Matrices y Determinantes en exámenes BI-NS

Nov 00

Find the values of the real number k for which the determinant of the matrix $\begin{pmatrix} k-4 & 3 \\ -2 & k+1 \end{pmatrix}$ is equal to zero.

Nov 00

(a) Given matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ for which $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{C}$ and $\det \boldsymbol{A} \neq 0$, express $\boldsymbol{B}$ in terms of $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{C}$.

(b) Let $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} -4 & 13 & -7 \\ -2 & 7 & -4 \\ 3 & -9 & 5 \end{pmatrix}$ and $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$.

(i) Find the matrix $\boldsymbol{DA}$;

(ii) Find $\boldsymbol{B}$ if $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{C}$.

Nov 00 P3 (#7)

Show that the set $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| \; a = \pm 1, \text{ and } b \in \mathbb{Z} \right\}$ forms a group under matrix multiplication. (You may assume that matrix multiplication is associative).

Nov 01

The matrix $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & -k & -13 \\ -3 & 5 & k \end{pmatrix}$ is singular. Find the values of k

Nov 01

If $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} x & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ and $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 2 & y \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$, find the values of x and y, given that $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{BA}$.

Nov 01

(i) Consider the sequence $\{a_n\} = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots\}$ where $a_1 = a_2 = 1$ and $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ for all integers $n \geq 2$.

Given the matrix $\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, use the principle of mathematical induction to prove that $\boldsymbol{Q}^n = \begin{pmatrix} a_{n+1} & a_n \\ a_n & a_{n-1} \end{pmatrix}$ for all integers $n \geq 2$.

Nov 01 P3 (#7)

(a) Prove that the set of matrices of the form $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

where a, b, $c \in \mathbb{R}$, is a group under matrix multiplication.

(b) Show that this group is Abelian if and only if there exists a real constant k such that $c = ka$.

Mayo 02

La matriz $\boldsymbol{A}$ es

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & k \\ 1 & k & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Halle los valores de k para los cuales $\boldsymbol{A}$ es singular.

Mayo 02

(a) Demuestre por inducción matemática que

$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n - 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, para todos los valores enteros y positivos de n.

(b) Determine si este resultado es cierto o no para $n = -1$.

Nov 02

La matriz $\boldsymbol{M}$ se define como $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) Halle $\boldsymbol{M}^2$, $\boldsymbol{M}^3$ y $\boldsymbol{M}^4$.

(b) (i) Enuncie una conjetura acerca de $\boldsymbol{M}^n$, es decir, exprese $\boldsymbol{M}^n$ en función de n, donde $n \in \mathbb{Z}^+$.

(ii) Demuestre esta conjetura por inducción matemática.

Mayo 03

Sabiendo que $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, halle los valores de λ para los cuales $(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})$ es una matriz singular.

Mayo 03 P3 (#7)

Sea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b, c \text{ y } d \in \mathbb{R}, \text{ y } ad - bc \neq 0 \right\}$.

(a) Demuestre que $(G, *)$ es un grupo, donde $*$ denota multiplicación de matrices.

(b) ¿Es este grupo abeliano? Razone su respuesta.

Sea $(H, *)$ un subgrupo cualquiera de $(G, *)$, y sean $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$ elementos cualesquiera de G.

Se define la relación R_H sobre G como sigue:

$$\boldsymbol{M} R_H \boldsymbol{N} \Leftrightarrow \text{ existe } \boldsymbol{L} \in H \text{ tal que } \boldsymbol{M} = \boldsymbol{L} * \boldsymbol{N}.$$

(c) Demuestre que R_H es una relación de equivalencia en G.

Sea K el conjunto de todos los elementos de G con $ad - bc > 0$.

(d) Demuestre que $(K, *)$ es un subgrupo de $(G, *)$.

Sean $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$ 2 elementos cualesquiera de G. Se define la relación de equivalencia R_K sobre G de forma análoga a la anterior, es decir

$$\boldsymbol{M} R_K \boldsymbol{N} \Leftrightarrow \text{ existe } \boldsymbol{L} \in K \text{ tal que } \boldsymbol{M} = \boldsymbol{L} * \boldsymbol{N}.$$

(e) (i) Demuestre que sólo hay dos clases de equivalencia.

(ii) Explique cómo determinar a qué clase de equivalencia pertenece un cierto elemento $\boldsymbol{M}$ de G.

Nov 03

Las matrices A, B, C y X son todas matrices 3×3 no singulares.

Suponiendo que $A^{-1}XB = C$, exprese X en función de las otras matrices.

Mayo 04 P3 TZ1 (#7)

Let S be the set of all (2×2) non-singular matrices each of whose elements is either 0 or 1. Two matrices belonging to S are

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ and } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Write down the other four members of S.

(b) You are given that S forms a group under matrix multiplication, when the elements of the matrix product are calculated modulo 2.

(i) Find the order of all the members of S whose determinant is negative.

(ii) Hence find a subgroup of S of order 3.

Nov 04

Given that the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & p & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ is singular, find the value of p.

Mayo 05

The matrices A, B are such that $\det A = \det B$ where $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ x+1 & 5 \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & x & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & x \end{pmatrix}$

Find the values of x.

Mayo 05

Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, halle X si $BX = A - AB$.

Mayo 05 P3 TZ1 (#7)

Let R be a relation defined on 2×2 matrices such that, given the matrices A and B, $A\,R\,B$ if and only if there exists a matrix H such that $A = HBH^{-1}$.

(a) Show that R is an equivalence relation.

(b) Show that all matrices in the same equivalence class have equal determinants.

(c) Given the matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, find a 2×2 matrix that is

(i) related to M (excluding M itself);

(ii) not related to M.

Nov 05 P3 (#7)

Sea M el conjunto de todas las matrices de la forma $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ donde $x \in \mathbb{R}$.

(a) Compruebe que $(M, +)$ no es un grupo.

(b) Compruebe que M forma un grupo abeliano bajo la multiplicación de matrices. (Puede suponer que la multiplicación de matrices es asociativa).

Muestra 06 = 08

La matriz cuadrada $\boldsymbol{X}$ es tal que $\boldsymbol{X}^3 = 0$. Compruebe que la inversa de la matriz $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X})$ es $\boldsymbol{I} + \boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}^2$.

Muestra 06 P3 (#4)

Let the matrix $\boldsymbol{T}$ be defined by $\begin{pmatrix} x & x+2 \\ x-5 & -x \end{pmatrix}$ such that $\det \boldsymbol{T} = 1$.

(a) (i) Show that the equation for x is $2x^2 - 3x - 9 = 0$.

(ii) The solutions of this equation are a and b, where $a > b$. Find a and b.

(b) Let $\boldsymbol{A}$ be the matrix where $x = 3$

(i) Find $\boldsymbol{A}^2$.

(ii) Assuming that matrix multiplication is associative, find the smallest group of 2×2 matrices which contains $\boldsymbol{A}$, showing clearly that this is a group.

Mayo 06

Sea $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ k & -1 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} h & 3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$, donde h y k son enteros. Dado que $\det \boldsymbol{A} = \det \boldsymbol{B}$ y $\det \boldsymbol{AB} = 256h$,

(a) compruebe que h satisface la ecuación $49h^2 - 130h + 81 = 0$;

(b) a partir de lo anterior, halle el valor de k.

Mayo 06

Considere $\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix}$

Utilice inducción matemática para demostrar que

$$\boldsymbol{T}^n = \begin{pmatrix} (-1)^n & 2^n - (-1)^n & 0 \\ 0 & 2^n & 0 \\ 0 & 0 & s^n \end{pmatrix}, n \in \mathbb{Z}^+$$

Nov 06

(a) Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

(b) **Hence** solve the system of equations

$$x + 2y + z = 0$$
$$x + y + 2z = 7$$
$$2x + y + 4z = 17$$

Mayo 07

Sea $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$.

(a) Halle el conjunto de valores de λ para los cuales la matriz $(A-\lambda I)$ es singular.

Sea $A^2+mA+nI=O$ donde $m,\ n\in\mathbb{Z}$ y $O=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

(b) (i) Halle el valor de m y el de n.

(ii) A partir de lo anterior, compruebe que $I=\frac{1}{5}A(6I-A)$.

(iii) Use el resultado del **apartado (b)(ii)** para explicar por qué A es no singular.

(c) Utilice los valores del **apartado (b)(i)** para expresar A^4 en la forma $pA+qI$ donde $p,\ q\in\mathbb{Z}$.

Mayo 07 P3 TZ2 (#4)

(a) Compruebe que el conjunto $M=\left\{\begin{pmatrix}a & -b\\ b & a\end{pmatrix};\ a,\ b\in\mathbb{R},\ a^2+b^2\neq 0\right\}$ junto con el producto de matrices $(\times)$ constituye un grupo $\{M,\times\}$.

(b) Halle un isomorfismo entre el grupo multiplicativo de los números complejos distintos de cero y el grupo $\{M,\times\}$. Justifique su respuesta.

Nov 07

Determine the values of k for which $\begin{pmatrix}k & 1 & 1\\ 2 & k & -2\\ 1 & -2 & k\end{pmatrix}$ is singular.

Muestra 08

If $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ k & -1\end{pmatrix}$ and A^2 is a matrix whose entries are all 0, find k.

Muestra 08

Sabiendo que $M=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ y que $M^2-6M+kI=0$, halle k.

Mayo 08

Sea $M^2=M$ donde $M=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$, $bc\neq 0$.

(a) (i) Compruebe que $a+d=1$.

(ii) Halle una expresión de bc en función de a.

(b) **A partir de lo anterior**, compruebe que M es un matriz singular.

(c) Si todos los elementos de M son positivos, halle el rango de posibles valores de a.

(d) Compruebe que $(I-M)^2=I-M$ donde I es la matriz identidad.

(e) Demuestre utilizando la inducción matemática que $(I-M)^n=I-M$ para todo $n\in\mathbb{Z}^+$.

Mayo 08

Let $\boldsymbol{M}^2 = \boldsymbol{M}$ where $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $bc \neq 0$.

(a) (i) Show that $a + d = 1$.

(ii) Find an expression for bc in terms of a.

(b) **Hence** show that $\boldsymbol{M}$ is a singular matrix.

(c) If all of the elements of $\boldsymbol{M}$ are positive, find the range of possible values for a.

(d) Show that $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{M})^2 = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{M}$ where $\boldsymbol{I}$ is the identity matrix.

(e) Prove by mathematical induction that $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{M})^n = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{M}$ for $n \in \mathbb{Z}^+$.

Mayo 08

Let $\boldsymbol{M}$ be the matrix $\begin{pmatrix} \alpha & 2\alpha & 0 \\ 0 & \alpha & 1 \\ -1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$.

Find all the values of α for which $\boldsymbol{M}$ is singular.

Nov 08

(a) Utilizando inducción matemática, demuestre que

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \cos n\theta & -\operatorname{sen} n\theta \\ \operatorname{sen} n\theta & \cos n\theta \end{pmatrix},\ n \in \mathbb{Z}^+.$$

(b) Compruebe que el resultado sigue siendo válido para $n = -1$.

Mayo 09 P1 TZ2 #6

Sea $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, donde a y b son números reales no nulos.

(a) Compruebe que $\boldsymbol{M}$ es una matriz no singular.

(b) Calcule $\boldsymbol{M}^2$.

(c) Compruebe que $\det(\boldsymbol{M}^2)$ es positivo.

Mayo 09 P1 TZ1 #4

Consider the matrix $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} e^x & e^{-x} \\ 2 + e^x & 1 \end{pmatrix}$, where $x \in \mathbb{R}$.

Find the value of x for which $\boldsymbol{A}$ is singular.

Mayo 09
P2 TZ1
#10

Let $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$ and $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$.

(a) Given that $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A}^{-1}$ and $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{B}^{-1}-\boldsymbol{A}$,

(i) find $\boldsymbol{X}$ and $\boldsymbol{Y}$;

(ii) does $\boldsymbol{X}^{-1}+\boldsymbol{Y}^{-1}$ have an inverse? Justify your conclusion.

(b) Prove by induction that $\boldsymbol{A}^n=\begin{pmatrix}1&n&\frac{n(n+1)}{2}\\0&1&n\\0&0&1\end{pmatrix}$, for $n\in\mathbb{Z}^+$.

(c) Given that $(\boldsymbol{A}^n)^{-1}=\begin{pmatrix}1&x&y\\0&1&x\\0&0&1\end{pmatrix}$, for $n\in\mathbb{Z}^+$,

(i) find x and y in terms of n,

(ii) and hence find an expression for $\boldsymbol{A}^n+(\boldsymbol{A}^n)^{-1}$.

Nov 09
P1 (#3)

Las matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ están definidas de la siguiente forma

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&5&1\\3&-1&3\\-9&3&7\end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\3&-1&0\\0&3&1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}8\\0\\-4\end{pmatrix}.$$

(a) Sabiendo que $\boldsymbol{AB}=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&a&0\\0&0&a\end{pmatrix}$, halle a.

(b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, halle $\boldsymbol{A}^{-1}$.

(c) Halle la matriz $\boldsymbol{X}$, tal que $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{C}$.

Nov 09
P3 (#4)

(a) Compruebe que el conjunto de matrices que son de la forma

$$\begin{pmatrix}a&0\\0&b\end{pmatrix},\ \text{donde } a,\,b\in\mathbb{R}^+$$

conforma un grupo G para la multiplicación de matrices.
(Puede dar por supuesto que la multiplicación de matrices es asociativa.)

(b) Sabiendo que el conjunto de matrices que son de la forma

$$\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&ab\end{pmatrix},\ \text{donde } a,\,b\in\mathbb{R}^+$$

conforma un grupo H para la multiplicación de matrices, compruebe que G y H son isomorfos.

Mayo 10 P1 TZ2 (#5)

Considere las matrices

$$A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -4\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}.$$

(a) Halle BA.

(b) Calcule $\det(BA)$.

(c) Halle $A(A^{-1}B+2A^{-1})A$.

Mayo 10 P2 (TZ1) (#5)

Let A, B and C be non-singular 2×2 matrices, I the 2×2 identity matrix and k a scalar. The following statements are **incorrect**. For each statement, write down the correct version of the right hand side.

(a) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$

(b) $(A-kI)^3=A^3-3kA^2+3k^2A-k^3$

(c) $CA=B\Rightarrow C=\dfrac{B}{A}$

Mayo 10 P3 (#2)

The relation R is defined for 2×2 matrices such that ARB if and only if there exists a non-singular matrix H such that $AH=HB$.

(a) Show that R is an equivalence relation.

(b) Given that A is singular and ARB, show that B is also singular.

Nov 10 P1 (#2)

Considere la matriz $\begin{pmatrix}k & 1 & 1\\ 0 & 2 & k-1\\ k & 0 & k-2\end{pmatrix}$.

Halle todos los posibles valores de k para los cuales la matriz es singular.

Mayo 11 P1 (TZ2) (#2)

Considere la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ a & -1\end{pmatrix}$.

(a) Halle la matriz A^2.

(b) Sabiendo que $\det A^2=16$, determine los posibles valores de a.

Mayo 11 P2 (TZ1) (#13)

(a) Given that $A=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$, show that $A^2=\begin{pmatrix}\cos2\theta & \sin2\theta\\ -\sin2\theta & \cos2\theta\end{pmatrix}$.

(b) Prove by induction that

$$A^n=\begin{pmatrix}\cos n\theta & \sin n\theta\\ -\sin n\theta & \cos n\theta\end{pmatrix},\ \text{for all } n\in\mathbb{Z}^+.$$

(c) Given that A^{-1} is the inverse of matrix A, show that the result in part (b) is true where $n=-1$.

Mayo 11 P1 (TZ2) (#12)

(a) Factorize z^3+1 into a linear and quadratic factor.

Let $\gamma = \dfrac{1+\mathrm{i}\sqrt{3}}{2}$.

(b) (i) Show that γ is one of the cube roots of -1.

(ii) Show that $\gamma^2 = \gamma - 1$.

(iii) Hence find the value of $(1-\gamma)^6$.

The matrix $\boldsymbol{A}$ is defined by $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \gamma & 1 \\ 0 & \dfrac{1}{\gamma} \end{pmatrix}$.

(c) Show that $\boldsymbol{A}^2 - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{I} = \boldsymbol{0}$, where $\boldsymbol{0}$ is the zero matrix.

(d) Deduce that

(i) $\boldsymbol{A}^3 = -\boldsymbol{I}$;

(ii) $\boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}$.

Mayo 11 P2 (TZ2) (#4)

Consider the matrix $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin\theta \\ -\sin 2\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, for $0 < \theta < 2\pi$.

(a) Show that $\det \boldsymbol{A} = \cos\theta$.

(b) Find the values of θ for which $\det \boldsymbol{A}^2 = \sin\theta$.

Mayo 12 P1 (TZ1) (#11)

(a) $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{U}$ are square matrices, and $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{U}$. Use mathematical induction to prove that $\boldsymbol{X}^n = \boldsymbol{U}^{-1}\boldsymbol{A}^n\boldsymbol{U}$, for $n \in \mathbb{Z}^+$.

(b) Let $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ and $\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(i) Find the matrix $\boldsymbol{D}$ such that $\boldsymbol{A}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{D}$.

(ii) Write down the matrix $\boldsymbol{D}^2$.

(iii) **Hence** prove that $\boldsymbol{A}^{2n} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, for $n \in \mathbb{Z}^+$.

(iv) Using the result from part (iii), show that $(\boldsymbol{A}^n)^{-1} = \boldsymbol{A}^n$, for $n \in \mathbb{Z}^+$.

Mayo 12 P1 (TZ2) (#5)

Tres matrices de 2×2 no singulares, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{X}$, satisfacen la ecuación $4\boldsymbol{A}-5\boldsymbol{BX}=\boldsymbol{B}$.

(a) Halle $\boldsymbol{X}$ en función de $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$.

(b) Sabiendo que $\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{B}$, halle $\boldsymbol{X}$.

Nov 12 P1 (#11)

Considere la matriz $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & a-1 \\ b & b \end{pmatrix}$, $b\neq 0$.

(a) Para $a=2$ y $b=1$, compruebe que $(\boldsymbol{A}^2-3\boldsymbol{A})^2=\boldsymbol{I}$.

(b) Halle el valor de a y el valor de b en cada uno de los siguientes casos:

(i) $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$;

(ii) $\boldsymbol{A}^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Nov 12 P2 (#3)

Considere la matriz $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \ln x & \ln(5-x) \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, donde $0<x<5$. Halle el valor de x para el cual $\boldsymbol{A}$ es singular.

Mayo 13 P1 (TZ1) (#3)

Given $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ and $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, find the matrix $\boldsymbol{X}$, such that $\boldsymbol{AXA}^{-1}=\boldsymbol{B}$.

Mayo 13 P1 (TZ1) (#6)

The matrix $\boldsymbol{A}$ is such that $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{I}$, where $\boldsymbol{I}$ is the identity matrix. Use mathematical induction to prove that $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{I})^n=2^{n-1}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{I})$, for all $n\in\mathbb{Z}^+$.

Mayo 13 P1 (TZ2) (#2)

Considere las matrices $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

(a) Halle $\det\boldsymbol{A}$ y, a partir de lo anterior, escriba la matriz $\boldsymbol{A}^{-1}$.

(b) Halle la matriz $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}$.

Nov 13 P1 (#4)

Considere la matriz $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & a(a+1) \\ 1 & b(b+1) \end{pmatrix}$, $a\neq b$. Sabiendo que $\boldsymbol{A}$ es singular, halle el valor de $a+b$.

Nov 13 P2 (#1)

Consider the matrices $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ and $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Find the matrix $\boldsymbol{X}$ such that $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$.