Actividades con Calculadora Gráfica en exámenes BI

Mayo 00

A rectangle is drawn so that its lower vertices are on the x-axis and its upper vertices are on the curve $y = \sin x$, where $0 \le x \le \pi$.

(a) Write down an expression for the area of the rectangle.

(b) Find the maximum area of the rectangle.

Mayo 00

(a) Sketch the graph of $f(x) = \sin 3x + \sin 6x$, $0 \le x \le 2\pi$

(b) Write down the exact period of the function f.

Nov 00

(a) Sketch and label the curves

$$y = x^2 \quad \text{for} \quad -2 \le x \le 2, \quad \text{and} \quad y = -\frac{1}{2}\ln x \quad \text{for} \quad 0 < x \le 2.$$

(b) Find the x-coordinate of P, the point of intersection of the two curves.

(c) If the tangents to the curves at P meet the y-axis at Q and R, calculate the area of the triangle PQR.

(d) Prove that the two tangents at the points where $x = a$, $a > 0$, on each curve are always perpendicular.

Mayo 01

Let $f(x) = x\left(\sqrt[3]{(x^2-1)^2}\right), -1.4 \le x \le 1.4$

(a) **Sketch** the graph of $f(x)$. (An exact scale diagram is **not** required.)

On your graph indicate the approximate position of

(i) each zero;

(ii) each maximum point;

(iii) each minimum point.

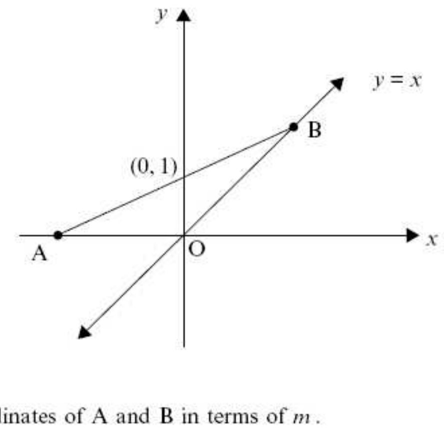
(b) (i) Find $f'(x)$, clearly stating its domain.

(ii) Find the x-coordinates of the maximum and minimum points of $f(x)$, for $-1 < x < 1$.

(c) Find the x-coordinate of the point of inflexion of $f(x)$, where $x > 0$, giving your answer correct to **four** decimal places.

Nov 01

The line segment [AB] has length l, gradient m, $(0 < m < 1)$, and passes through the point $(0, 1)$. It meets the x-axis at A and the line $y = x$ at B, as shown in the diagram.



(a) Find the coordinates of A and B in terms of m.

(b) Show that $l^2 = \dfrac{m^2+1}{m^2(1-m)^2}$.

(c) **Sketch** the graph of $y = \dfrac{x^2+1}{x^2(1-x)^2}$, for $x \ne 0$, $x \ne 1$, indicating any asymptotes and the coordinates of any maximum or minimum points.

(d) Find the value of m for which l is a minimum, and find this minimum value of l.

Nov 01

A point $P(x, x^2)$ lies on the curve $y = x^2$. Calculate the minimum distance from the point $A\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ to the point P.

Nov 02

El punto $B(a, b)$ que está sobre la curva $f(x) = x^2$, es tal que B es el punto más próximo a $A(6, 0)$. Calcule el valor de a.

Mayo 03

La función f se define como $f(x) = 2 - x^2 - e^x$

Escriba

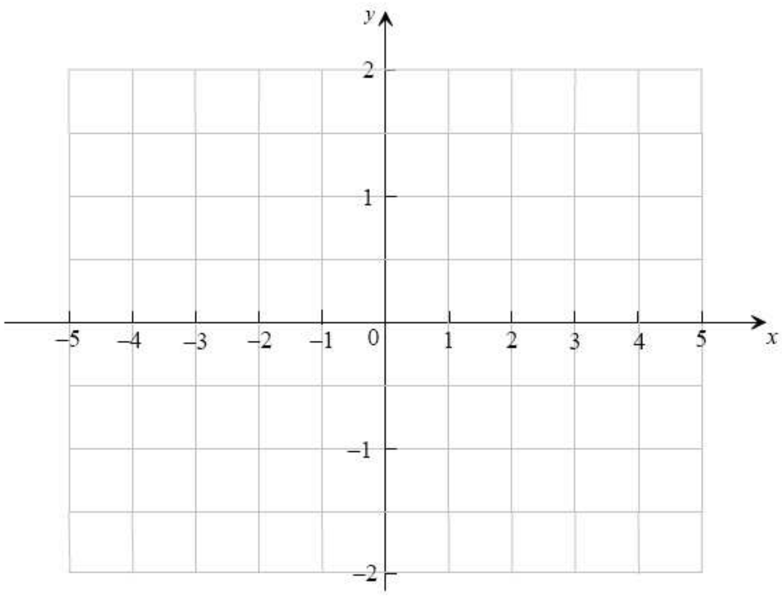
(a) el valor máximo de $f(x)$;

(b) las dos raíces de la ecuación $f(x) = 0$.

Nov 03

Sea $f(x) = \text{sen}\left(\text{arcsen}\frac{x}{4} - \text{arccos}\frac{3}{5}\right)$, para $-4 \le x \le 4$.

(a) En la siguiente cuadrícula, dibuje de forma aproximada la gráfica de $f(x)$.



(b) En la gráfica, indique claramente las coordenadas de los puntos de corte con el eje x y con el eje y, el mínimo y los extremos de la curva $f(x)$.

(c) Resuelva $f(x) = -\frac{1}{2}$.

Mayo 04

Sea $f(x) = x\cos x$, para $0 \le x \le \pi$. La curva de $f(x)$ tiene un máximo local en $x = a$ y un punto de inflexión en $x = b$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de $f(x)$ indicando las posiciones aproximadas de a y b.

(b) Halle el valor de

(i) a;

(ii) b.

Mayo 04

Let $f(x) = x^3 \cos x$, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$.

(a) Find $f'(x)$.

(b) Find the value of x for which $f(x)$ is a maximum.

(c) Find the x-coordinate of the point of inflexion on the graph of $f(x)$

Mayo 04

For $0 \le x \le 6$, find the coordinates of the points of intersection of the curves

$$y = x^2 \cos x \text{ and } x + 2y = 1.$$

Mayo 04

Para $-3 \le x \le 3$, halle las coordenadas de los puntos de intersección de las curvas

$$y = x \operatorname{sen} x \text{ y } x + 3y = 1.$$

Nov 04

Considere la ecuación $e^{-x} = \cos 2x$, para $0 \le x \le 2\pi$.

(a) ¿Cuántas soluciones tiene esta ecuación?

(b) Halle la solución más próxima a 2π, expresando la respuesta con **cuatro** cifras decimales.

Mayo 05

(a) The function g is defined by $g(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$, for $0 < x \le 3$.

(i) Sketch the graph of g.

(ii) Find $g'(x)$.

(iii) Write down an expression representing the gradient of the normal to the curve at any point.

(b) Let P be the point (x, y) on the graph of g, and Q the point $(1, 0)$.

(i) Find the gradient of (PQ) in terms of x.

(ii) Given that the line (PQ) is a normal to the graph of g at the point P, find the minimum distance from the point Q to the graph of g.

Mayo 05

(a) Sketch the graph of $y = \frac{x-12}{\sqrt{x^2-4}}$.

(b) Write down

(i) the x-intercept;

(ii) the equations of all asymptotes.

Mayo 05

Consider the functions $f(x) = e^{2x}$ and $g(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$

(a) Find the period of the function $f \circ g$.

(b) Find the intervals for which $(f \circ g(x)) > 4$.

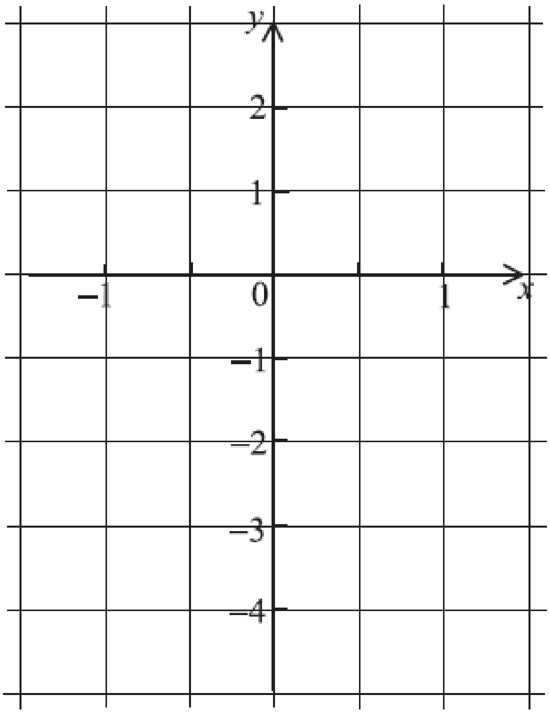
Mayo 05

Resuelva la ecuación $\left| e^{2x} - \dfrac{1}{x+2} \right| = 2$

Mayo 06

Let f be the function $f(x) = x\arccos x + \dfrac{1}{2}x$ for $-1 \le x \le 1$ and g the function $g(x) = \cos 2x$ for $-1 \le x \le 1$.

(a) On the grid below, sketch the graph of f and of g.



(b) Write down the solution of the equation $f(x) = g(x)$.

(c) Write down the range of g.

Muestra 06/08

Let $f(x) = \dfrac{x+4}{x+1}$, $x \ne -1$ and $g(x) = \dfrac{x-2}{x-4}$, $x \ne 4$. Find the set of values of x such that $f(x) \le g(x)$.

Nov 07

Determine the values of x that satisfy the following inequalities

(a) $\dfrac{|x|+2}{|x|-3} < 4$;

(b) $\dfrac{xe^{x}}{(x^2-1)} \ge 1$.

Nov 07

The function f is defined by $f(x) = \operatorname{cosec} x + \tan 2x$.

(a) Sketch the graph of f for $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

Hence state

(i) the x-intercepts;

(ii) the equations of the asymptotes;

(iii) the coordinates of the maximum and minimum points.

(b) Show that the roots of $f(x) = 0$ satisfy the equation $2\cos^3 x - 2\cos^2 x - 2\cos x + 1 = 0$.

(c) Show that the x-coordinates of the maximum and minimum points on the curve satisfy the equation $4\cos^5 x - 4\cos^3 x + 2\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$.

(d) Show that $f(\pi - x) + f(\pi + x) = 0$.

Mayo 08

Find the set of values of x for which $\left|0.1x^2 - 2x + 3\right| < \log_{10} x$.

Mayo 08

A system of equations is given by

$$\begin{aligned} \cos x + \cos y &= 1.2 \\ \sin x + \sin y &= 1.4. \end{aligned}$$

(a) For each equation express y in terms of x.

(b) **Hence** solve the system for $0 < x < \pi$, $0 < y < \pi$.

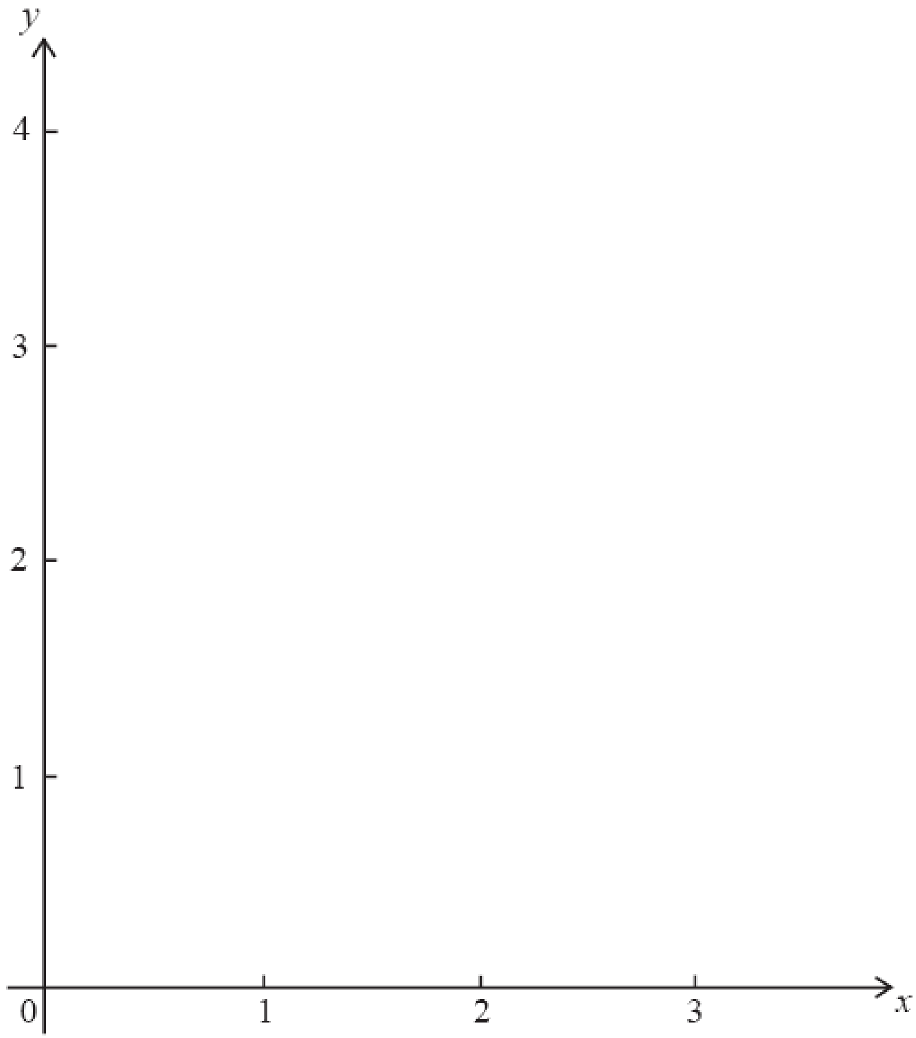
Mayo 08

The curve $y = e^{-x} - x + 1$ intersects the x-axis at P.

(a) Find the x-coordinate of P.

Mayo 08

(a) Sketch the curve $f(x) = \left|1 + 3\sin(2x)\right|$, for $0 \le x \le \pi$. Write down on the graph the values of the x and y intercepts.



(b) By adding **one** suitable line to your sketch, find the number of solutions to the equation $\pi f(x) = 4(\pi - x)$.

Nov 08
P2#6

(a) Dibuje aproximadamente la curva $y = \left|\ln x\right| - \left|\cos x\right| - 0{,}1$, $0 < x < 4$, mostrando claramente las coordenadas de los puntos de corte con el eje x y las coordenadas de todos los máximos y mínimos locales.

(b) Halle los valores de x para los cuales $\left|\ln x\right| > \left|\cos x\right| + 0{,}1$, $0 < x < 4$.

Mayo 09 TZ2 P2#13

Considere las gráficas $y = e^{-x}$, $y = e^{-x}\operatorname{sen} 4x$, para $0 \le x \le \frac{5\pi}{4}$.

(a) Utilizando los mismos ejes de coordenadas, dibuje con precisión en papel milimetrado estas dos gráficas para $0 \le x \le \frac{5\pi}{4}$. Utilice la siguiente escala: en el eje x, 1 cm equivale a $\frac{\pi}{8}$ y en el eje y, 5 cm equivalen a 1 unidad.

(b) Compruebe que las intersecciones con el eje x de la gráfica $y = e^{-x}\operatorname{sen} 4x$ son $\frac{n\pi}{4}$, $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

(c) Halle las coordenadas x de los puntos en los cuales la gráfica de $y = e^{-x}\operatorname{sen} 4x$ y la gráfica de $y = e^{-x}$ se encuentran. Dé las respuestas en función de π.

(d) (i) Compruebe que cuando la gráfica de $y = e^{-x}\operatorname{sen} 4x$ se encuentra con la gráfica de $y = e^{-x}$, ambas gráficas tienen la misma pendiente.

(ii) A partir de lo anterior, explique por qué estos tres puntos de encuentro no son máximos locales de la gráfica de $y = e^{-x}\operatorname{sen} 4x$.

(e) (i) Determine las coordenadas y, y_1, y_2 e y_3, donde $y_1 > y_2 > y_3$, de los máximos locales de $y = e^{-x}\operatorname{sen} 4x$ para $0 \le x \le \frac{5\pi}{4}$. No es necesario que compruebe que se trata de máximos, pero los valores se deben simplificar.

(ii) Compruebe que y_1, y_2 e y_3 forman una progresión geométrica, y determine la razón común r.

M11 TZ2 P2#5

Sketch the graph of $f(x) = x + \frac{8x}{x^2 - 9}$. Clearly mark the coordinates of the two maximum points and the two minimum points. Clearly mark and state the equations of the vertical asymptotes and the oblique asymptote.

M12 TZ2 P2#6

(a) Dibuje aproximadamente la curva $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x^2+1}}$, $-4 \le x \le 4$, mostrando claramente las coordenadas de las intersecciones con el eje x, y todos los máximos y mínimos.

(b) Escriba la pendiente de la curva en $x = 1$.

(c) Halle la ecuación de la normal a la curva en $x = 1$.

Nov 13 P2#3

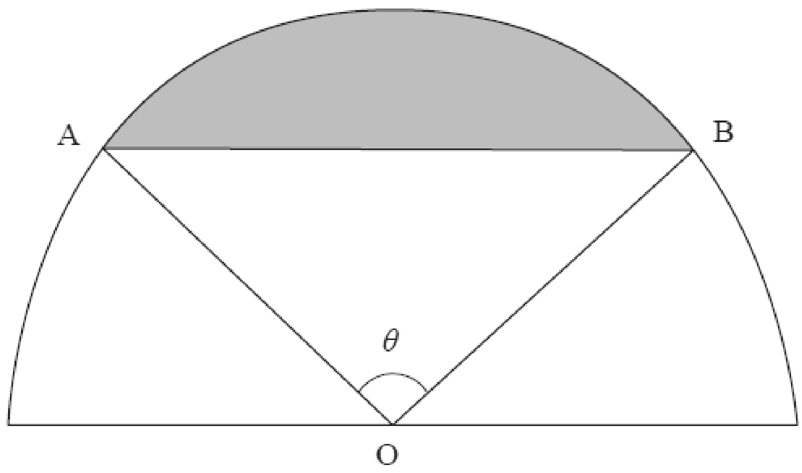
Considere $f(x) = \ln x - e^{\cos x}$, $0 < x \le 10$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = f(x)$, indicando las coordenadas de todos los máximos y mínimos y de los puntos de corte con el eje x.

(b) Resuelva la inecuación $\ln x \le e^{\cos x}$, $0 < x \le 10$.

Nov 13
P2#8

La siguiente figura muestra un semicírculo de 20 cm de diámetro y centro O, y dos puntos A y B, tales que $\hat{AOB} = \theta$, donde θ está expresado en radianes.



(a) Compruebe que el área de la región sombreada se puede expresar como $50\theta - 50\,\text{sen}\,\theta$.

(b) Halle el valor de θ para el cual el área de la región sombreada es igual a la mitad del área de la región no sombreada, con una aproximación de cuatro cifras significativas.

M15 TZ1
P2#9

Find the equation of the normal to the curve $y = \dfrac{e^x \cos x \ln(x + e)}{\left(x^{17} + 1\right)^5}$ at the point where $x = 0$.

In your answer give the value of the gradient, of the normal, to three decimal places.