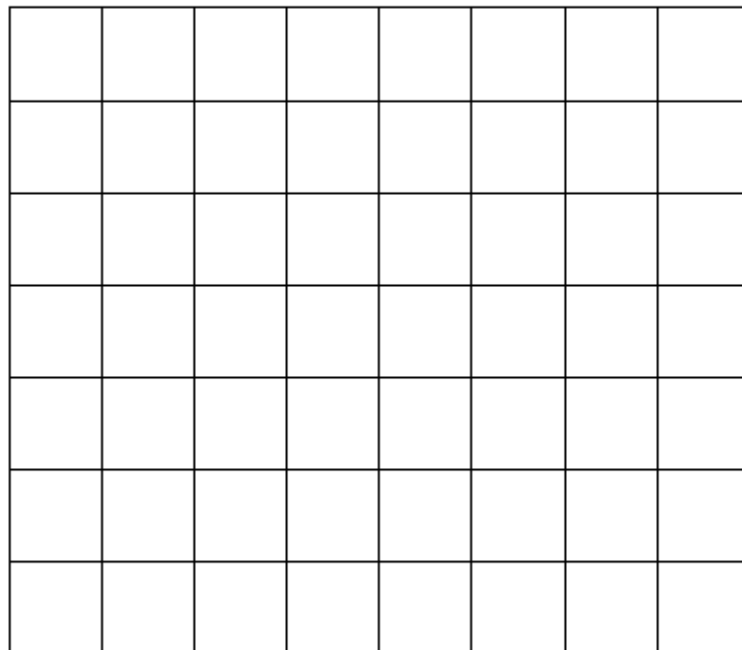
The graph of f is transformed to the graph of g by a translation of $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

- (b) Find an expression for $g(x)$.
- (c) (i) Find the intercepts of g .
- (ii) Write down the equations of the asymptotes of g .
- (iii) Sketch the graph of g .

Muestra
08 (P1)

The function f is defined by $f(x) = \frac{3}{\sqrt{9-x^2}}$, for $-3 < x < 3$.

- (a) On the grid below, sketch the graph of f .



- (b) Write down the equation of each vertical asymptote.
- (c) Write down the range of the function f .

Muestra
08 (P1)

A spring is suspended from the ceiling. It is pulled down and released, and then oscillates up and down. Its length, l centimetres, is modelled by the function $l = 33 + 5 \cos((720t)^\circ)$, where t is time in seconds after release.

- Find the length of the spring after 1 second.
- Find the minimum length of the spring.
- Find the first time at which the length is 33 cm.
- What is the period of the motion?

Muestra
08 (P2)

The functions f and g are defined by $f : x \mapsto 3x$, $g : x \mapsto x + 2$

- Find an expression for $(f \circ g)(x)$.
- Find $f^{-1}(18) + g^{-1}(18)$.

Mayo 08
(P1)

Let $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$.

- Show that $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$.
- For the graph of f
 - write down the coordinates of the vertex;
 - write down the **equation** of the axis of symmetry;
 - write down the y -intercept;
 - find both x -intercepts.
- Hence** sketch the graph of f .
- Let $g(x) = x^2$. The graph of f may be obtained from the graph of g by the two transformations:

a stretch of scale factor t in the y -direction

followed by

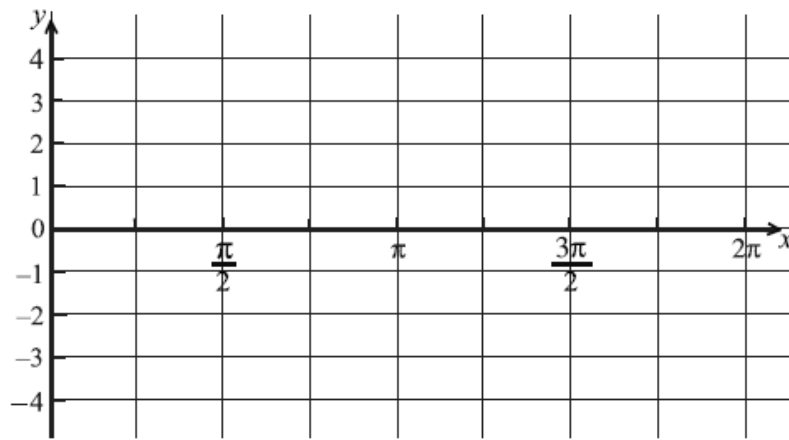
a translation of $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

Find $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ and the value of t .

Mayo 08
(P1)

Consider $g(x) = 3 \sin 2x$.

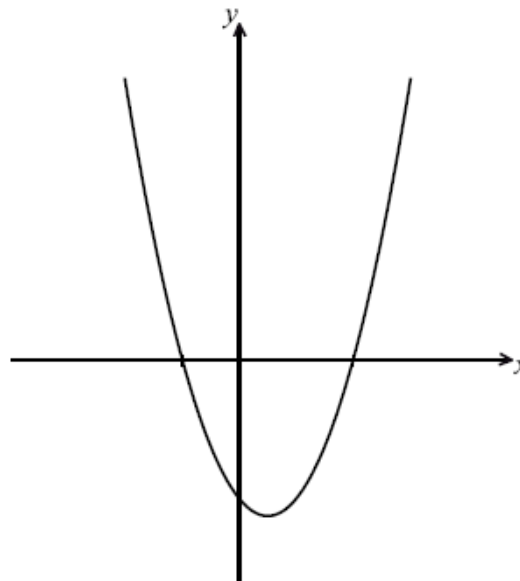
- (a) Write down the period of g .
- (b) On the diagram below, sketch the curve of g , for $0 \leq x \leq 2\pi$.



- (c) Write down the number of solutions to the equation $g(x) = 2$, for $0 \leq x \leq 2\pi$.

Mayo 08
(P1)

The following diagram shows part of the graph of f , where $f(x) = x^2 - x - 2$



- (a) Find both x -intercepts.
- (b) Find the x -coordinate of the vertex.

Mayo 08
(P1)

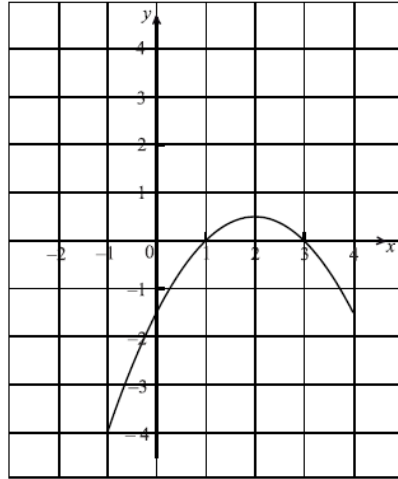
Let $f(x) = \ln(x+5) + \ln 2$, for $x > -5$.

- (a) Find $f^{-1}(x)$.

Let $g(x) = e^x$.

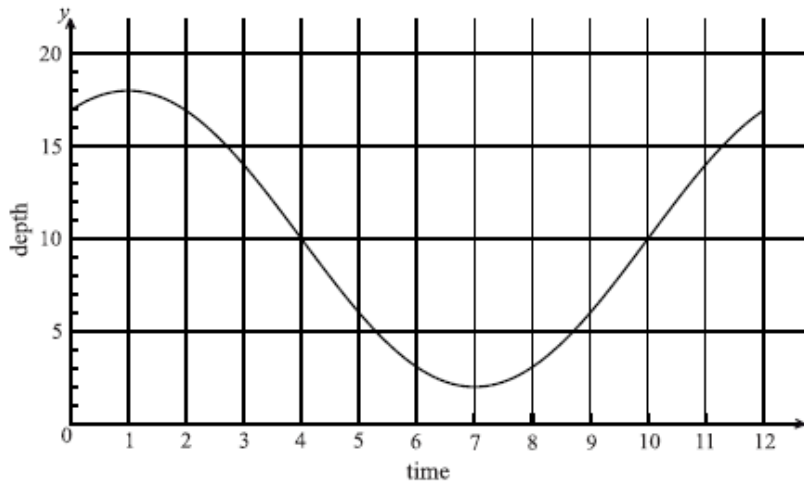
- (b) Find $(g \circ f)(x)$, giving your answer in the form $ax + b$, where $a, b \in \mathbb{Z}$.

Mayo 08 (P1) Part of the graph of a function f is shown in the diagram below.

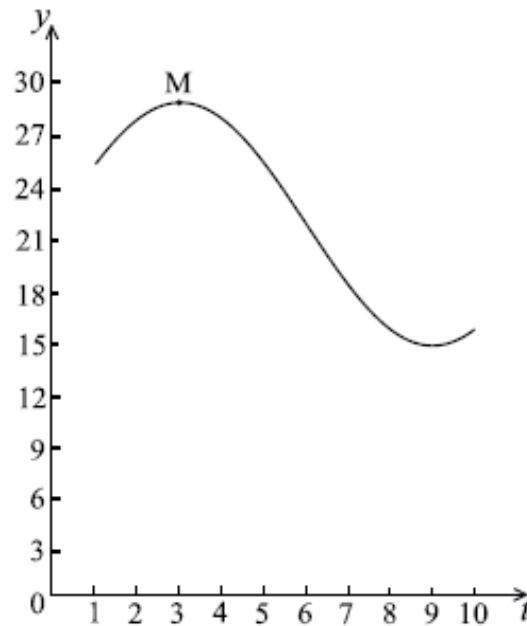


- (a) On the same diagram sketch the graph of $y = -f(x)$.
- (b) Let $g(x) = f(x+3)$.
 - (i) Find $g(-3)$.
 - (ii) Describe fully the transformation that maps the graph of f to the graph of g .

Mayo 08 (P2) The following graph shows the depth of water, y metres, at a point P, during one day. The time t is given in hours, from midnight to noon.



- (a) Use the graph to write down an estimate of the value of t when
 - (i) the depth of water is minimum;
 - (ii) the depth of water is maximum;
 - (iii) the depth of the water is increasing most rapidly.
- (b) The depth of water can be modelled by the function $y = A \cos(B(t-1)) + C$.
 - (i) Show that $A = 8$.
 - (ii) Write down the value of C .
 - (iii) Find the value of B .
- (c) A sailor knows that he cannot sail past P when the depth of the water is less than 12 m. Calculate the values of t between which he cannot sail past P.

Nov 08
(P1)Let $f(t) = a \cos b(t-c) + d$, $t \geq 0$. Part of the graph of $y = f(t)$ is given below.When $t = 3$, there is a maximum value of 29, at M.When $t = 9$, there is a minimum value of 15.

- (a) (i) Find the value of a .
- (ii) Show that $b = \frac{\pi}{6}$.
- (iii) Find the value of d .
- (iv) Write down a value for c .

The transformation P is given by a horizontal stretch of a scale factor of $\frac{1}{2}$, followed by a translation of $\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$.

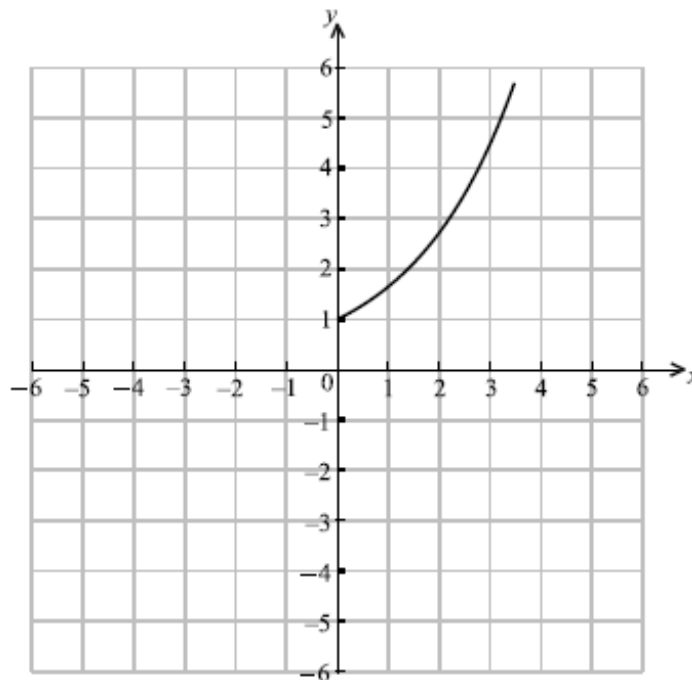
- (b) Let M' be the image of M under P . Find the coordinates of M' .

The graph of g is the image of the graph of f under P .

- (c) Find $g(t)$ in the form $g(t) = 7 \cos B(t-C) + D$.
- (d) Give a full geometric description of the transformation that maps the graph of g to the graph of f .

Nov 08
(P1)

Let f be the function given by $f(x) = e^{0.5x}$, $0 \leq x \leq 3.5$. The diagram shows the graph of f .



- On the same diagram, sketch the graph of f^{-1} .
- Write down the range of f^{-1} .
- Find $f^{-1}(x)$.

Nov 08
(P2)

Let $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

- Express $f(x)$ in the form $f(x) = 2(x-h)^2 + k$.
- Write down the equation of the axis of symmetry of the graph of f .
- Express $f(x)$ in the form $f(x) = 2(x-p)(x-q)$.

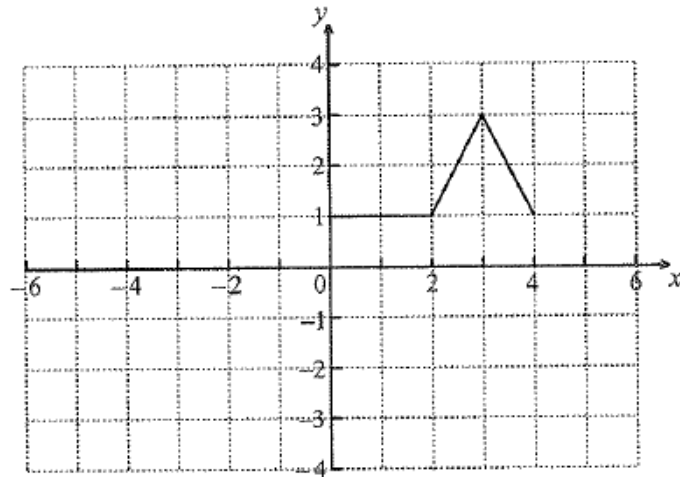
Mayo 09
(P1)

Let $f(x) = x^2$ and $g(x) = 2(x-1)^2$.

- The graph of g can be obtained from the graph of f using two transformations. Give a full geometric description of each of the two transformations.
- The graph of g is translated by the vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ to give the graph of h .
The point $(-1, 1)$ on the graph of f is translated to the point P on the graph of h . Find the coordinates of P.

Mayo 09
(P2)

Consider the graph of f shown below.



(a) On the same grid sketch the graph of $y = f(-x)$.

The following four diagrams show **images** of f under different transformations.

Diagram A

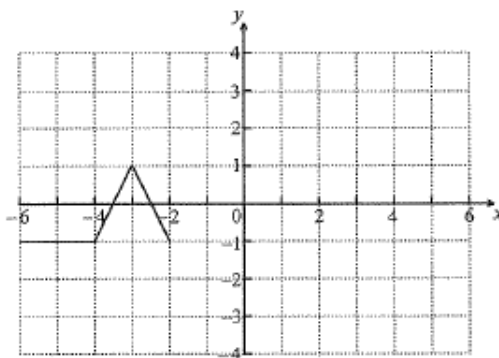


Diagram B

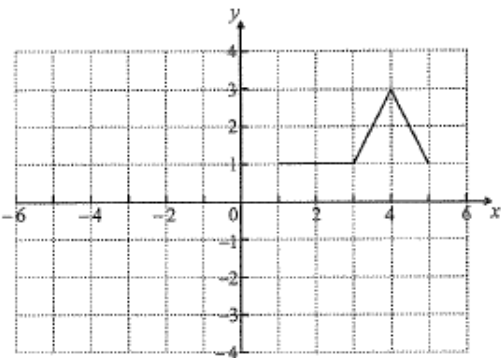


Diagram C

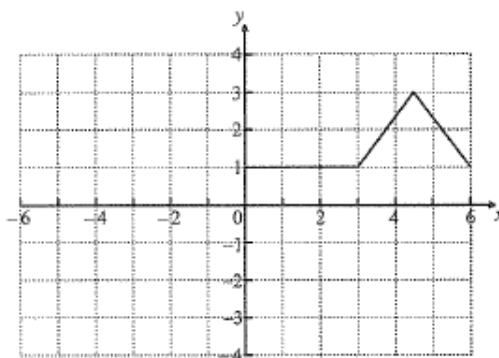
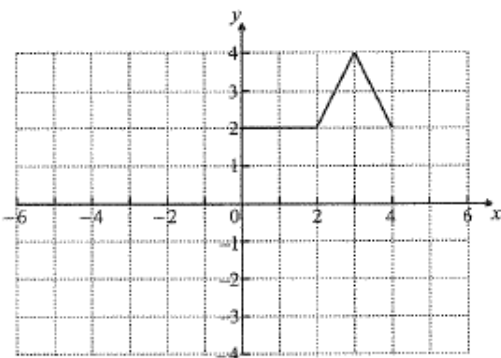


Diagram D



(b) Complete the following table.

Description of transformation	Diagram letter
Horizontal stretch with scale factor 1.5	
Maps f to $f(x)+1$	

(c) Give a full geometric description of the transformation that gives the image in Diagram A.

Mayo 09
(P1)

Let $f(x) = e^{x+3}$.

- (a) (i) Show that $f^{-1}(x) = \ln x - 3$.
- (ii) Write down the domain of f^{-1} .
- (b) Solve the equation $f^{-1}(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$.

Mayo 09
(P1)

Let $f(x) = x^2$ and $g(x) = 2x - 3$.

- (a) Find $g^{-1}(x)$.
- (b) Find $(f \circ g)(4)$.

Mayo 09
(P2)

Let $f(x) = \frac{3x}{2} + 1$, $g(x) = 4 \cos\left(\frac{x}{3}\right) - 1$. Let $h(x) = (g \circ f)(x)$.

- (a) Find an expression for $h(x)$.
- (b) Write down the period of h .
- (c) Write down the range of h .

Nov 09
P1#1

Sean $f(x) = 2x^3 + 3$ y $g(x) = e^{3x} - 2$.

- (a) (i) Halle $g(0)$.
- (ii) Halle $(f \circ g)(0)$.

(b) Halle $f^{-1}(x)$.

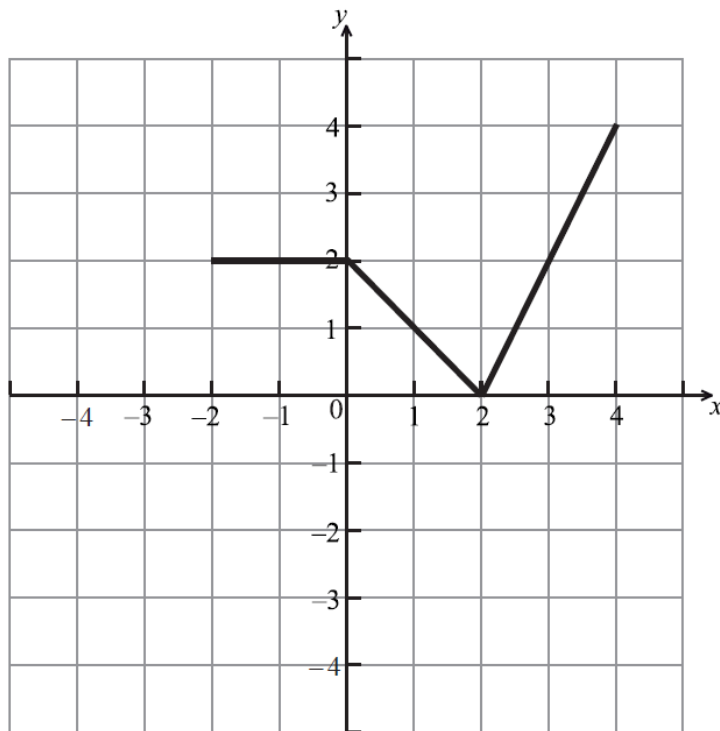
Nov 09
P1#7

Sea $f(x) = k \log_2 x$.

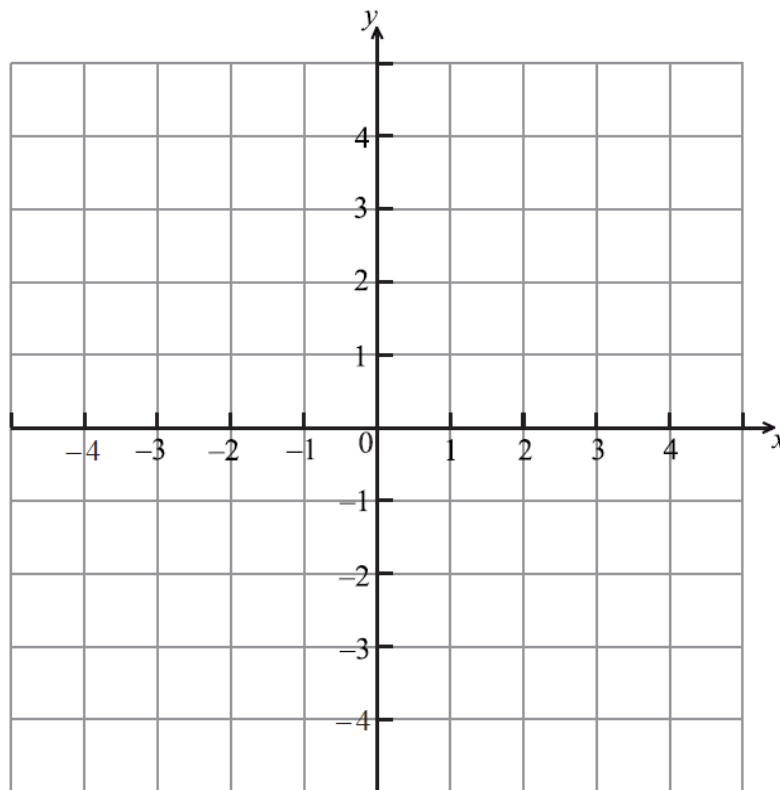
- (a) Sabiendo que $f^{-1}(1) = 8$, halle el valor de k .
- (b) Halle $f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$.

Nov 09
P1#4

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función $f(x)$, para $-2 \leq x \leq 4$.



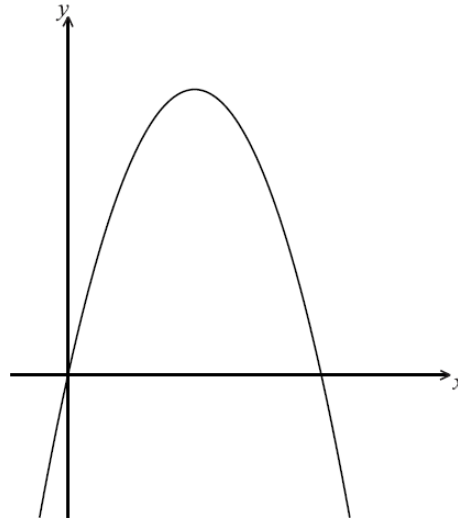
- (a) Sea $h(x) = f(-x)$. Dibuje aproximadamente la gráfica de h en la siguiente cuadrícula.



- (b) Sea $g(x) = \frac{1}{2}f(x-1)$. El punto $A(3, 2)$ de la gráfica de f se transforma en el punto P de la gráfica de g . Halle las coordenadas de P .

Mayo 10 Let $f(x) = 8x - 2x^2$. Part of the graph of f is shown below.

TZ1
P1#1



- (a) Find the x -intercepts of the graph.
- (b) (i) Write down the equation of the axis of symmetry.
- (ii) Find the y -coordinate of the vertex.

Mayo 10 Let $f(x) = \log_3 \sqrt{x}$, for $x > 0$.

TZ1
P1#7

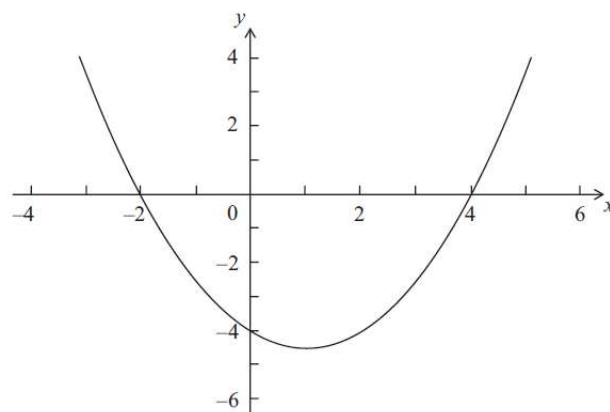
- (a) Show that $f^{-1}(x) = 3^{2x}$.
- (b) Write down the range of f^{-1} .

Let $g(x) = \log_3 x$, for $x > 0$.

- (c) Find the value of $(f^{-1} \circ g)(2)$, giving your answer as an integer.

Mayo 10 Sea $f(x) = p(x - q)(x - r)$. A continuación se muestra una parte de la gráfica de f .

TZ2
P1#1



La gráfica pasa por los puntos $(-2, 0)$, $(0, -4)$ y $(4, 0)$.

- (a) Escriba el valor de q y el de r .
- (b) Escriba la **ecuación** del eje de simetría.
- (c) Halle el valor de p .

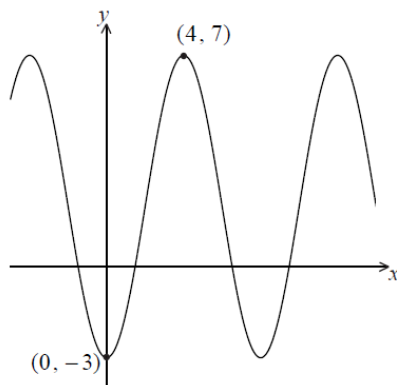
Mayo 10
TZ2
P1#4

Sean $f(x) = \cos 2x$ y $g(x) = 2x^2 - 1$.

- (a) Halle $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- (b) Halle $(g \circ f)\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
- (c) Sabiendo que $(g \circ f)(x)$ se puede escribir como $\cos(kx)$, halle el valor de k , $k \in \mathbb{Z}$.

Mayo 10
TZ1
P2#5

The graph of $y = p \cos qx + r$, for $-5 \leq x \leq 14$, is shown below.

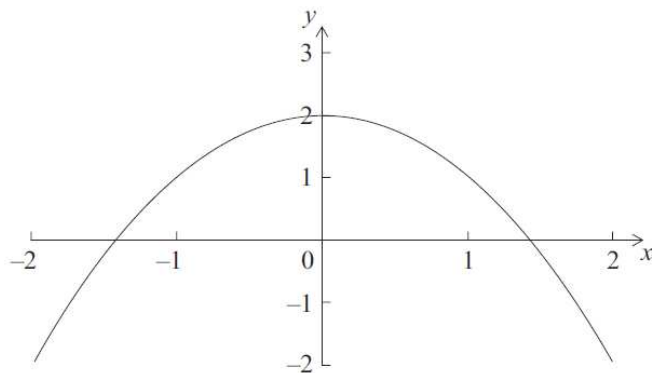


There is a minimum point at $(0, -3)$ and a maximum point at $(4, 7)$.

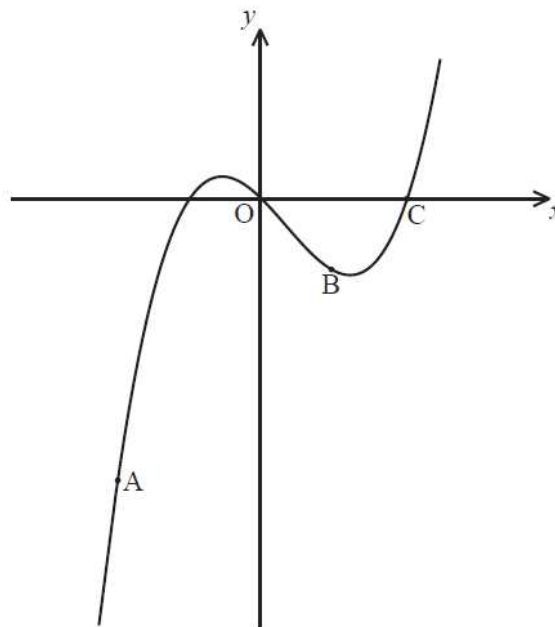
- (a) Find the value of
 - (i) p ;
 - (ii) q ;
 - (iii) r .
- (b) The equation $y = k$ has exactly **two** solutions. Write down the value of k .

Mayo 10
TZ2
P2#5

Sean $f(x) = 2 - x^2$, para $-2 \leq x \leq 2$ y $g(x) = \text{sen } e^x$, para $-2 \leq x \leq 2$. A continuación se muestra la gráfica de f .



- (a) En el diagrama anterior, dibuje aproximadamente la gráfica de g .
- (b) Resuelva $f(x) = g(x)$.
- (c) Escriba el conjunto de valores de x tales que $f(x) > g(x)$.

Nov 10
P1#9Sean $f(x) = x^2 + 4$ y $g(x) = x - 1$.(a) Halle $(f \circ g)(x)$.El vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ traslada la gráfica de $(f \circ g)$ a la gráfica de h .(b) Halle las coordenadas del vértice de la gráfica de h .(c) Compruebe que $h(x) = x^2 - 8x + 19$.(d) La recta $y = 2x - 6$ es tangente a la gráfica de h en el punto P. Halle la coordenada x de P.Nov 10
P2#5Considere la función $f(x) = px^3 + qx^2 + rx$. A continuación se muestra parte de la gráfica de f .La gráfica pasa por el origen O y por los puntos $A(-2, -8)$, $B(1, -2)$ y $C(2, 0)$.(a) Halle tres ecuaciones lineales en p , q y r .(b) A partir de lo anterior halle el valor de p , de q y de r .Mayo 10
TZ1
P1#1Let $f(x) = 7 - 2x$ and $g(x) = x + 3$.(a) Find $(g \circ f)(x)$.(b) Write down $g^{-1}(x)$.(c) Find $(f \circ g^{-1})(5)$.

Mayo 10
TZ1
P1#7

Consider $f(x) = 2kx^2 - 4kx + 1$, for $k \neq 0$. The equation $f(x) = 0$ has two equal roots.

- (a) Find the value of k .
- (b) The line $y = p$ intersects the graph of f . Find all possible values of p .

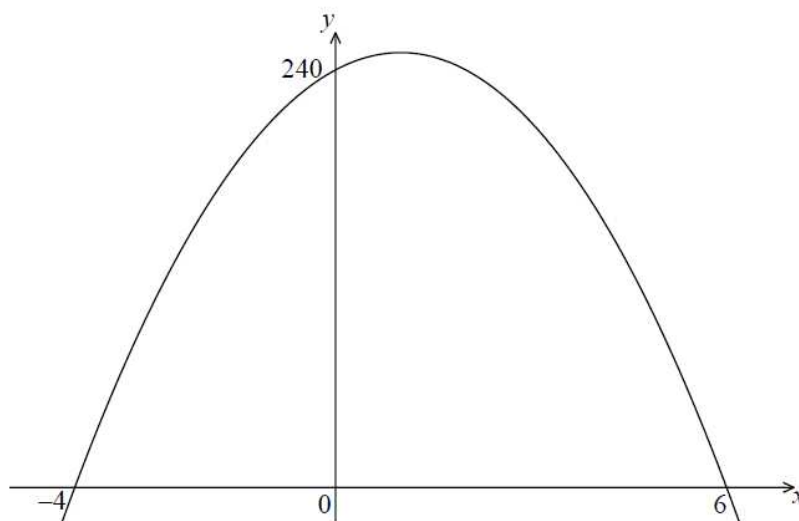
Mayo 10
TZ2
P1#5

Sean $f(x) = 3 \ln x$ y $g(x) = \ln 5x^3$.

- (a) Expresa $g(x)$ de la forma $f(x) + \ln a$, donde $a \in \mathbb{Z}^+$.
- (b) La gráfica de g es una transformación de la gráfica de f . Dé una descripción geométrica completa de esta transformación.

Mayo 10
TZ2
P1#9

La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de una función cuadrática f .



Los puntos de intersección con el eje x son $(-4, 0)$ y $(6, 0)$, y el punto de intersección con el eje y es $(0, 240)$.

- (a) Escriba $f(x)$ de la forma $f(x) = -10(x-p)(x-q)$.
- (b) Halle otra expresión para $f(x)$, de la forma $f(x) = -10(x-h)^2 + k$.
- (c) Compruebe que $f(x)$ también se puede escribir de la forma $f(x) = 240 + 20x - 10x^2$.

Mayo 10
TZ1
P2#2

Let $f(x) = 3x^2$. The graph of f is translated 1 unit to the right and 2 units down. The graph of g is the image of the graph of f after this translation.

- (a) Write down the coordinates of the vertex of the graph of g .
- (b) Express g in the form $g(x) = 3(x-p)^2 + q$.

The graph of h is the reflection of the graph of g in the x -axis.

- (c) Write down the coordinates of the vertex of the graph of h .

Mayo 10
TZ1
P2#10

Let $f(x) = \log_3 \frac{x}{2} + \log_3 16 - \log_3 4$, for $x > 0$.

- (a) Show that $f(x) = \log_3 2x$.
- (b) Find the value of $f(0.5)$ and of $f(4.5)$.

The function f can also be written in the form $f(x) = \frac{\ln ax}{\ln b}$.

- (c) (i) Write down the value of a and of b .
- (ii) Hence on graph paper, **sketch** the graph of f , for $-5 \leq x \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$, using a scale of 1 cm to 1 unit on each axis.
- (iii) Write down the equation of the asymptote.
- (d) Write down the value of $f^{-1}(0)$.

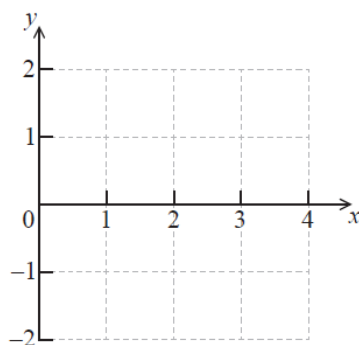
The point A lies on the graph of f . At A, $x = 4.5$.

- (e) On your diagram, sketch the graph of f^{-1} , noting clearly the image of point A.

Mayo 10
TZ2
P2#2

Sea $g(x) = \frac{1}{2}x \operatorname{sen} x$, para $0 \leq x \leq 4$.

- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de g sobre los ejes de coordenadas que aparecen a continuación.



- (b) A partir de lo anterior, halle el valor de x para el cual $g(x) = -1$.

Nov 10
P1#9

Sean $f(x) = x^2 + 4$ y $g(x) = x - 1$.

- (a) Halle $(f \circ g)(x)$.

El vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ traslada la gráfica de $(f \circ g)$ a la gráfica de h .

- (b) Halle las coordenadas del vértice de la gráfica de h .
- (c) Compruebe que $h(x) = x^2 - 8x + 19$.

Mayo 11 Sean $f(x) = 3x$, $g(x) = 2x - 5$ y $h(x) = (f \circ g)(x)$.

TZ2

P2#1

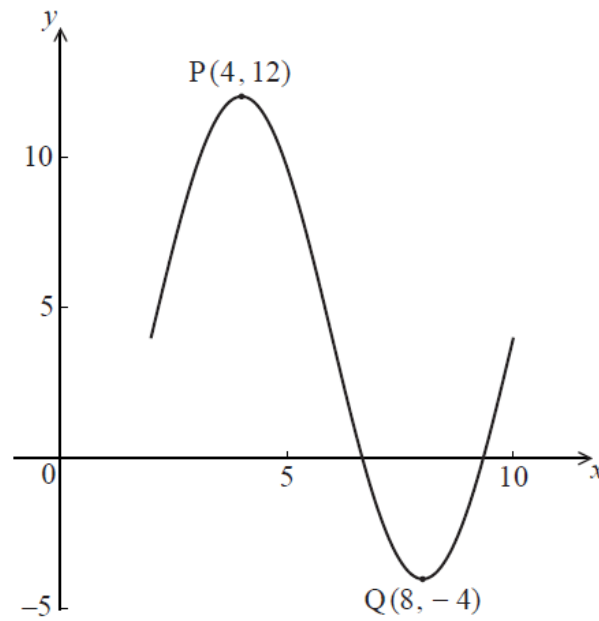
(a) Halle $h(x)$.

(b) Halle $h^{-1}(x)$.

Nov 11

P1#9

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de $f(x) = a \operatorname{sen}(b(x-c)) + d$, para $2 \leq x \leq 10$.



Hay un máximo en $P(4, 12)$ y un mínimo en $Q(8, -4)$.

(a) Utilice la gráfica para escribir el valor de:

(i) a ;

(ii) c ;

(iii) d .

(b) Compruebe que $b = \frac{\pi}{4}$.

Nov 11

P2#1

Sean $f(x) = 2x + 4$ y $g(x) = 7x^2$.

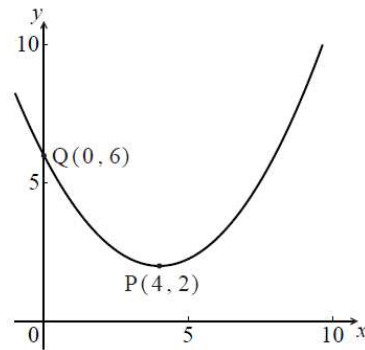
(a) Halle $f^{-1}(x)$.

(b) Halle $(f \circ g)(x)$.

(c) Halle $(f \circ g)(3, 5)$.

Nov 11
P1#1

Sea f una función cuadrática. A continuación se muestra una parte de la gráfica de f .



El vértice está en $P(4, 2)$ y la intersección con el eje y se encuentra en $Q(0, 6)$.

(a) Escriba la ecuación del eje de simetría.

La función f se puede escribir de la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

(b) Escriba el valor de h y el de k .

(c) Halle a .

Nov 11
P2#7

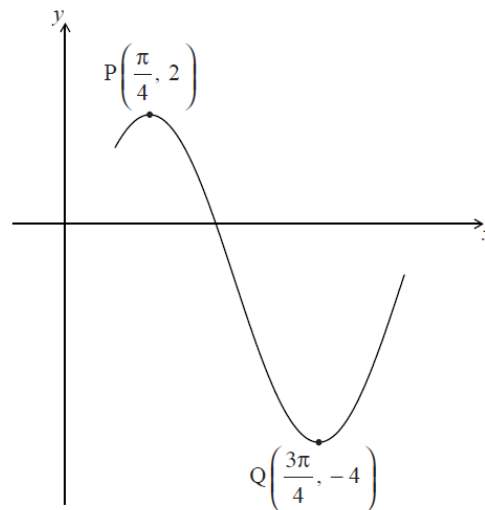
Sea $f(t) = 2t^2 + 7$, donde $t > 0$. La función v se obtiene transformando la gráfica de f mediante

un estiramiento de razón $\frac{1}{3}$ paralelo al eje y ,
seguido de una traslación por medio del vector $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) Halle $v(t)$ y exprese la respuesta de la forma $a(t-b)^2 + c$.

Mayo 12
TZ1
P1#5

The diagram below shows part of the graph of $f(x) = a \cos(b(x-c)) - 1$, where $a > 0$.



The point $P\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$ is a maximum point and the point $Q\left(\frac{3\pi}{4}, -4\right)$ is a minimum point.

(a) Find the value of a .

(b) (i) Show that the period of f is π .

(ii) Hence, find the value of b .

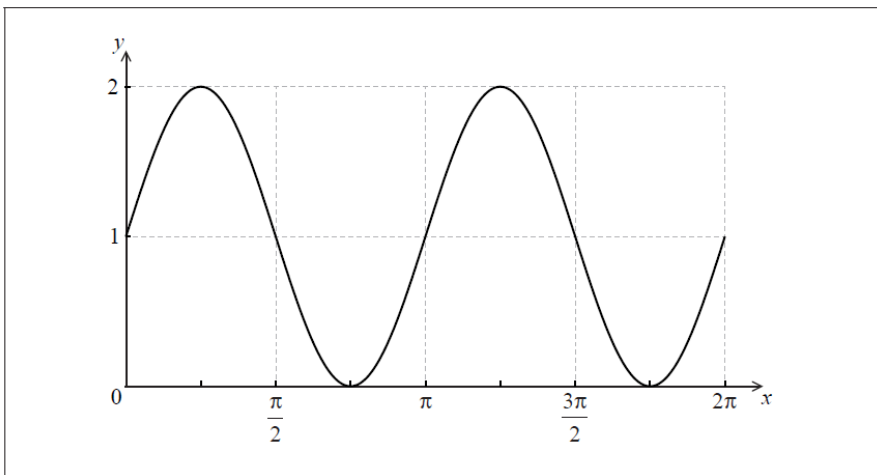
(c) Given that $0 < c < \pi$, write down the value of c .

Mayo 12 Let $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$.

TZ1

P1#7 (a) Show that $f(x)$ can be expressed as $1 + \sin 2x$.

The graph of f is shown below for $0 \leq x \leq 2\pi$.



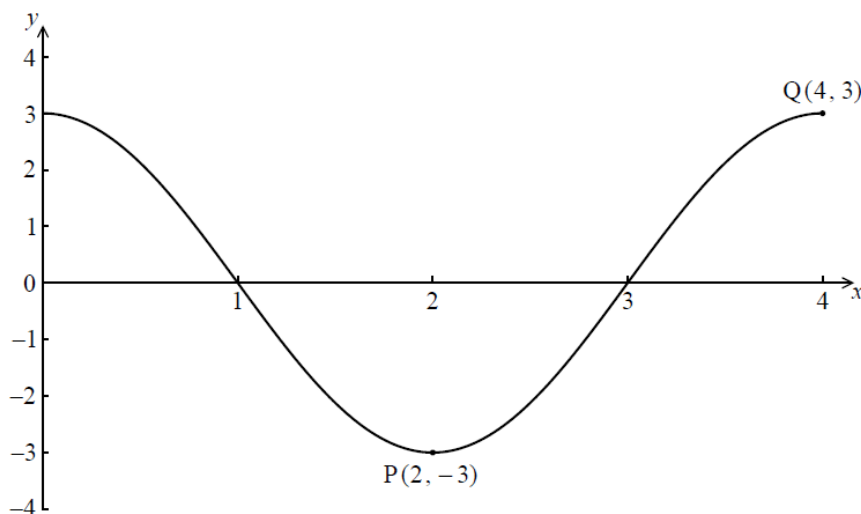
(b) Let $g(x) = 1 + \cos x$. On the same set of axes, sketch the graph of g for $0 \leq x \leq 2\pi$.

The graph of g can be obtained from the graph of f under a horizontal stretch of scale factor p followed by a translation by the vector $\begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$.

(c) Write down the value of p and a possible value of k .

Mayo 12
TZ2
P1#3

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de $f(x) = a \cos(bx)$, para $0 \leq x \leq 4$.

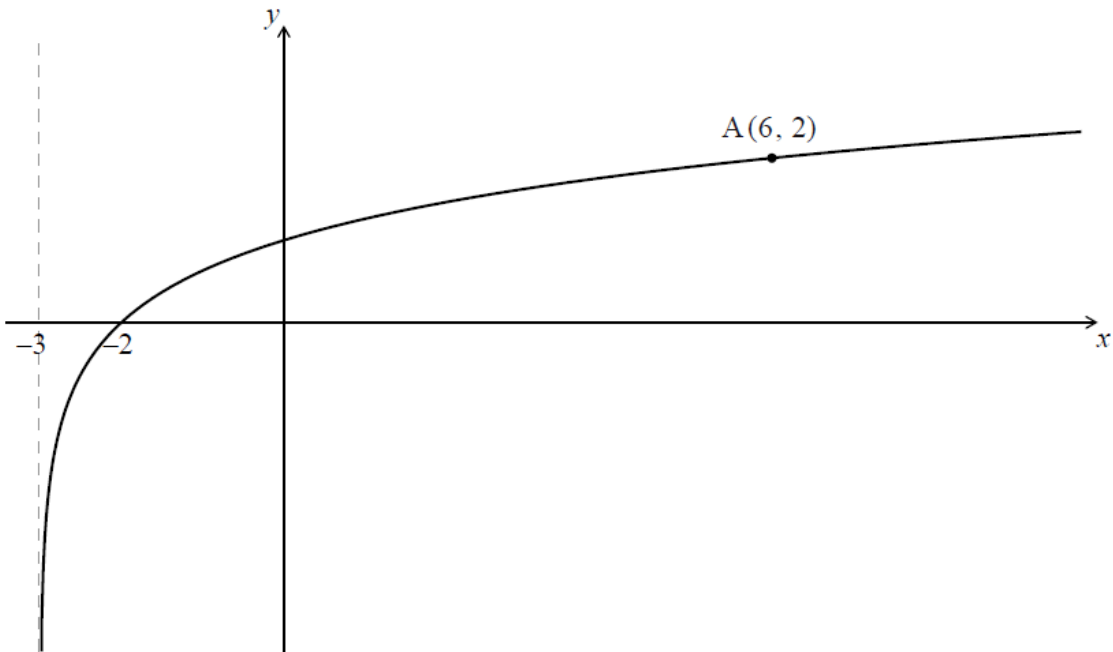


Hay un mínimo en $P(2, -3)$ y un máximo en $Q(4, 3)$.

- (a) (i) Escriba el valor de a .
- (ii) Halle el valor de b .
- (b) Escriba la pendiente de la curva en P .
- (c) Escriba la ecuación de la normal a la curva en P .

Mayo 12
TZ1
P1#9

Let $f(x) = \log_p(x+3)$ for $x > -3$. Part of the graph of f is shown below.



The graph passes through $A(6, 2)$, has an x -intercept at $(-2, 0)$ and has an asymptote at $x = -3$.

(a) Find p .

The graph of f is reflected in the line $y = x$ to give the graph of g .

(b) (i) Write down the y -intercept of the graph of g .

(ii) Sketch the graph of g , noting clearly any asymptotes and the image of A .

(c) Find $g(x)$.

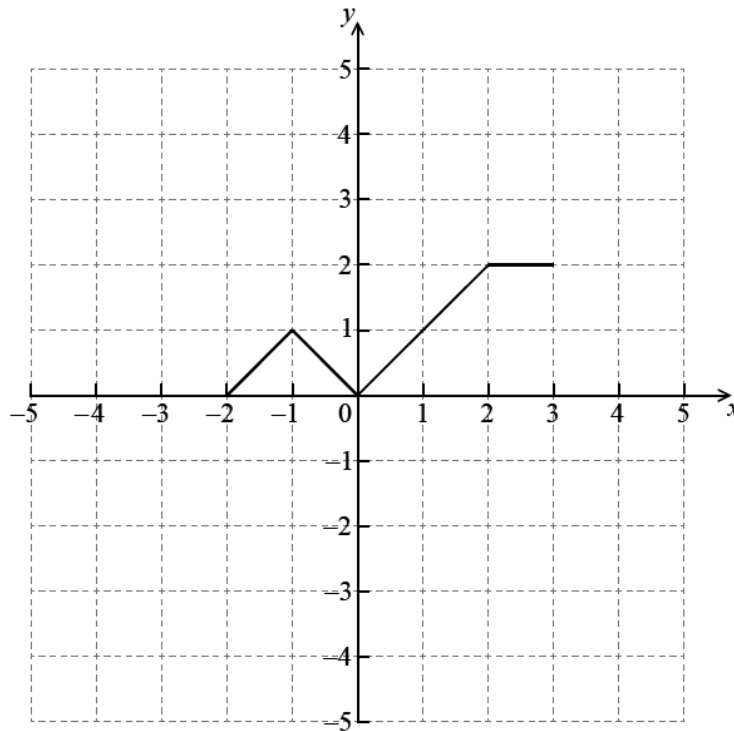
Mayo 12
TZ2
P1#2

Sean $f(x) = 2x - 1$ y $g(x) = 3x^2 + 2$.

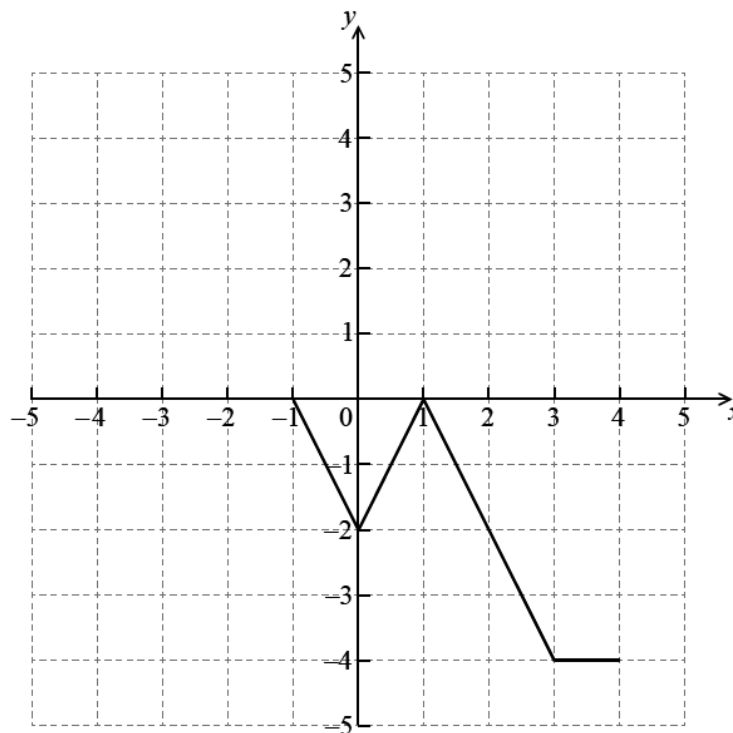
(a) Halle $f^{-1}(x)$.

(b) Halle $(f \circ g)(1)$.

Mayo 12 La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función $f(x)$,
 TZ2 para $-2 \leq x \leq 3$.
 P1#5



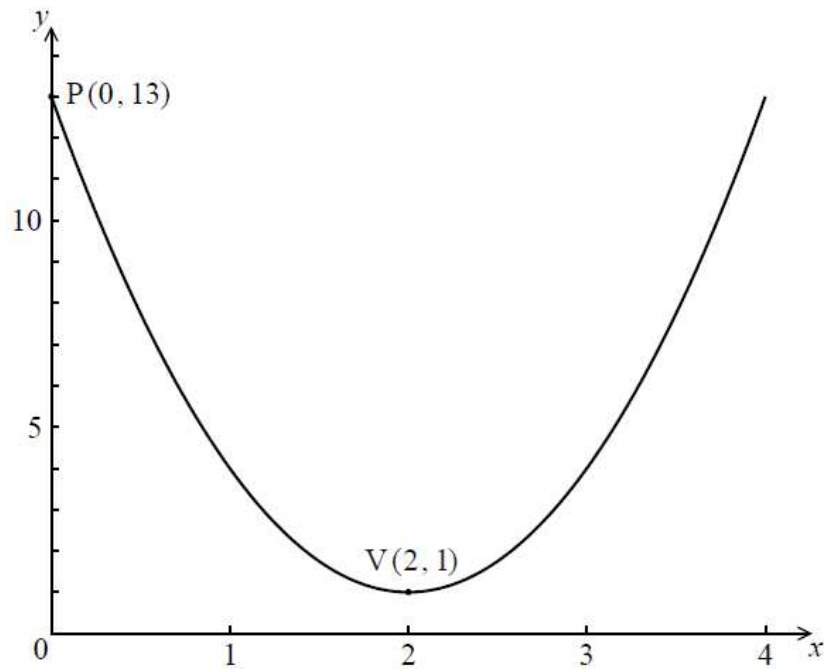
- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de $f(-x)$ en la cuadrícula
- (b) La gráfica de f se transforma de modo tal que se obtiene la gráfica de g . A continuación se muestra la gráfica de g .



La función g se puede escribir de la forma $g(x) = af(x+b)$. Escriba el valor de a y el de b .

Mayo 12
TZ2
P1#8

La siguiente figura muestra la gráfica de una función cuadrática f , para $0 \leq x \leq 4$.



La gráfica pasa por el punto $P(0, 13)$, y el vértice es el punto $V(2, 1)$.

(a) La función se puede escribir de la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

(i) Escriba el valor de h y el de k .

(ii) Compruebe que $a = 3$.

(b) Halle $f(x)$; exprese la respuesta en la forma $Ax^2 + Bx + C$.

Mayo 12
TZ1
P2#2

Let $f(x) = 2x^2 - 8x - 9$.

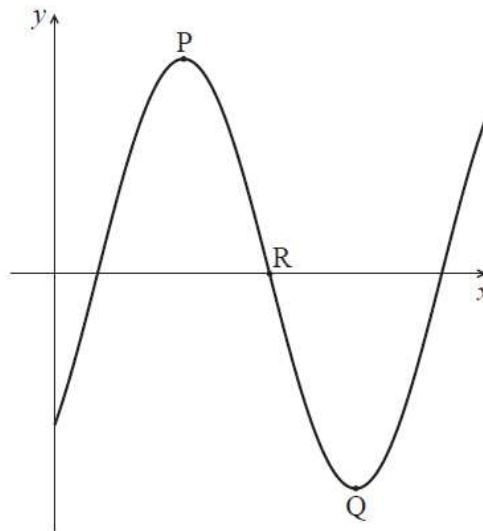
(a) (i) Write down the coordinates of the vertex.

(ii) Hence or otherwise, express the function in the form $f(x) = 2(x-h)^2 + k$.

(b) Solve the equation $f(x) = 0$.

Nov 12
P2#5

Sea $f(x) = a \cos(b(x-c))$. La siguiente figura muestra una parte de la gráfica de f , para $0 \leq x \leq 10$.



La gráfica tiene un máximo local en $P(3, 5)$, un mínimo local en $Q(7, -5)$, y corta al eje x en R .

- (a) Escriba el valor de
- (i) a ;
 - (ii) c .
- (b) Halle el valor de b .
- (c) Halle la coordenada x de R .

Nov 12
P2#9

Considere la función $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de f , para $-1 \leq x \leq 5$.

Esta función también se puede escribir de la forma $f(x) = (x-p)^2 - 3$.

- (b) Escriba el valor de p .

La gráfica de g se obtiene realizando una simetría de la gráfica de f respecto al eje x , seguida de una traslación de $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$.

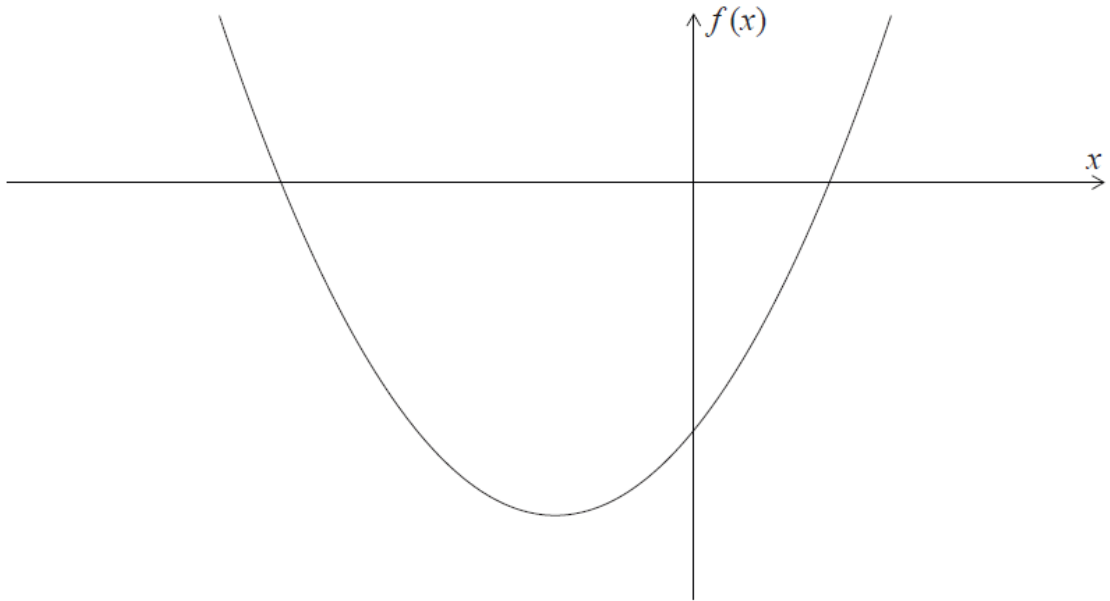
- (c) Compruebe que $g(x) = -x^2 + 4x + 5$.

Las gráficas de f y g se cortan en dos puntos.

- (d) Escriba la coordenada x de cada uno de estos dos puntos.

Mayo 13
TZ1
P1#2

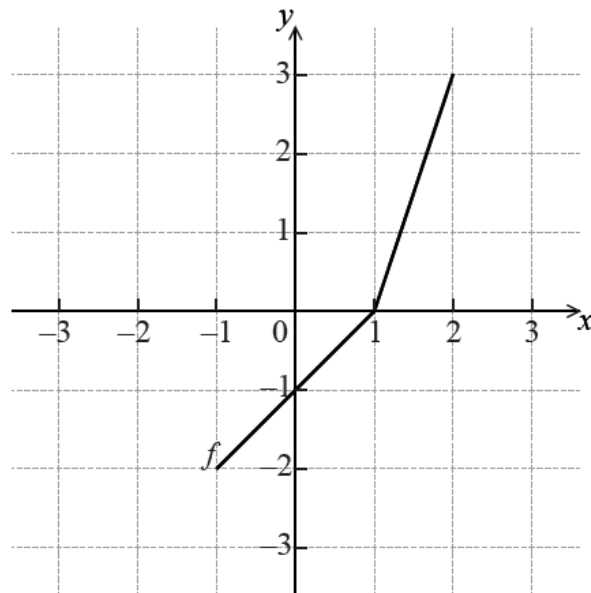
The diagram below shows part of the graph of $f(x) = (x-1)(x+3)$.



- (a) Write down the x -intercepts of the graph of f .
- (b) Find the coordinates of the vertex of the graph of f .

Mayo 13
TZ2
P1#4

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de una función f , para $-1 \leq x \leq 2$.



- (a) Escriba el valor de
 - (i) $f(2)$;
 - (ii) $f^{-1}(-1)$.
- (b) Dibuje aproximadamente la gráfica de f^{-1} en la cuadrícula

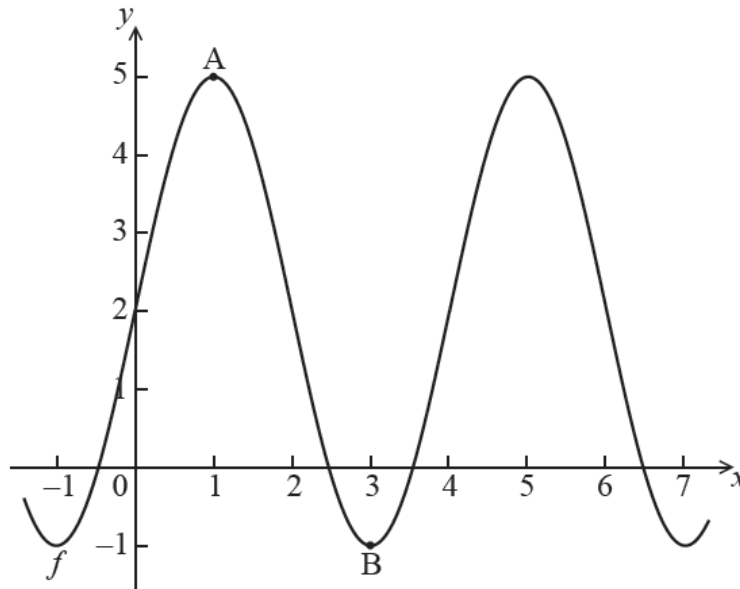
Mayo 13
TZ1
P1#5

Let $f(x) = \sqrt{x-5}$, for $x \geq 5$.

- (a) Find $f^{-1}(2)$.
- (b) Let g be a function such that g^{-1} exists for all real numbers. Given that $g(30) = 3$, find $(f \circ g^{-1})(3)$.

Mayo 13
TZ2
P1#5

La figura que aparece a continuación muestra una parte de la gráfica de una función f .



La gráfica tiene un máximo en $A(1, 5)$ y un mínimo en $B(3, -1)$.

La función f se puede escribir de la forma $f(x) = p \operatorname{sen}(qx) + r$. Halle el valor de

- (a) p ;
- (b) q ;
- (c) r .

Mayo 13
TZ2
P1#9

Sea g una función cuadrática tal que $g(0) = 5$. La recta $x = 2$ es el eje de simetría de la gráfica de g .

- (b) Halle $g(4)$.

La función g se puede expresar de la forma $g(x) = a(x-h)^2 + 3$.

- (c) (i) Escriba el valor de h .
- (ii) Halle el valor de a .

Mayo 13
TZ2
P1#1

Sean $f(x) = 4x - 2$ y $g(x) = -2x^2 + 8$.

(a) Halle $f^{-1}(x)$.

(b) Halle $(f \circ g)(1)$.

Mayo 13
TZ1
P2#6

Let f and g be functions such that $g(x) = 2f(x+1) + 5$.

(a) The graph of f is mapped to the graph of g under the following transformations:

vertical stretch by a factor of k , followed by a translation $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

Write down the value of

(i) k ;

(ii) p ;

(iii) q .

(b) Let $h(x) = -g(3x)$. The point $A(6, 5)$ on the graph of g is mapped to the point A' on the graph of h . Find A' .

Nov 13
P1#8

Sean $f(x) = 3x - 2$ y $g(x) = \frac{5}{3x}$, para $x \neq 0$.

(a) Halle $f^{-1}(x)$.

(b) Compruebe que $(g \circ f^{-1})(x) = \frac{5}{x+2}$.

Sea $h(x) = \frac{5}{x+2}$, para $x \geq 0$. La gráfica de h tiene una asíntota horizontal en $y = 0$.

(c) (i) Halle la intersección de la gráfica de h con el eje y .

(ii) A partir de lo anterior, dibuje aproximadamente la gráfica de h .

(d) Para la gráfica de h^{-1} ,

(i) escriba la intersección con el eje x ;

(ii) escriba la ecuación de la asíntota vertical.

(e) Sabiendo que $h^{-1}(a) = 3$, halle el valor de a .

Nov 13

P1#5

Sea $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + k$. La gráfica de f pasa por el punto $\left(\frac{\pi}{4}, 6\right)$.

- (a) Halle el valor de k .
- (b) Halle el valor mínimo de $f(x)$.

Sea $g(x) = \sin x$. La gráfica de g se traslada a la gráfica de f , mediante el vector $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

- (c) Escriba el valor de p el de q .

Muestra
14

P1#8

Let $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$.

- (a) Show that $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$.
- (b) For the graph of f
- (i) write down the coordinates of the vertex;
- (ii) write down the y -intercept;
- (iii) find both x -intercepts.
- (c) **Hence** sketch the graph of f .
- (d) Let $g(x) = x^2$. The graph of f may be obtained from the graph of g by the following two transformations

a stretch of scale factor t in the y -direction,

followed by a translation of $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

Write down $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ and the value of t .

Muestra
14

P2#9

Let $h(x) = \frac{2x-1}{x+1}$, $x \neq -1$.

- (a) Find $h^{-1}(x)$.
- (b) (i) Sketch the graph of h for $-4 \leq x \leq 4$ and $-5 \leq y \leq 8$, including any asymptotes.
- (ii) Write down the equations of the asymptotes.
- (iii) Write down the x -intercept of the graph of h .

Mayo 14
TZ1
P1#1

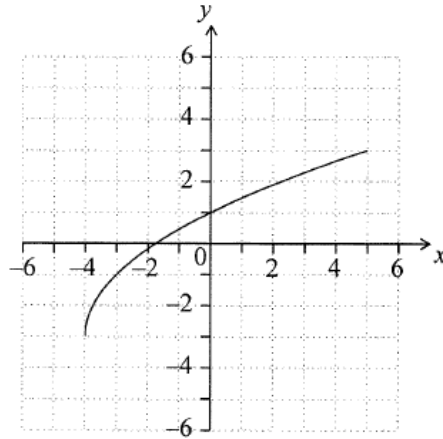
Let $f(x) = a(x-h)^2 + k$. The vertex of the graph of f is at $(2, 3)$ and the graph passes through $(1, 7)$.

(a) Write down the value of h and of k .

(b) Find the value of a .

Mayo 14
TZ2
P1#3

La siguiente figura muestra el gráfico de $y = f(x)$, para $-4 \leq x \leq 5$.



(a) Escriba el valor de

(i) $f(-3)$;

(ii) $f^{-1}(1)$.

(b) Halle el dominio de f^{-1} .

(c) En la cuadrícula anterior, dibuje aproximadamente el gráfico de f^{-1} .

Mayo 14
TZ2
P1#8

Sea $f(x) = 3x^2 - 6x + p$. La ecuación $f(x) = 0$ tiene dos raíces iguales.

(a) (i) Escriba el **valor** del discriminante.

(ii) A partir de lo anterior, muestre que $p = 3$.

El vértice del gráfico f está situado sobre el eje x .

(b) Halle las coordenadas del vértice del gráfico de f .

(c) Escriba la solución de $f(x) = 0$.

(d) La función se puede escribir de la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$. Escriba el valor de

(i) a ;

(ii) h ;

(iii) k .

(e) El gráfico de la función g se obtiene a partir del gráfico de f , mediante una simetría de f respecto al eje x , seguida de una traslación por el vector $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$. Halle g , de la forma $g(x) = Ax^2 + Bx + C$.

Mayo 14

TZ1

P2#9

(con calculadora Gráfica)

Let $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$, for $-4 \leq x \leq 4$.

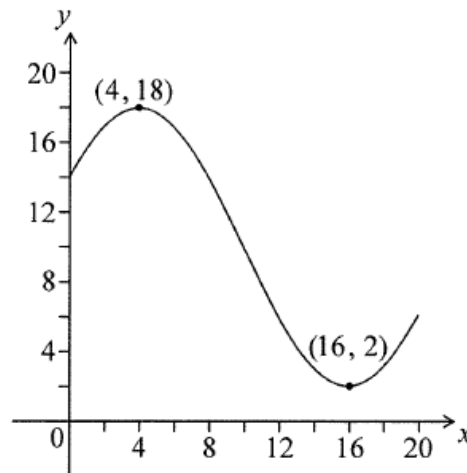
- (a) Sketch the graph of f .
- (b) Find the values of x where the function is decreasing.
- (c) The function f can also be written in the form $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{4}(x+c)\right)$, where $a \in \mathbb{R}$, and $0 \leq c \leq 2$. Find the value of
- (i) a ;
- (ii) c .

Mayo 14

TZ2

P2#6

Sea $f(x) = p \cos(q(x+r)) + 10$, para $0 \leq x \leq 20$. La siguiente figura muestra el gráfico de f .



El gráfico tiene un máximo en $(4, 18)$ y un mínimo en $(16, 2)$.

- (a) Escriba el valor de r .
- (b) (i) Halle p .
- (ii) Halle q .
- (c) Resuelva $f(x) = 7$.

Nov 14

P1#5

Let $f(x) = p + \frac{9}{x-q}$, for $x \neq q$. The line $x = 3$ is a vertical asymptote to the graph of f .

- (a) Write down the value of q .

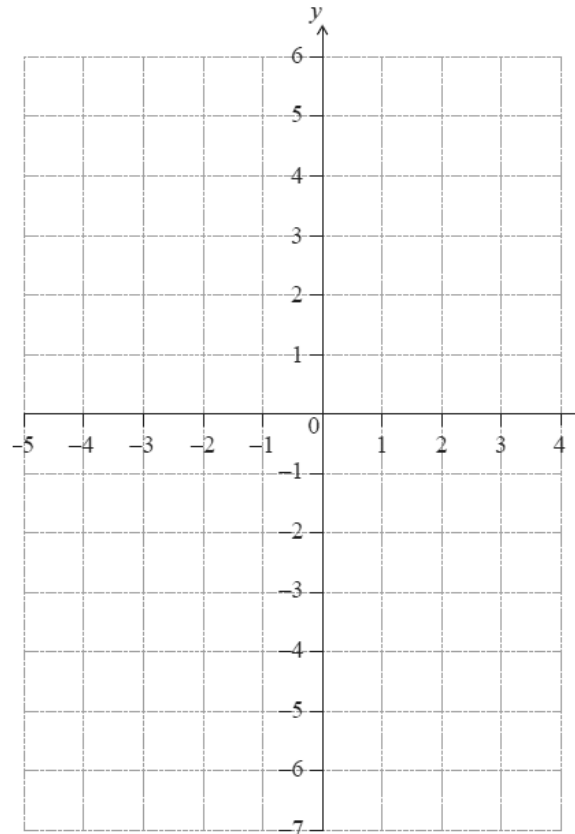
The graph of f has a y -intercept at $(0, 4)$.

- (b) Find the value of p .
- (c) Write down the equation of the horizontal asymptote of the graph of f .

Nov 14
P1#1

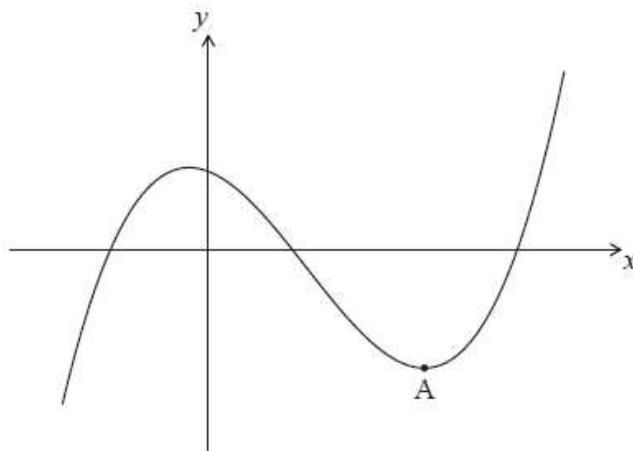
Let $f(x) = x^2 + x - 6$.

- (a) Write down the y -intercept of the graph of f .
- (b) Solve $f(x) = 0$.
- (c) On the following grid, sketch the graph of f , for $-4 \leq x \leq 3$.



Nov 14
P1#9

The following diagram shows the graph of a function f . There is a local minimum point at A, where $x > 0$.



The derivative of f is given by $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$.

- (a) Find the x -coordinate of A.
- (b) The y -intercept of the graph is at $(0, 6)$. Find an expression for $f(x)$.

The graph of a function g is obtained by reflecting the graph of f in the y -axis, followed by a translation of $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$.

- (c) Find the x -coordinate of the local minimum point on the graph of g .

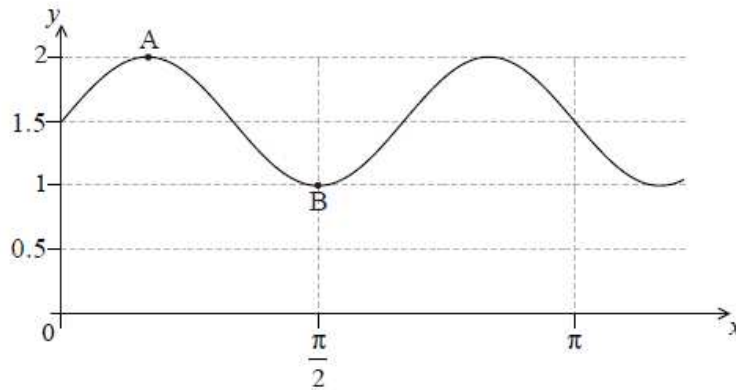
Nov 14
P2#1

Let $f(x) = 2x + 3$ and $g(x) = x^3$.

- (a) Find $(f \circ g)(x)$.
- (b) Solve the equation $(f \circ g)(x) = 0$.

Nov 14
P2#5

The following diagram shows part of the graph of $y = p \sin(qx) + r$.

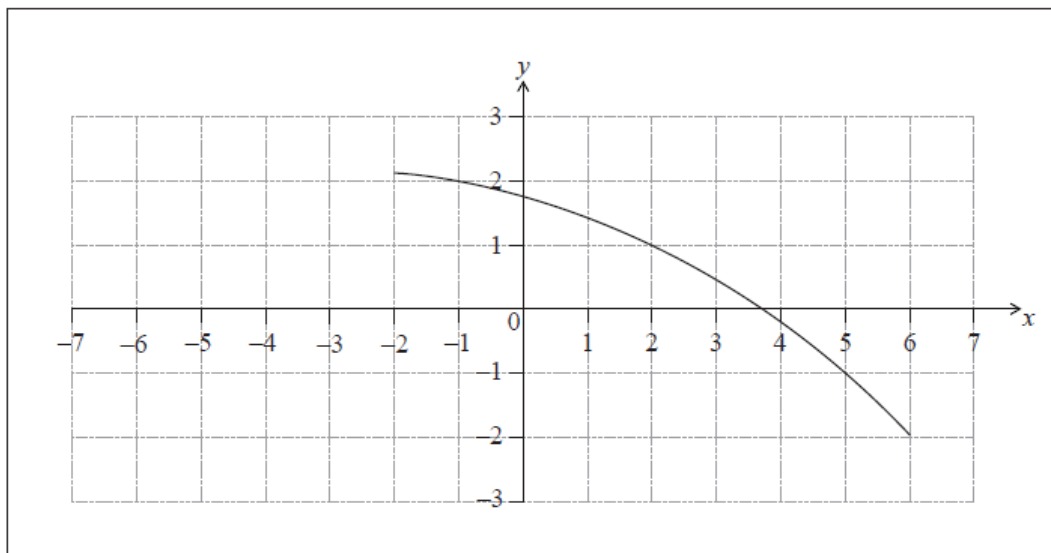


The point $A\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ is a maximum point and the point $B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ is a minimum point.
Find the value of

- (a) p ;
- (b) r ;
- (c) q .

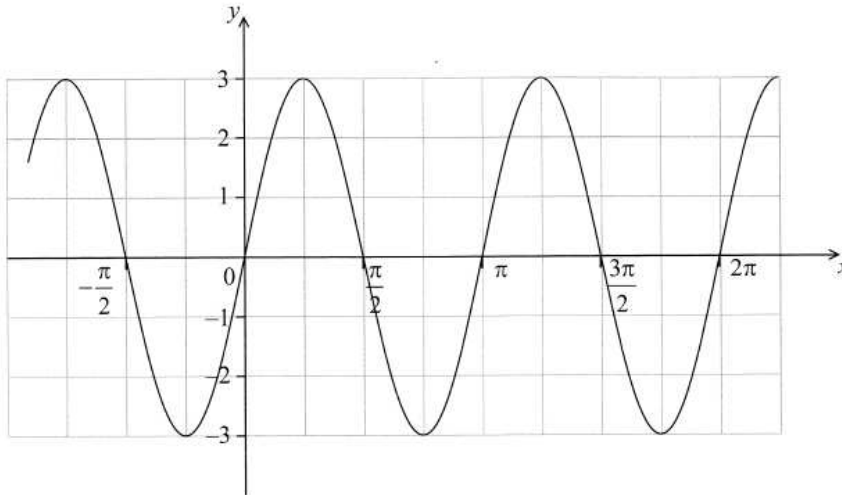
Mayo 15
TZ1
P1#4

The following diagram shows the graph of a function f .



- (a) Find $f^{-1}(-1)$.
- (b) Find $(f \circ f)(-1)$.
- (c) On the same diagram, sketch the graph of $y = f(-x)$.

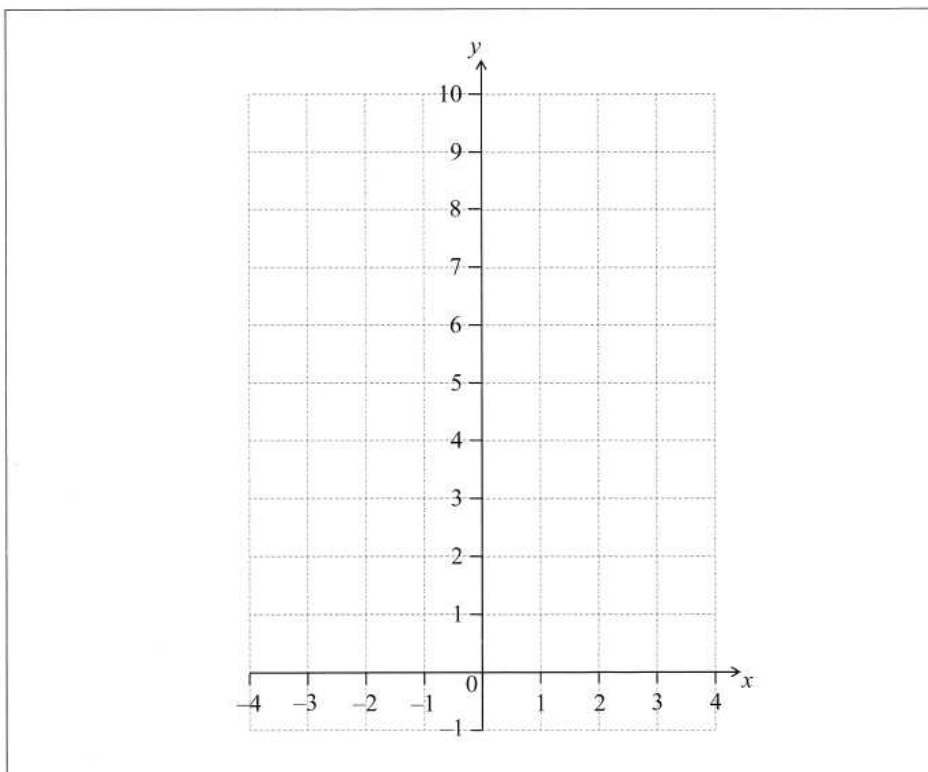
Mayo 15 Sea $f(x) = a \operatorname{sen} bx$, donde $b > 0$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f .
 TZ2
 P1#2



- (a) (i) Halle el período de f .
- (ii) Escriba la amplitud de f .
- (b) (i) Escriba el valor de a .
- (ii) Halle el valor de b .

Mayo 15 Sea $f(x) = e^{x+1} + 2$, para $-4 \leq x \leq 1$.
 TZ2
 P2#5

- (a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de f .



- (b) El gráfico de f se traslada mediante el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ para así obtener el gráfico de una función g .
 Halle una expresión para $g(x)$.

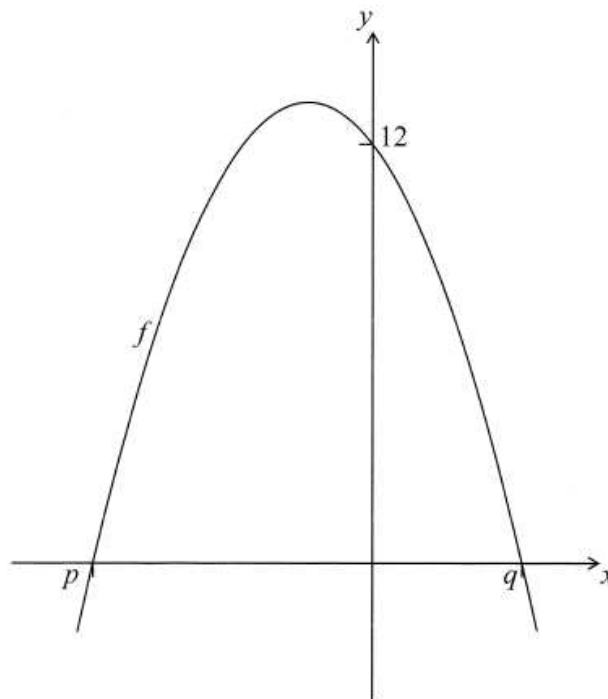
Mayo 15
TZ1
P2#4

Let $f(x) = \frac{2x-6}{1-x}$, for $x \neq 1$.

- (a) For the graph of f
- find the x -intercept;
 - write down the equation of the vertical asymptote;
 - find the equation of the horizontal asymptote.
- (b) Find $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

Mayo 15
TZ2
P1#8

Sea $f(x) = a(x+3)(x-1)$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f .



El gráfico tiene intersecciones con el eje x en $(p, 0)$ y $(q, 0)$ y una intersección con el eje y en $(0, 12)$.

- (a) (i) Escriba el valor de p y el de q .
- (ii) Halle el valor de a .
- (b) Halle la ecuación del eje de simetría del gráfico de f .
- (c) Halle el mayor valor de f .

La función f también se puede escribir de la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

- (d) Halle el valor de h y el de k .

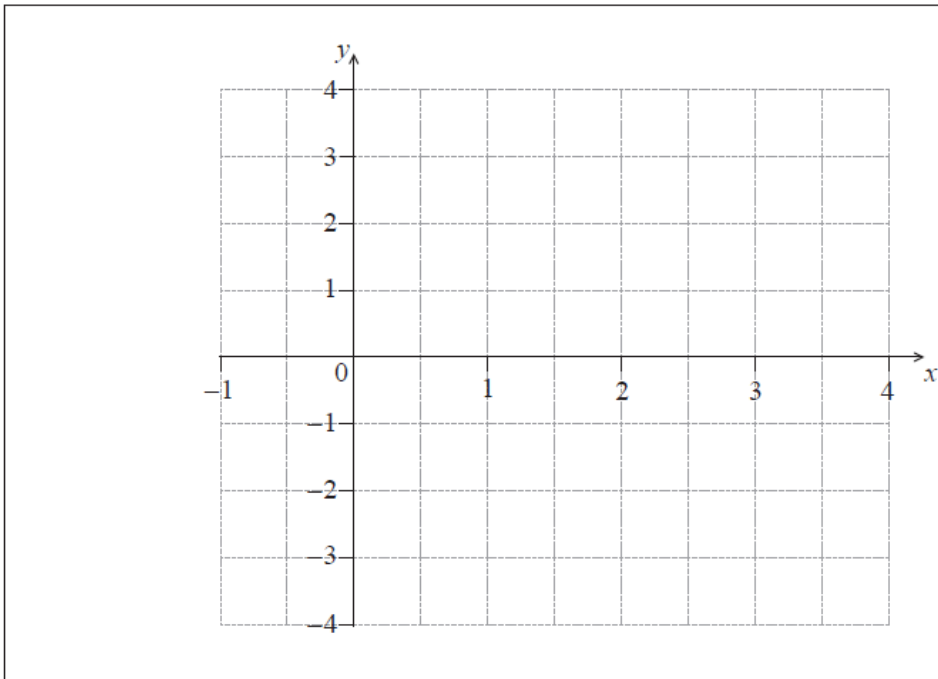
Mayo 15
TZ2
P2#7

Sean $f(x) = kx^2 + kx$ y $g(x) = x - 0,8$. Los gráficos de f y g se cortan en dos puntos distintos. Halle los posibles valores de k .

Nov 15
P1#4

Let $f(x) = 3 \sin(\pi x)$.

- (a) Write down the amplitude of f .
- (b) Find the period of f .
- (c) On the following grid, sketch the graph of $y = f(x)$, for $0 \leq x \leq 3$.



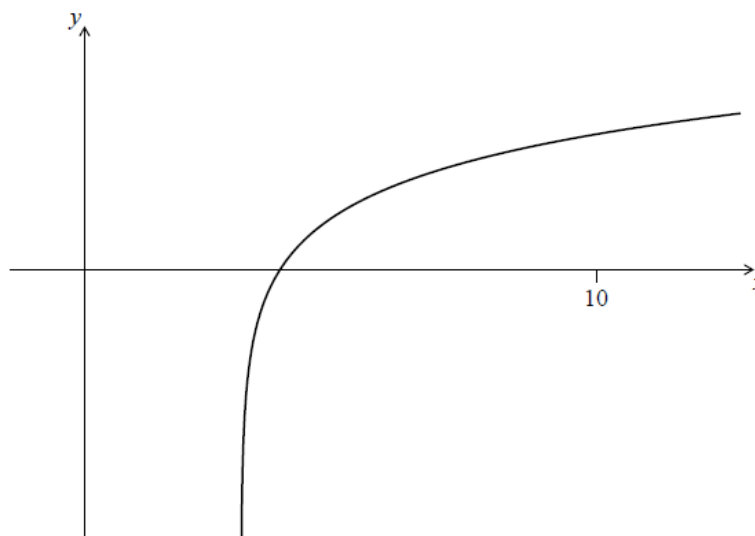
Nov 15
P1#5

Let $f(x) = (x - 5)^3$, for $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Find $f^{-1}(x)$.
- (b) Let g be a function so that $(f \circ g)(x) = 8x^6$. Find $g(x)$.

Nov 15
P2#3ab

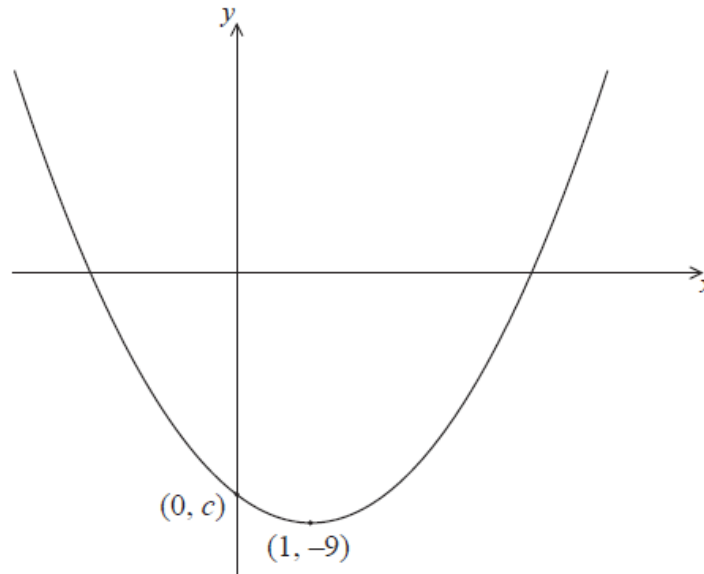
Let $f(x) = 2 \ln(x - 3)$, for $x > 3$. The following diagram shows part of the graph of f .



- (a) Find the equation of the vertical asymptote to the graph of f .
- (b) Find the x -intercept of the graph of f .

Nov 15
P1#8

The following diagram shows part of the graph of a quadratic function f .



The vertex is at $(1, -9)$, and the graph crosses the y -axis at the point $(0, c)$.

The function can be written in the form $f(x) = (x - h)^2 + k$.

(a) Write down the value of h and of k .

(b) Find the value of c .

Let $g(x) = -(x - 3)^2 + 1$. The graph of g is obtained by a reflection of the graph of f in the x -axis, followed by a translation of $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

(c) Find the value of p and of q .

(d) Find the x -coordinates of the points of intersection of the graphs of f and g .

Mayo 16
TZ2
P1#6

Sean $f(x) = 6x\sqrt{1-x^2}$, para $-1 \leq x \leq 1$, y $g(x) = \cos(x)$, para $x \in \mathbb{R}$.
Sea $h(x) = (f \circ g)(x)$.

(a) Dé $h(x)$ en la forma $a \sin(bx)$, donde $a, b \in \mathbb{Z}$.

(b) A partir de lo anterior, halle el recorrido de h .

Mayo 16
TZ2
P2#3

Sea $f(x) = e^{0.5x} - 2$, para $-4 \leq x \leq 4$.

(a) Para el gráfico de f

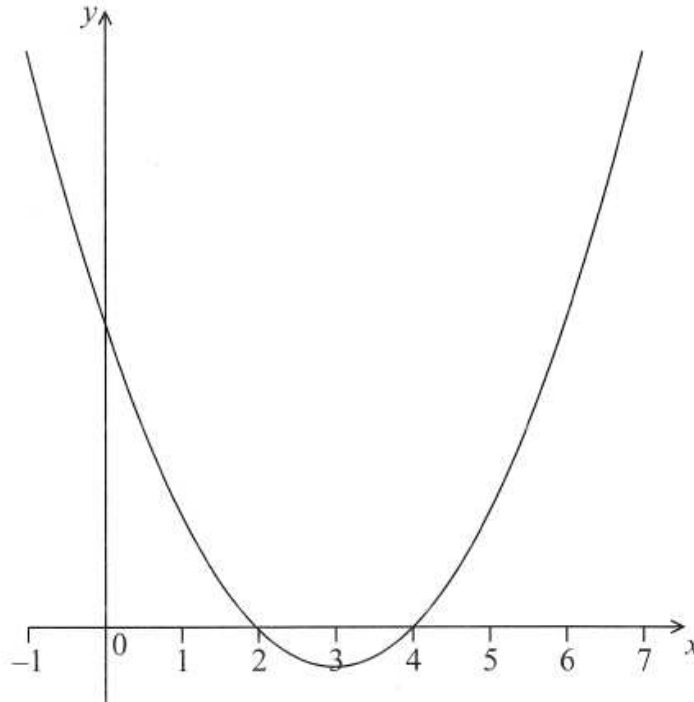
(i) escriba el punto de corte con el eje y ;

(ii) halle el punto de corte con el eje x ;

(iii) escriba la ecuación de la asíntota horizontal.

Mayo 16
TZ2
P1#1

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de la función cuadrática f .



El vértice se encuentra en $(3, -1)$ y los puntos de corte con el eje x están en 2 y en 4.

La función f se puede escribir en la forma $f(x) = (x - h)^2 + k$.

(a) Escriba el valor de h y el de k .

La función se puede escribir también en la forma $f(x) = (x - a)(x - b)$.

(b) Escriba el valor de a y el de b .

(c) Halle el punto de corte con el eje y .

Mayo 16
TZ2
P2#4

La altura, h metros, a la que está un asiento de una noria al cabo de t minutos viene dada por

$$h(t) = -15 \cos 1,2t + 17, \text{ para } t \geq 0.$$

(a) Halle la altura a la que está el asiento cuando $t = 0$.

(b) El asiento alcanza por primera vez una altura de 20 m al cabo de k minutos. Halle k .

(c) Calcule el tiempo necesario para que el asiento realice una rotación completa. Dé la respuesta con una aproximación de una cifra decimal.