

**Interés Compuesto y Crecimiento Exponencial en exámenes BI - NM**Nov 00  
P1#12

\$1000 is invested at the beginning of each year for 10 years.

The rate of interest is fixed at 7.5% per annum. Interest is compounded annually.

Calculate, giving your answers to the nearest dollar

- (a) how much the first \$1000 is worth at the end of the ten years ;
- (b) the total value of the investments at the end of the ten years.

Nov 00

Initially a tank contains 10 000 litres of liquid. At the time  $t = 0$  minutes a tap is opened, and liquid then flows out of the tank. The volume of liquid,  $V$  litres, which remains in the tank after  $t$  minutes is given by

$$V = 10\,000 (0.933^t).$$

- (a) Find the value of  $V$  after 5 minutes.
- (b) Find how long, to the nearest second, it takes for half of the initial amount of liquid to flow out of the tank.
- (c) The tank is regarded as effectively empty when 95% of the liquid has flowed out. Show that it takes almost three-quarters of an hour for this to happen.

Mayo 01

Each year for the past five years the population of a certain country has increased at a steady rate of 2.7% per annum. The present population is 15.2 million.

- (a) What was the population one year ago?
- (b) What was the population five years ago?

Mayo 01

Michele invested 1500 francs at an annual rate of interest of 5.25 percent, compounded annually.

- (a) Find the value of Michele's investment after 3 years. Give your answer to the nearest franc.
- (b) How many complete years will it take for Michele's initial investment to double in value?
- (c) What should the interest rate be if Michele's initial investment were to double in value in 10 years?

Nov 01

A sum of \$5 000 is invested at a compound interest rate of 6.5% per annum. To the nearest dollar, what will be the total value of the investment at the end of five years?

Nov 01

The number of radioactive atoms  $N$  of a particular material present at time  $t$  years may be written in the form

$$N = 5000 e^{-kt},$$

where 5000 is the number of atoms present when  $t = 0$ , and  $k$  is a positive constant. It is found that  $N = 2500$  when  $t = 5$  years.

- (a) Determine the value of  $k$ .
- (b) At what value of  $t$  will  $N = 50$ ?

- Nov 02 \$1000 is invested at 15 % per annum interest, **compounded monthly**. Calculate the minimum number of months required for the value of the investment to exceed \$ 3000 .
- Nov 03 La masa  $m$  kg de una sustancia radioactiva en un instante  $t$  horas viene dada por
- $$m = 4e^{-0,2t} .$$
- (a) Escriba la masa inicial.
- (b) La masa se ha reducido a 1,5 kg. ¿Cuánto tiempo ha durado el proceso?
- Mayo 04 A comienzos del año 1994, la ciudad tenía una población de 1,2 millones de habitantes. Pasados  $n$  años, la población de la ciudad,  $P$ , viene dada por
- $$P = 1\,200\,000 (1,025)^n .$$
- (b) (i) Halle la población  $P$  a comienzos de 2004.
- (ii) Calcule el porcentaje de crecimiento de la población entre el 1 de enero de 1994 y el 1 de enero de 2004.
- (iii) ¿En qué año la población será por primera vez mayor que 2 millones de habitantes?
- Nov 04  
P2#4 Una empresa ofrece a sus empleados la posibilidad de elegir entre dos planes de salarios A y B durante un período de 10 años.
- El plan A ofrece un sueldo inicial de \$11 000 durante el primer año y un incremento posterior de \$400 al año.
- (a) (i) Escriba los sueldos correspondientes al segundo año y al tercer año.
- (ii) Calcule el salario (cantidad) **total** recibido en los diez años.
- El plan B ofrece un sueldo inicial de \$10 000 durante el primer año y un incremento posterior anual del 7 % sobre el sueldo del año anterior.
- (b) (i) Escriba los sueldos correspondientes al segundo año y al tercer año.
- (ii) Calcule el sueldo correspondiente al décimo año.
- (c) Arturo trabaja durante un total de  $n$  años según el plan A. Bill trabaja durante un total de  $n$  años según el plan B. Calcule el número mínimo de años para que el total ganado por Bill supere el total ganado por Arturo.
- Nov 05 A machine was purchased for \$ 10 000 . Its value  $V$  after  $t$  years is given by  $V = 10\,000e^{-0,3t}$  . The machine must be replaced at the end of the year in which its value drops below \$ 1500 . Determine in how many years the machine will need to be replaced.
- Muestra  
06 P1#9  
08 P2#2 A sum of \$ 5000 is invested at a compound interest rate of 6.3 % per annum.
- (a) Write down an expression for the value of the investment after  $n$  full years.
- (b) What will be the value of the investment at the end of five years?
- (c) The value of the investment will exceed \$ 10 000 after  $n$  full years.
- (i) Write down an inequality to represent this information.
- (ii) Calculate the minimum value of  $n$ .

Mayo 07  
TZ2  
P1#1

La población de una ciudad a finales de 1972 era de 250 000 habitantes. La población aumenta un 1,3 % anual.

(a) Escriba cuántos habitantes tendrá a finales de 1973.

(b) Halle cuántos habitantes tendrá a finales de 2002.

Mayo 08

Una ciudad está preocupada por el tema de la polución, y decide observar el número de personas que utiliza taxis. Al final del año 2000, había 280 taxis en la ciudad. Después de  $n$  años el número de taxis,  $T$ , que hay en la ciudad viene dado por

$$T = 280 \times 1,12^n.$$

(a) (i) Halle el número de taxis que hay en la ciudad al final del año 2005.

(ii) Halle el año en el cual el número de taxis será el doble del número de taxis que había al final del año 2000.

(b) Al final del año 2000 había en la ciudad 25 600 personas que utilizaban taxis. Después de  $n$  años, el número de personas,  $P$ , en la ciudad que utiliza taxis viene dado por

$$P = \frac{2\,560\,000}{10 + 90e^{-0,1n}}.$$

(i) Halle el valor de  $P$  al final de 2005, redondeando su respuesta al número entero más próximo.

(ii) Después de siete años completos, ¿será el valor de  $P$  el doble del valor que tenía al final del año 2000? Justifique su respuesta.

(c) Sea  $R$  la razón entre el número de personas que utiliza taxis en la ciudad y el número de taxis. La ciudad reducirá el número de taxis si  $R < 70$ .

(i) Halle el valor de  $R$  al final del año 2000.

(ii) ¿Después de cuántos años completos la ciudad reducirá el número de taxis por primera vez?

Nov 11  
P2#6

Jose toma un medicamento. Al cabo de  $t$  minutos, la concentración de medicamento que queda en su torrente sanguíneo viene dada por  $A(t) = 10(0,5)^{0,014t}$ , donde  $A$  se expresa en miligramos por litro.

(a) Escriba  $A(0)$ .

(b) Halle la concentración de medicamento que queda en su torrente sanguíneo al cabo de 50 minutos.

(c) A las 13:00, momento en el que no hay nada de medicamento en su torrente sanguíneo, Jose toma la primera dosis del medicamento. Puede tomar otra dosis cuando la concentración de medicamento alcance un valor de 0,395 miligramos por litro. ¿A qué hora podrá volver a tomar Jose el medicamento?

Mayo 14  
TZ2  
P2#8

El número de bacterias presentes en dos colonias, A y B, empieza a aumentar al mismo tiempo.

El número de bacterias en la colonia A al cabo de  $t$  horas viene dado por la función  $A(t) = 12e^{0,4t}$ .

- (a) Halle el número inicial de bacterias en la colonia A.
- (b) Halle el número de bacterias en la colonia A al cabo de cuatro horas.
- (c) ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que el número de bacterias en la colonia A llegue a 400?

El número de bacterias en la colonia B al cabo de  $t$  horas viene dado por la función  $B(t) = 24e^{kt}$ .

- (d) Al cabo de cuatro horas, hay 60 bacterias en la colonia B. Halle el valor de  $k$ .
- (e) El número de bacterias en la colonia A supera por primera vez al número de bacterias en la colonia B cuando han transcurrido  $n$  horas, donde  $n \in \mathbb{Z}$ . Halle el valor de  $n$ .