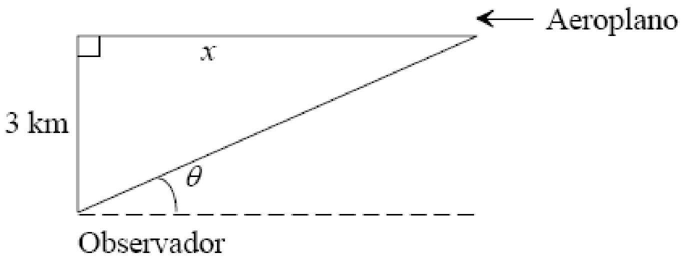
# Actividades de Tasas de Variación en exámenes BI-NS

**Nov 02**

Se bombea aire dentro de una pelota esférica la cual se expande $8\text{ cm}^3$ por segundo ($8\text{ cm}^3\text{s}^{-1}$). Halle la tasa **exacta** de incremento del radio de la pelota cuando el radio es 2 cm.

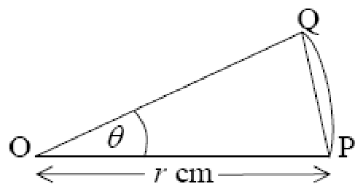
**Nov 03**

Un aeroplano vuela en linea recta y a velocidad constante, manteniendo una altitud constante de 3 km, con un rumbo que le lleva directamente sobre la vertical de un observador que se encuentra en tierra. En un instante dado, el ángulo $\theta$ de la visual del observador al aeroplano es $\frac{1}{3}\pi$ radianes y se va incrementando en $\frac{1}{60}$ radianes por segundo. Halle la velocidad, en kilómetros por hora, a la cual el aeroplano avanza hacia el observador.




**Mayo 04**

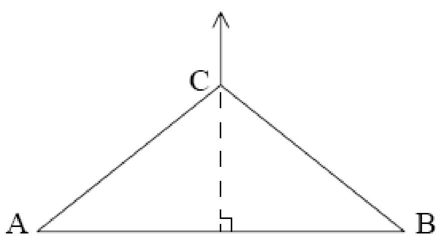
The figure shows a sector OPQ of a circle of radius $r$ cm and centre O, where $\hat{POQ} = \theta$.




The value of $r$ is increasing at the rate of 2 cm per second and the value of $\theta$ is increasing at the rate of 0.1 rad per second. Find the rate of increase of the area of the sector when $r = 3$ and $\theta = \frac{\pi}{4}$.

**Mayo 04**

La siguiente figura muestra un triángulo isósceles ABC con $AB = 10$ cm y $AC = BC$. El vértice C se mueve en dirección perpendicular a (AB) con una velocidad de 2 cm por segundo.



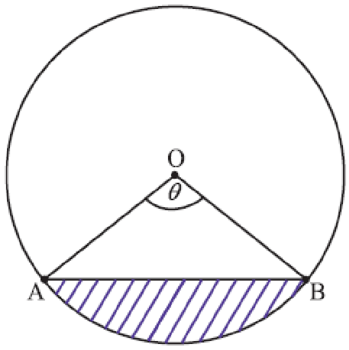

Calcule la tasa de variación del ángulo CAB en el instante en el que el triángulo es equilátero.

**Mayo 05**

A conical tank with vertex down is 8 metres in diameter and 12 metres deep. Water flows into the tank at 10 m$^3$ per minute. Find the rate of change of the depth of the water at the instant when the water is 6 metres deep.

**Nov 05**

The following diagram shows the points A and B on the circumference of a circle, centre O, and radius 4 cm, where $A\hat{O}B = \theta$. Points A and B are moving on the circumference so that $\theta$ is increasing at a constant rate.




Given that the rate of change of the length of the minor arc AB is numerically equal to the rate of change of the area of the shaded segment, find the acute value of $\theta$.

**Nov 06**

The radius and height of a cylinder are both equal to $x$ cm. The curved surface area of the cylinder is increasing at a constant rate of 10 cm²/sec. When $x = 2$, find the rate of change of

(a) the radius of the cylinder,

(b) the volume of the cylinder.

**Mayo 07**

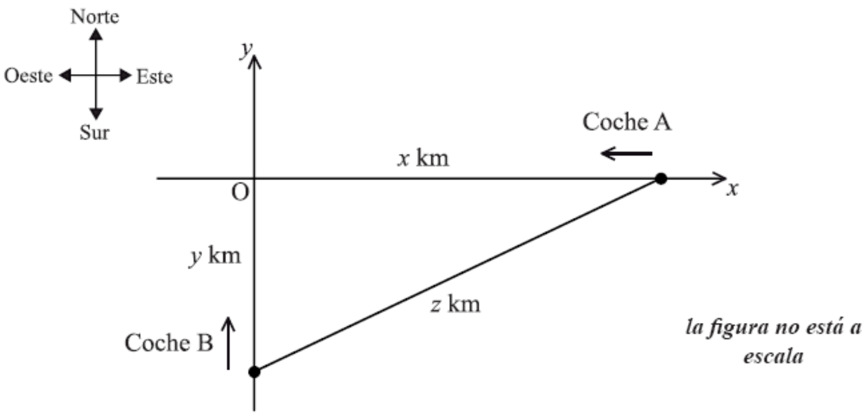
The volume of a solid is given by

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h .$$

At the time when the radius is 3 cm, the volume is $81\pi$ cm³, the radius is changing at a rate of 2 cm/min and the volume is changing at a rate of $204\pi$ cm³/min. Find the rate of change of the height at this time.

**Mayo 07**

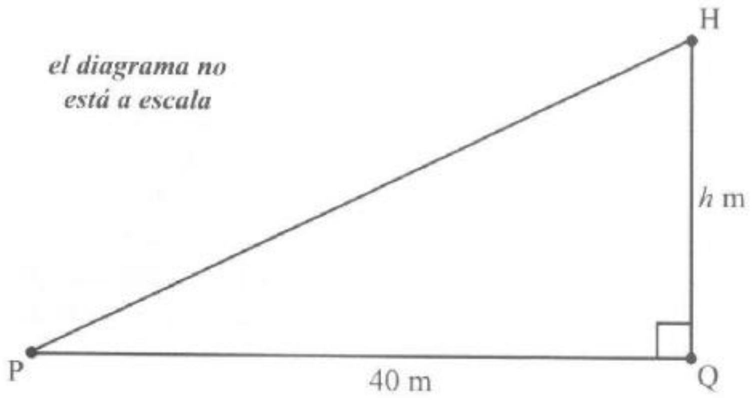
El coche A viaja por una carretera recta con orientación este-oeste, en dirección oeste y a 60 km h$^{-1}$. El coche B viaja por una carretera recta con orientación norte-sur, en dirección norte y a 70 km h$^{-1}$. Las carreteras se cruzan en el punto O. Cuando el coche A se encuentra a $x$ km al este de O, y el coche B se encuentra a $y$ km al sur de O, la distancia entre los coches es igual a $z$ km.




Halle la tasa de cambio de $z$ cuando el coche A se encuentra a 0,8 km al este de O y el coche B se encuentra a 0,6 km al sur de O.

**Mayo 09**

Un helicóptero H se mueve verticalmente hacia arriba, con una velocidad de $10 \text{ ms}^{-1}$. El helicóptero está a una altura de $h$ m, justo encima del punto Q, que se encuentra a nivel del suelo. El helicóptero es observado desde el punto P, que también se encuentra a nivel del suelo, siendo $PQ = 40$ m. Esta información se representa en el siguiente diagrama.



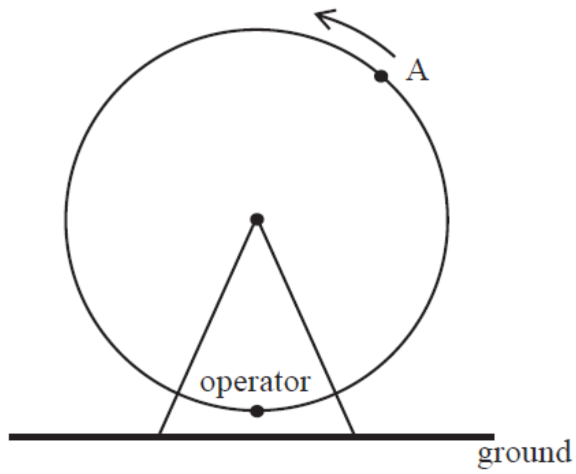

Para $h = 30$,

(a) compruebe que la razón de cambio de $H\hat{P}Q$ es igual a 0,16 radianes por segundo;

(b) halle la razón de cambio de PH.

**N09 P2#12**

Below is a sketch of a Ferris wheel, an amusement park device carrying passengers around the rim of the wheel.

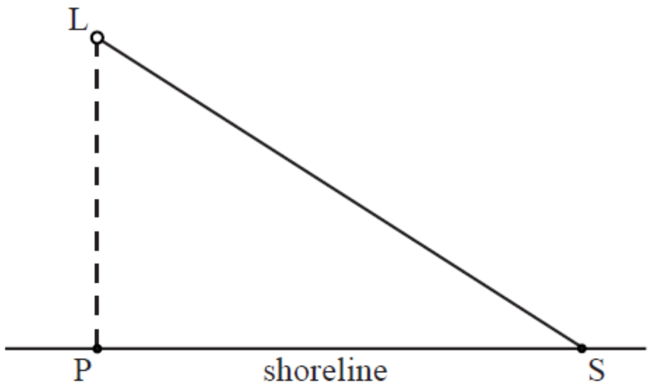



(a) The circular Ferris wheel has a radius of 10 metres and is revolving at a rate of 3 radians per minute. Determine how fast a passenger on the wheel is going vertically upwards when the passenger is at point A, 6 metres higher than the centre of the wheel, and is rising.

(b) The operator of the Ferris wheel stands directly below the centre such that the bottom of the Ferris wheel is level with his eyeline. As he watches the passenger his line of sight makes an angle $\alpha$ with the horizontal. Find the rate of change of $\alpha$ at point A.

**M10 TZ2 P2#10**

A lighthouse L is located offshore, 500 metres from the nearest point P on a long straight shoreline. The narrow beam of light from the lighthouse rotates at a constant rate of $8\pi$ radians per minute, producing an illuminated spot S that moves along the shoreline. You may assume that the height of the lighthouse can be ignored and that the beam of light lies in the horizontal plane defined by sea level.



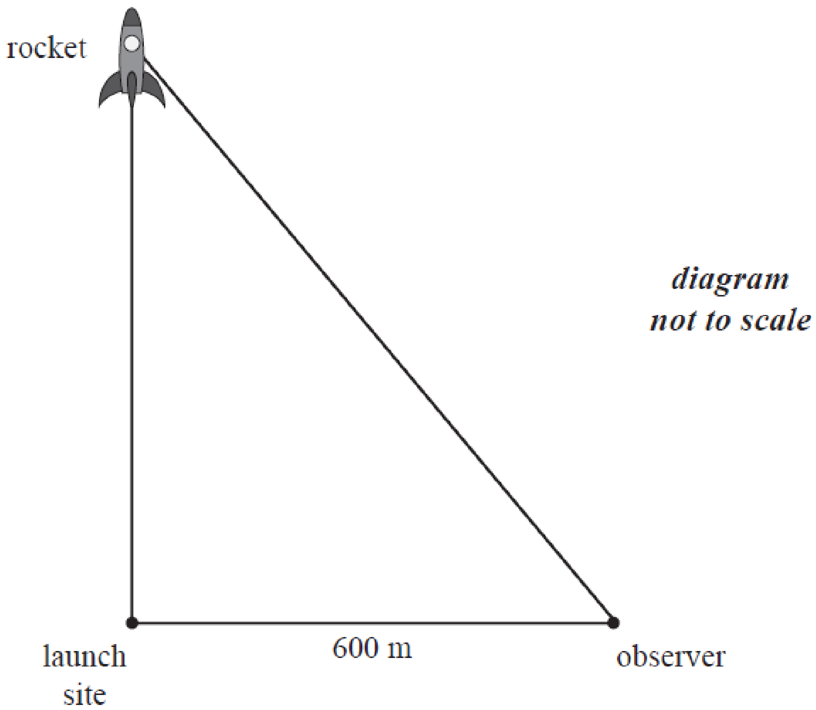

When S is 2000 metres from P,

(a) show that the speed of S, correct to three significant figures, is 214 000 metres per minute;

(b) find the acceleration of S.

**M11 TZ2 P2#9**

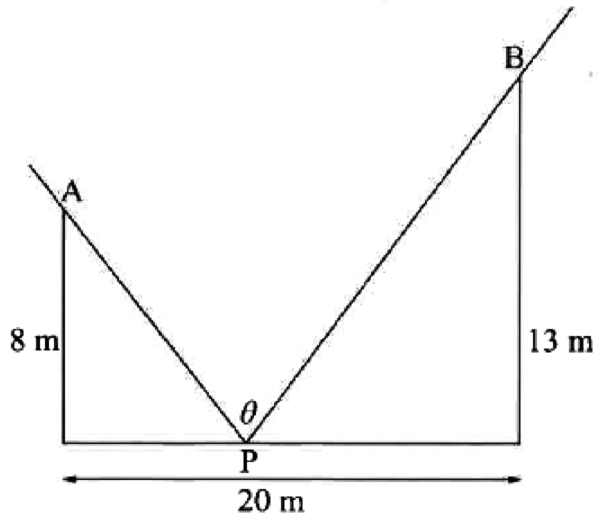
A rocket is rising vertically at a speed of 300 $m\,s^{-1}$ when it is 800 m directly above the launch site. Calculate the rate of change of the distance between the rocket and an observer, who is 600 m from the launch site and on the same horizontal level as the launch site.



**Nov11 P2#9** A stalactite has the shape of a circular cone. Its height is 200 mm and is increasing at a rate of 3 mm per century. Its base radius is 40 mm and is decreasing at a rate of 0.5 mm per century. Determine if its volume is increasing or decreasing, and the rate at which the volume is changing.

**M13 TZ1 P1#5** Paint is poured into a tray where it forms a circular pool with a uniform thickness of 0.5 cm. If the paint is poured at a constant rate of $4\,\text{cm}^3\text{s}^{-1}$, find the rate of increase of the radius of the circle when the radius is 20 cm.

**M13 TZ2 P2#13** Una calle recta de 20 metros de anchura está delimitada a ambos lados por dos paredes verticales paralelas, una de 13 metros de altura y la otra de 8 metros de altura. La intensidad de la luz que llega a un punto P situado en la calle, a nivel del suelo, es proporcional al ángulo $\theta$, donde $\theta = \text{A}\hat{\text{P}}\text{B}$, tal y como se muestra en la figura.




(a) Halle una expresión para $\theta$ en función de $x$, donde $x$ es la distancia entre P y la base de la pared de 8 metros de altura.

(b) (i) Calcule el valor de $\theta$ cuando $x = 0$.

(ii) Calcule el valor de $\theta$ cuando $x = 20$.

(c) Dibuje aproximadamente la gráfica de $\theta$, para $0 \le x \le 20$.

(d) Compruebe que $\dfrac{d\theta}{dx} = \dfrac{5(744 - 64x - x^2)}{(x^2 + 64)(x^2 - 40x + 569)}$.

(e) Utilizando el resultado del apartado (d), o de cualquier otro modo, determine para qué valor de $x$ la intensidad de la luz en P es máxima. Dé la respuesta con una aproximación de cuatro cifras significativas.

(f) El punto P se desplaza atravesando la calle a una velocidad de $0{,}5\,\text{m s}^{-1}$. Determine la razón de cambio de $\theta$ con respecto al tiempo, en el instante en que P se encuentra en el punto medio de la calle.

**M14 TZ2 P2#9**

Se vierte arena para formar un cono de $h$ cm de altura y $r$ cm de radio de la base. En todo momento, la altura es igual al radio de la base. La altura del cono va aumentando a razón de $0{,}5\ \text{cm}\,\text{min}^{-1}$.

Halle la razón a la que se vierte la arena, en $\text{cm}^3\,\text{min}^{-1}$, cuando la altura es igual a $4\ \text{cm}$.

**Nov14 P2#4**

Dos ciclistas están en el mismo cruce de carreteras. Uno de los ciclistas viaja hacia el norte a $20\ \text{km}\,\text{h}^{-1}$. El otro ciclista viaja hacia el oeste a $15\ \text{km}\,\text{h}^{-1}$.

Utilice el cálculo analítico para mostrar que la razón a la que cambia la distancia entre los dos ciclistas es independiente del tiempo.

**Muestra 14 P2#9**

A ladder of length 10 m on horizontal ground rests against a vertical wall. The bottom of the ladder is moved away from the wall at a constant speed of $0.5\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$. Calculate the speed of descent of the top of the ladder when the bottom of the ladder is 4 m away from the wall.

**M14 TZ1 P2#5**

A bicycle inner tube can be considered as a joined up cylinder of fixed length $200\ \text{cm}$ and radius $r\ \text{cm}$. The radius $r$ increases as the inner tube is pumped up. Air is being pumped into the inner tube so that the volume of air in the tube increases at a constant rate of $30\ \text{cm}^3\,\text{s}^{-1}$. Find the rate at which the radius of the inner tube is increasing when $r = 2\ \text{cm}$.

**N16 P2#6**

Un satélite terrestre se mueve siguiendo una trayectoria definida mediante la curva $72{,}5x^2 + 71{,}5y^2 = 1$, donde $x = x(t)$ e $y = y(t)$ se expresan en miles de kilómetros y $t$ es el tiempo en segundos.

Sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 7{,}75 \times 10^{-5}$ cuando $x = 3{,}2 \times 10^{-3}$, halle los posibles valores de $\frac{dy}{dt}$. Dé las respuestas en forma estándar (notación científica).