Cálculo Diferencial en las PAU de Oviedo – Matemáticas Aplicadas

Jun 94 En cierto colectivo de familias, el gasto mensual en ocio, $G(x)$ en miles de pta, está relacionado con sus ingresos mensuales -x en miles de ptą, a través de la siguiente expresión:

$$G(x) = \begin{cases} 0{,}02x - 1 & 0 \leq x \leq 100 \\ \dfrac{30x}{2x + 2.300} & 100 < x \end{cases}$$

a) Estudiar la discontinuidad del gasto. ¿El gasto en ocio de una familia es sensiblemente distinto si sus ingresos son "ligeramente" inferiores o superiores a las 100.000 pta?
b) Justificar que el gasto en ocio es siempre creciente con los ingresos.
c) Justificar que ninguna familia realiza un gasto en ocio superior a las 15.000 pta.

Jun 94 Cierta entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad -R(x) en miles de ptas.- viene dada en función de la cantidad que se invierta, x en miles de pta, por medio de la expresión siguiente:

$$R(x) = -0{,}001\ x^2 + 0{,}5\ x + 2{,}5$$

a) Deducir razonadamente qué cantidad de dinero le conviene invertir a un cliente en dicho plan.
b) ¿Qué rentabilidad obtendría?

Sept 94 La puntuación obtenida por un estudiante en un examen depende del tiempo que haya dedicado a su preparación (x expresado en horas) en los siguientes términos:

$$P(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{3} & 0 \leq x \leq 15 \\ \dfrac{2x}{0{,}2x + 3} & 15 < x \end{cases}$$

a) Estudiar el crecimiento de esta función. Si un estudiante ha dedicado menos de 15 horas a preparar el examen, justificar que no aprobará, esto es, que obtendrá menos de 5 puntos.
b) Justificar que la puntuación nunca puede ser superior a 10 puntos.

Jun 95 La producción de cierta hortaliza en un invernadero -Q(x) en kg.- depende de la temperatura -x en °C- según la expresión $Q(x) = (x + 1)^2\ (32 - x)$

a. Calcular razonadamente cuál es la temperatura óptima a mantener en el invernadero.

b. ¿Qué producción de hortaliza se obtendría?

Sept 95 El tipo de interés anual -I(t) en %- ofrecido por una entidad financiera depende del tiempo -t en años- que se esté dispuesto a mantener la inversión a través de la siguiente expresión:

$$I(t) = \frac{90t}{t^2 + 9}$$

a) Calcular razonadamente cuántos años le conviene pactar a un inversor que trate de optimizar el tipo de interés.
b) Si una inversión se mantuviese a muy largo plazo, ¿el tipo de interés podría llegar a ser negativo? Justificar la respuesta.

Jun 96 En un colectivo se ha observado que el gasto en cierto producto -G(x) en miles de ptas.- está relacionado con el salario -x en cientos de miles de ptas.- por medio de la siguiente expresión:

$$G(x) = \frac{20x}{x^2 + 1}$$

a) Calcular razonadamente la cuantía del salario a la que corresponde el mayor gasto.
b) ¿Cómo se comporta el gasto cuando el salario es suficientemente alto?. Razonar la respuesta.

Sept 96 Un taller artesanal está especializado en la producción de cierto tipo de juguetes. Los costes de fabricación - C(x) en ptas.- están relacionados con el número de juguetes fabricados -x- a través de la siguiente expresión:

$$C(x) = 10\,x^2 + 2.000\,x + 250.000$$

El precio de venta de cada juguete es 8.000 ptas.

a) Plantear la función de ingresos que obtiene el taller con la venta de los juguetes producidos.

b) Plantear la función de beneficios, entendidos como diferencia entre ingresos y costes de fabricación.

c) ¿Cuántos juguetes debe fabricar para maximizar beneficios?; ¿a cuánto ascenderán estos beneficios?

Jun 97 En cierto colectivo de hogares se ha observado empíricamente que el gasto mensual en alquiler de películas de vídeo -G(t) en miles de ptas.- depende del tiempo dedicado mensualmente a ver TV -t, en horas- en los siguientes términos:

$$G(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 20 \\ 0{,}1t & 20 \le t \le 100 \\ \dfrac{40t - 1.000}{2t + 100} & 100 < t \end{cases}$$

a) Justificar que la función G(t) es discontinua en t=20. ¿Existe una diferencia importante entre el gasto de los hogares según que el tiempo dedicado a ver TV sea "ligeramente" inferior ó superior a 20 horas?. Razonar la respuesta.

b) Justificar que en cualquier hogar en que se vean más de 100 horas de TV al mes, el gasto en alquiler de videos supera las 10.000 ptas.

Sept 97 En una empresa, la relación entre la producción (x, expresada en miles de toneladas) y los costes medios de fabricación (C(x), expresados en miles de ptas.) es del tipo $C(x)=ax^2+bx+c$.

a) Sabiendo que dichos costes ascienden a 43.000 ptas. si la producción es de 1.000 tm., que son 36.000 ptas. si se producen 2.000 tm., y que la derivada segunda de dicha función es igual a 2, determinar la función de costes medios.

b) Obtener razonadamente los intervalos de crecimiento y decrecimiento de C(x).

c) A la vista de los resultados del apartado anterior, calcular razonadamente la producción óptima de la empresa y sus costes medios.

Jun 98 Cierta empresa de material fotográfico oferta una máquina que es capaz de revelar y pasar a papel 15,5 fotografías por minuto. Sin embargo, sus cualidades se van deteriorando con el tiempo de forma que el número de fotografías por minuto será función de la antigüedad de la máquina de acuerdo a la siguiente expresión (F(x) representa el número de fotografías por minuto cuando la máquina tiene x años):

$$F(x) = \begin{cases} 15{,}5 - 1{,}1\,x & 0 \le x \le 5 \\ \dfrac{5\,x + 45}{x + 2} & x > 5 \end{cases}$$

(a) Estudiar la continuidad de la función F.

(b) Comprobar que el número de fotografías por minuto decrece con la antigüedad de la máquina. Justificar que si tiene más de 5 años revelará menos de 10 fotocopias por minuto.

(c) Justificar que por muy vieja que sea la máquina no revelará menos de 5 fotografías por minuto.

Sept 98 Se ha construido una presa de almacenamiento de agua cuyos costes de mantenimiento diarios son una función de la cantidad de agua que la misma tiene almacenada. Tales costes (en ptas.) vienen dados por la siguiente expresión (C(x) representa el coste si el volumen de agua (en millones de metros cúbicos) es x):

$$C(x) = x^3 + x^2 - 8\,x + 73$$

(a) Encontrar el volumen diario de agua óptimo que debe mantenerse para minimizar costes.

(b) Calcular el coste mínimo diario que supone el mantenimiento de la instalación. Si un día la presa tiene almacenados 3 millones de metros cúbicos de agua ¿cuánto se ha gastado de más respecto del coste mínimo?

Jun 99

Se ha investigado el tiempo (T, en minutos) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento de los deportistas (x, en días), obteniéndose que:

$$T(x) = \begin{cases} \dfrac{300}{x+30} & 0 \le x \le 30 \\[2ex] \dfrac{1.125}{(x-5)(x-15)} + 2 & x > 30 \end{cases}$$

(a) Justificar que la función T es continua en todo su dominio.

(b) ¿Se puede afirmar que cuanto más se entrene un deportista menor será el tiempo en realizar la prueba? ¿Algún deportista tardará más de 10 minutos en finalizar la prueba?

(c) Por mucho que se entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 1 minuto? ¿y en menos de 2?

Sept 99

Un individuo ha invertido en acciones de cierta compañía durante los últimos 10 años. El valor de su cartera a lo largo del tiempo (dinero invertido más beneficios obtenidos, en miles) viene dado por la siguiente expresión (x en años):

$$F(x) = (x-2)^2(1-2x) + 252x + 116 \qquad 0 \le x \le 10$$

(a) Determinar los intervalos de tiempo en que el valor de la cartera creció y aquellos en que decreció.

(b) El individuo retira sus ingresos transcurridos los 10 años. ¿Cuál hubiera sido realmente el mejor momento para haberlo hecho? ¿cuánto pierde por no haberlo retirado en el momento óptimo?

Jun 00

Dada la función $F(x) = \begin{cases} x+1 & si \quad x \le 1 \\ 3 - ax^2 & si \quad x > 1 \end{cases}$ responda razonadamente las siguientes cuestiones:

a) ¿Para qué valores de a la función $F(x)$ es continua en $x = 1$?

b) Si $F(x)$ es continua cuando $x \to x_0$ entonces no existe $\lim_{x \to x_0} F(x)$ ¿es cierto?

Sept 00

Determine e identifique los valores óptimos de la función $f(x) = 3x^2 e^{-4x}$

Jun 01

El rendimiento (medido de 0 a 10) de cierto producto en función del tiempo de uso (x, en años) viene dado por la siguiente expresión:

$$f(x) = 8,5 + \frac{3x}{1+x^2} \qquad x \ge 0$$

(a) ¿Hay intervalos de tiempo en los que el rendimiento crece? ¿y en que decrece? ¿cuáles son?

(b) ¿En qué punto se alcanza el rendimiento máximo? ¿cuánto vale?

(c) Por mucho que pase el tiempo ¿puede llegar a ser el rendimiento inferior al que el producto tenía cuando era nuevo?

Sept 01

La cotización en pesetas de cierta moneda en los últimos 5 años y medio se ajusta bastante bien a la siguiente función (C(t)indica la cotización en el tiempo t medido en años):

$C(t) = (-t^2+1)(t-9) - 16t + 59$; $0 < t < 5,5$

(a) Encuentra el intervalo o intervalos de tiempo en que la cotización creció, y aquél o aquellos en que decreció.
(b) ¿En qué momentos hubo una cotización más baja y más alta? ¿cuáles fueron esas cotizaciones?
(c) ¿Tiene la función C(t) algún punto de inflexión? Esboza un dibujo de dicha función.

Jun 02

El porcentaje de ocupación de una cafetería entre las 13 y las 21 horas se explica bastante bien por la siguiente función (P(x) representa el porcentaje de ocupación a las x horas)

$$P(x)=(x^2-55x)(x+1)+1015x-5542 \qquad 13 \le x \le 21$$

a) Indica los intervalos en que la ocupación crece y aquellas en que decrece.
b) ¿Cuándo se alcanza el porcentaje de ocupación más alto? ¿Y el más bajo?¿Cuánto valen?
c) ¿la función tiene algún máximo o mínimo relativo?
d) Dibuja la función.

Sept 02 **Según cierta teoría médica el peligro de un virus se mide en función del tiempo que lleva en el organismo mediante la siguiente expresión (P(t) es el peligro para un tiempo de t minutos):**

$$P(t) = \begin{cases} t^2 & 0 \le t \le 5 \\ \dfrac{50t - 62'5}{0'5t + 5} & t > 5 \end{cases}$$

(a) Estudia la continuidad del peligro como función del tiempo.

(b) El peligro del virus ¿crece a medida que permanece más tiempo en el organismo?

(c) Por mucho tiempo que lleve en el organismo, ¿puede superar el virus una peligrosidad de 95? ¿y de 100?

Jun 03 El peso que una plancha de cierto material es capaz de soportar depende de la edad de la misma según la siguiente función (el peso P en toneladas; t representa la edad en años de la plancha):

$$P(t) = \begin{cases} 50 - t^2 & 0 \le t \le 3 \\ 56 - \dfrac{20\,t}{t+1} & t > 3 \end{cases}$$

(a) ¿Es el peso una función continua de la edad? Según vaya pasando el tiempo ¿la plancha cada vez aguantará menos peso?

(b) Dicen que por mucho tiempo que transcurra, la plancha siempre aguantará más de 40 toneladas. ¿Estás de acuerdo?

(c) Esboza un dibujo de la gráfica de P(t) cuidando la concavidad y convexidad de la función.

Sept 03 La gráfica de velocidad de un autobús en los 6 minutos previos a un accidente quedó recogida en el tacómetro, y se ajusta bastante bien a la siguiente función. V(t) es la velocidad en el tiempo t (t en minutos, de 0 a 6):

$$V(t) = 24t - 15t^2 + 2t^3 + 100 \quad 0 \le t \le 6$$

(a) Especifica los intervalos de tiempo en que la velocidad aumentó y aquéllos en que disminuyó.

(b) Dibuja la gráfica de velocidad, especificando, si los hay, los puntos de inflexión. ¿En qué momentos se alcanza la mayor y menor velocidad?

(c) Especifica (si los hay) los máximos y mínimos relativos y absolutos.

Jun 04 El servicio de traumatología de un hospital va a implantar un nuevo sistema que pretende reducir a corto plazo las listas de espera. Se prevé que a partir de ahora la siguiente función indicará en cada momento (t, en meses) el porcentaje de pacientes que podrá ser operado sin necesidad de entrar en lista de espera:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & 0 \le t \le 10 \\ \dfrac{38t - 100}{0'4t} & t > 10 \end{cases}$$

(a) ¿A partir de qué momento crecerá este porcentaje? Por mucho tiempo que pase ¿a qué porcentaje no se llegará nunca?

(b) Haz un esbozo de la gráfica de la función P a lo largo del tiempo.

Sept 04 Una cadena de televisión ha presentado un nuevo programa para la franja de las 11 a las 15 horas. El share o porcentaje de audiencia de la primera emisión vino dado por la siguiente función, donde S(t) representa el share en el tiempo t, en horas. Para que el programa siga emitiéndose el share ha tenido que alcanzar en algún momento el 30%.

$$S(t) = -t^3 + 36t^2 - 420t + 1596 \quad 11 \le t \le 15$$

(a) Indica cuándo creció el share y cuándo decreció. ¿El programa seguirá emitiéndose?

(b) Dibuja la gráfica del share.

Sept 04 (a) Dada la función $f(x) = \dfrac{a}{x} + 3x^2 - x^3$, encuentra a para que si f ´ es la derivada de f, entonces $f\,'(-1) = -10$

Jun 05 Un dirigente de cierto partido político afirma que dimitirá si el porcentaje de votantes al partido no alcanza el 20%. Se estima que el porcentaje de participación en la consulta será al menos el 40% y que el porcentaje de votantes al partido dependerá del porcentaje de participación según esta función (P indica el porcentaje de votantes al partido y x el de participación):

$$P(x) = -0'00025x^3 + 0'045x^2 - 2'4x + 50 \qquad 40 \le x \le 100$$

(a) Indica cuándo crece el porcentaje de votantes al partido y cuándo decrece. Según la función, ¿es posible que el dirigente no tenga que dimitir?

(b) Dibuja la gráfica de la función.

Jun 05

(a) Encuentra $f'(2)$ donde f' es la derivada de la función f dada por $f(x) = \frac{4}{x^2} + 8x - x^2 - 12 \quad (x \neq 0)$.

Sept 05

Cada mes, una empresa decide el gasto en publicidad en base a los beneficios que espera obtener dicho mes. Para ello usa la siguiente función, donde G es el gasto en publicidad (en cientos de euros) y x los beneficios esperados (en miles de euros):

$$G(x) = \begin{cases} 6 + 2x - \dfrac{x^2}{6} & 0 \le x \le 9 \\ 3 + \dfrac{75x + 5400}{10x^2} & x > 9 \end{cases}$$

(a) ¿Es el gasto en publicidad una función continua del beneficio?

(b) Indica cuándo crece y cuándo decrece el gasto.

(c) Por muchos beneficios que espere ¿el gasto llegará a ser inferior a 4 (cientos de euros)?

Jun 06

Un ayuntamiento está realizando un estudio sobre el nivel de contaminación acústica en la ciudad. Un primer plan de choque afectará a aquellos lugares donde se lleguen a superar los 65 decibelios en horario diurno. En un barrio de la ciudad se han realizado mediciones de ruido en la franja horaria más conflictiva, modelándose el nivel de ruido mediante la siguiente función (R indica el ruido en decibelios y x el tiempo entre las 9 y las 14 horas de un día laborable):

$$R(x) = 2943 - 780x + 69x^2 - 2x^3 \qquad 9 \le x \le 14$$

(a) Indica cuándo crece el nivel de ruido y cuándo decrece.

(b) Dibuja la gráfica de la función. ¿Se debería iniciar un plan de choque en este barrio?

(c) Puesto que para x = 11,5 la segunda derivada de R vale 0 ¿qué le sucede a la gráfica en x = 11,5?

Jun 06

(a) Si f' es la derivada de la función dada por $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 53x + 150 \quad (x \neq 0)$, calcula $f'(-0'5)$

Sept 06

Un inversor utiliza la siguiente función para reinvertir en Bolsa parte del capital que obtiene mensualmente. R(x) representa la cantidad reinvertida cuando el capital obtenido es x (tanto la cantidad como el capital en euros):

$$R(x) = \begin{cases} 0 & 0 \le x < 600 \\ 40 + \dfrac{400 + 56x}{1640 + 0'1x} & x \ge 600 \end{cases}$$

(a) ¿Es la cantidad reinvertida una función continua del capital obtenido?

(b) ¿Decrece alguna vez la cantidad reinvertida al aumentar el capital obtenido? Por muy grande que sea el capital obtenido ¿puede la cantidad reinvertida superar los 1000 euros?

(c) Dibuja la gráfica de la función.

Jun 07

La profundidad de la capa de arena en una playa se verá afectada por la construcción de un dique. En una zona de la playa, esa profundidad vendrá dada por la siguiente función (P es la profundidad en metros y t el tiempo en años desde el inicio de la construcción). Si la profundidad llegara a superar los 4 metros, se debería elevar la altura del paseo marítimo.

$$P(t) = \begin{cases} 2 + t^2 & 0 \le t \le 1 \\ \dfrac{8t^2 - t - 1}{2t^2} & t > 1 \end{cases}$$

(a) ¿Es la profundidad una función continua del tiempo?

(b) ¿Disminuirá alguna vez la profundidad? Por mucho tiempo que pase ¿será necesario elevar la altura del paseo por causa de la profundidad de la capa de arena?

(c) Dibuja la gráfica de la función.

Jun 07

(a) Encuentra $f'(-2)$ donde f' es la derivada de la función f dada por $f(x) = 4x - x^2 + \frac{2}{x^3} \quad (x \neq 0)$.

Sept 07

La cantidad que ingresa mensualmente una empresa en una entidad bancaria depende del saldo que presente su cuenta a fin de mes, y la calcula de acuerdo a la siguiente función. I(x) es el ingreso cuando el saldo es x (ambas cantidades en miles de euros):

$$I(x) = \begin{cases} 4 - 0'025x & 0 \le x \le 60 \\ \dfrac{750 + 3x}{20 + 10x} & x > 60 \end{cases}$$

(a) ¿Es la cantidad ingresada una función continua del saldo a fin de mes?

(b) ¿Decrece alguna vez la cantidad ingresada al aumentar el saldo a fin de mes? Aunque el saldo a fin de mes crezca mucho, ¿ingresará alguna vez la empresa menos de 100 euros? ¿y menos de 400?

(c) Dibuja la gráfica de la función.

Jun 08 En la construcción de un túnel, el porcentaje de roca fragmentada o de mala calidad viene dado por el siguiente modelo matemático. R(x) representa dicho porcentaje cuando la distancia a la boca del túnel es x (en kilómetros). Si en algún tramo de la perforación el porcentaje supera el 40%, se deberán reforzar las medidas de sostenimiento y seguridad de la estructura.

$$R(x) = \frac{x^3}{3} - 4'5x^2 + 18x + 15 \qquad 0 \le x \le 7$$

(a) Indica en qué tramos de la perforación el porcentaje crece y en cuáles decrece.

(b) Dibuja la gráfica de la función. ¿Será necesario reforzar las medidas mencionadas?

(c) Señala los máximos y mínimos (absolutos y relativos), así como los puntos de inflexión de la curva.

Sept 08 Un pueblo está sumergido bajo las aguas de un embalse. Si el volumen de agua baja hasta un nivel del 15%, es posible ver la torre de la iglesia. V(x) representa dicho nivel (en %) en los últimos 4 meses y medio (x es el tiempo, en meses, desde el inicio de la medición):

$$V(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 34 \qquad 0 \le x \le 4'5$$

(a) Indica en qué intervalos de tiempo el volumen de agua crece y en cuáles decrece.

(b) Dibuja la gráfica de la función. ¿Llegó a verse la torre?

(c) Señala los máximos y mínimos (absolutos y relativos), así como los puntos de inflexión de la curva.

Jun 09 Dada la función $f(x) = \frac{a}{x^2} + x^2$ $(x > 0)$, donde a es una constante,

(a) Si se supiera que $f'(2) = 1$, donde f' es la derivada de f, ¿cuánto valdría a?

Jun 09 La temperatura de una habitación entre las 17 horas y las 20 horas de cierto día queda descrita bastante bien a partir de la siguiente función (T(x) representa la temperatura a las x horas):

$$T(x) = 37\frac{x^2}{2} - 342x - \frac{x^3}{3} + 2124 \qquad 17 \le x \le 20$$

(a) Indica los intervalos de tiempo en que la temperatura subió y aquéllos en que bajó.

(b) Dibuja la función. ¿Cuándo se alcanzan la temperatura más alta y la más baja? ¿cuánto valen?

(c) ¿La función tiene algún máximo o mínimo relativo que no sea absoluto?

Sept 09 Entre 2000 y 5000 revoluciones por minuto, la potencia de un motor viene dada aproximadamente por la siguiente función. P(x) es la potencia en caballos de vapor para x miles de revoluciones por minuto:

$$P(x) = -12x^3 + 90x^2 - 144x + 84 \qquad 2 \le x \le 5$$

(a) ¿Crece siempre la potencia cuando las revoluciones del motor aumentan?

(b) Dibuja la gráfica de la función. ¿A qué revoluciones se alcanza la mayor potencia?

(c) ¿Tiene la curva de potencia algún punto de inflexión?

Jun 10 Fase general La temperatura de un plato viene dada en función del tiempo que lleva elaborado a través de la expresión ($f(x)$ representa la temperatura en ºC a los x minutos):

$$f(x) = \begin{cases} 56 - 6x & \text{si } 0 \le x \le 5, \\ 20 + \frac{30}{x} & \text{si } x > 5. \end{cases}$$

a) Dibuja la gráfica de la función. ¿En qué instante de tiempo la temperatura del plato es máxima?

b) El plato debe ser recalentado si su temperatura baja de los 20ºC. Por mucho tiempo que pase desde su elaboración, ¿será necesario recalentar el plato?

Jun 10 Fase específica Si $f(x)$ representa el coste medio (en €) por kg de alimento preparado en una determinada empresa para una jornada en la que se han producido x kg de alimento, se tiene que:

$$f(x) = 2 + x + \frac{9}{x}, \qquad x > 0.$$

a) Dibuja la gráfica de la función. ¿Aumenta alguna vez el coste medio? ¿Cuál debe ser la cantidad de producto que se debe preparar en una jornada para minimizar el coste medio por kg de alimento?

b) Será necesario un reajuste del proceso si no es posible conseguir un coste medio menor de 10€. ¿Se necesita reajustar el proceso?

Sept 10
Fase general

Un depósito de agua tiene un ciclo de llenado y vaciado que dura 120 minutos. Si $f(x)$ representa la altura del agua (en metros) si han transcurrido x minutos del ciclo, se tiene que:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{360}(120x - x^2) & \text{si } 0 \le x < 60 \\ \frac{1200}{x} - 10 & \text{si } 60 \le x \le 120 \end{cases}$$

a) ¿Es la altura una función continua del tiempo?

b) ¿En qué momento del ciclo la altura del agua empieza a decrecer?

Sept 10
Fase específica

La ganancia que produce una máquina que dura 9 años depende del tiempo que lleva funcionando, a través de la siguiente expresión ($f(x)$ representa la ganancia en euros a los x años):

$$f(x) = 270x^2 - 30x^3, \qquad 0 \le x \le 9.$$

a) La ganancia producida por la máquina, ¿crece siempre a medida que va pasando el tiempo?

b) Determina el tiempo en el que la máquina produce la mayor ganancia a la empresa. ¿Cuánto vale dicha ganancia?

Jun 11
Fase general

Un proveedor cobra el aceite según el volumen del pedido. Así, la función que relaciona el importe del pedido con el volumen del mismo es ($f(x)$ representa el importe, en euros, de un pedido de x litros de aceite):

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0 < x < 30, \\ 2x + 30 & \text{si } 30 \le x. \end{cases}$$

a) ¿Es el importe una función continua del volumen del pedido?

b) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y represéntala gráficamente.

Jun 11
Fase específica

La velocidad de un coche de carreras viene dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} 110 + 12x + 6x^2 & \text{si } 1 \le x \le 3, \\ 350 - \frac{450}{x} & \text{si } x > 3, \end{cases}$$

donde x representa el tiempo, en segundos, y $f(x)$ representa la velocidad del coche, medida en Km/h.

a) ¿Es la velocidad una función continua del tiempo?

b) ¿Disminuye la velocidad del coche en algún instante?, ¿se podrían alcanzar los 350Km/h de velocidad con este coche?

Sept 11
Fase general

Para un determinado modelo de coche la relación existente entre la velocidad a la que circula y el consumo viene dada a través de la siguiente expresión ($f(x)$ representa el consumo en litros cada 100Km a una velocidad de xKm/h):

$$f(x) = 2 + \frac{x}{90} + \frac{90}{x}, \quad x > 10.$$

a) Dibuja la gráfica de la función. ¿Cuál es la velocidad óptima a la que se debe circular para consumir la menor cantidad de combustible posible?

b) ¿En algún instante el consumo aumenta al aumentar la velocidad? ¿Es posible conducir con un consumo de 3 litros cada 100Km?

Sept 11
Fase específica

Según un estudio sobre la evolución de las reservas de petróleo en el mundo, podemos estimar la cantidad de petróleo disponible en los próximos años, en millones de toneladas, mediante la función:

$$f(x) = \frac{140}{x+1}, \qquad x > 0,$$

donde x representa el tiempo transcurrido, en años, desde el momento actual.

a) ¿Aumentará en algún momento la cantidad de petróleo disponible? Dibuja la gráfica de la función.

b) Calcula la reserva actual ($x = 0$) de petróleo y la prevista para dentro de 13 años.

Jun 12
Fase general

La energía que produce una placa solar viene descrita por la siguiente curva en función del tiempo transcurrido desde que amanece ($f(x)$ representa la energía producida a las x horas de haber amanecido):

$$f(x) = \begin{cases} 10x - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 8, \\ \dfrac{1024}{x^2} & \text{si } 8 < x \leq 12. \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función f en su dominio.

b) ¿En qué momento del día la placa produce más energía? ¿cuánto produce en ese momento?

Jun 12
Fase específica

El tiempo que un empleado tarda en realizar una tarea varía durante los cuatro primeros meses de contrato según su experiencia. Así, la función que relaciona el tiempo empleado en realizar la tarea con la experiencia del operario es ($f(x)$ representa el tiempo, en horas, que tarda en realizar la tarea un empleado que lleva contratado un tiempo x, medido en meses):

$$f(x) = \begin{cases} 12 - x^2 & \text{si } 0 < x \leq 2, \\ (x-4)^2 + 4 & \text{si } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

a) Representa gráficamente la función f. ¿Es el tiempo necesario para realizar la tarea una función continua del tiempo de experiencia?

b) ¿En qué momento el tiempo necesario para realizar la tarea es mínimo? ¿Cuánto tiempo le lleva finalizar la tarea en ese instante? ¿Consigue el empleado finalizar la tarea en menos de 3 horas en algún momento durante los primeros cuatro meses de contrato?

Julio 12
Fase general

Un dispositivo de 10 años de duración tiene una tasa de fallos que depende del tiempo que lleve en funcionamiento a través de la expresión ($f(x)$ representa la tasa de fallos en el instante x, medido en años):

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + 10x^2 - 69x + 200, \qquad 0 \leq x \leq 10.$$

a) Indica el intervalo de tiempo en el que la tasa de fallos crece y aquel en el que decrece.

b) ¿Cuándo se alcanza la tasa de fallos más baja? ¿Cuánto vale?

Julio 12
Fase específica

Un modelo simplificado de la altura a la que se encuentra un proyectil conduce a la siguiente expresión ($f(x)$ representa la altura, en metros, a la que se encuentra el proyectil a los x segundos de ser lanzado):

$$f(x) = 250 - \frac{250}{x+1} - 10x, \quad 0 \leq x \leq 24.$$

a) Dibuja la gráfica de la función. ¿En qué instante el proyectil empieza a caer?

b) ¿Podríamos derribar con él un objeto que vuela a 250 metros de altura?

Jun 13
Fase general

La temperatura de un horno viene descrita por la siguiente curva en función del tiempo que lleva encendido ($f(x)$ representa la temperatura en ºC a los x minutos):

$$f(x) = \frac{900x + 200}{x + 10}, \quad x > 0.$$

a) Representa gráficamente la función f. ¿Disminuye la temperatura del horno en algún instante?

b) Sabiendo que los materiales del horno se deterioran si éste alcanza los 1000ºC, ¿habría que apagar el horno en algún momento para que no sufra daños?

Jun 13
Fase específica

La temperatura (en ^oC) de una pieza viene dada por la función

$$f(x) = 10\frac{3x+4}{2x+5} \qquad \text{con } x \geq 0,$$

donde x representa el tiempo en horas desde su fabricación.

a) Representa gráficamente la función f. ¿Disminuye la temperatura de la pieza en algún instante?

b) ¿Cuál es la temperatura inicial a la que se fabrica la pieza? Sabiendo que la pieza se deteriora si alcanza los 20^oC, ¿hay riesgo de que la pieza se deteriore?

Julio 13 Fase general

Se lanza una pelota hacia arriba desde lo alto de una torre. La trayectoria que describe la pelota viene dada por la siguiente expresión ($f(x)$ representa la altura a la que se encuentra la pelota, en metros, y x es el tiempo transcurrido, en segundos, desde su lanzamiento):

$$f(x) = 20x - 5x^2 + 60, \qquad x \geq 0.$$

a) Dibuja la gráfica de la función f. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y en qué momento lo hace?

b) ¿Desde qué altura se lanza la pelota?, ¿cuánto tiempo tarda la pelota en caer al suelo?

Julio 13 Fase específica

El rendimiento de un estudiante en un examen de una hora de duración viene dado por la siguiente expresión ($f(x)$ representa el rendimiento, en tanto por ciento, en el instante x, medido en horas):

$$f(x) = \begin{cases} 300x(1-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 0'6, \\ 180(1-x) & \text{si } 0'6 < x \leq 1. \end{cases}$$

a) ¿Es el rendimiento una función continua del tiempo?

b) ¿En qué momentos aumenta y en qué momentos disminuye el rendimiento? ¿Cuándo obtiene el mayor rendimiento y cuál es ese rendimiento?

Jun 14 Fase general

Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{2-x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{2}{a \cdot x + b} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 - \frac{x^2}{3} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

a) Determina los valores de a y b para que f sea una función continua en todo su dominio.

b) Considerando los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f y represéntala gráficamente.

Jun 14 Fase específica

La función de costes de una factoría, se puede estimar mediante la expresión

$$f(x) = x^3 - 10x^2 + 12x + 100,$$

donde x representa la cantidad producida de determinado artículo, con lo que $x \geq 0$.

a) ¿Disminuye el coste alguna vez? Representa gráficamente la función f.

b) Determina la cantidad de artículo producida cuando el coste es mínimo. ¿Cuánto vale dicho coste?

c) ¿Cuánto vale el coste si no se produce nada de ese artículo?

Julio 14 Fase general

La producción (f) de cierta hortaliza en un invernadero depende de la temperatura (x, en ^oC) según la función:

$$f(x) = (x+1)^2(32-x) \quad \text{con} \quad 0 \leq x \leq 32.$$

a) Dibuja la gráfica de la función f. ¿Cuál es la temperatura óptima que debe tener el invernadero para maximizar la producción? ¿a cuánto asciende la producción de hortalizas a dicha temperatura?

b) ¿Llegaría alguna vez la producción a sobrepasar el valor 5500?

Julio 14 Fase específica

La atención ante un anuncio de televisión (en una escala de 0 a 100) de 3 minutos de duración se comporta según la función

$$f(x) = -10x^2 + 40x + 40$$

donde x representa los minutos emitidos de anuncio, con lo que $0 \leq x \leq 3$.

a) Representa gráficamente la función f en el intervalo $[0,3]$.

b) ¿A cuántos minutos de comenzar el anuncio se presta la máxima atención? ¿y cuándo se presta la mínima?

c) ¿Qué nivel de atención se tiene justo al final del anuncio?

Jun 15
Fase general

El banco Ahorrando ha hecho un estudio sobre el tiempo (en minutos) que dedican sus empleados a los clientes en función de la edad y ha obtenido la siguiente función para clientes entre 18 y 70 años.

$$f(x) = \begin{cases} x^2/10 - 2x + 300 & \text{si } 18 \leq x \leq 50, \\ -x^2 + 134x - 3750 & \text{si } 50 < x \leq 70 \end{cases}$$

a) Estudia y representa la función f. ¿Es continua para $x = 50$?

b) ¿A qué edad los clientes requieren más tiempo de atención? ¿A qué edad requieren el menor tiempo?

Jun 15
Fase específica

El salario de un trabajador se relaciona con el tiempo que ha realizado cursos de formación tal como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} 1000 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 900 + 100x & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 890 + \frac{691x+5}{x+2} & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

donde x representa el tiempo, en meses, que ha realizado dichos cursos y $f(x)$ el sueldo mensual que cobra.

a) Estudia y representa gráficamente la función f. Comenta dicha gráfica indicando cuál es el sueldo mínimo que cobra y cómo va evolucionando (aumentando o disminuyendo) el sueldo con los meses de formación.

b) Un trabajador, ¿puede llegar alguna vez a cobrar 1500 €? ¿y 1600 €? En caso de que alcance alguno de estos dos sueldos, indica cuántos meses de formación habría recibido.

Julio 15
Fase general

La temperatura de cierto proceso químico se puede relacionar con el tiempo mediante la siguiente expresión ($f(x)$ representa la temperatura, en grados centígrados, y x es el tiempo transcurrido, en minutos, desde que se inicia el proceso):

$$f(x) = x^2 + 2x, \qquad x > 0.$$

a) Estudia y representa gráficamente la función f. ¿Disminuye en algún momento la temperatura?

b) El proceso se detendrá por cuestiones de seguridad si la temperatura sube de 120ºC. ¿Será necesario detener el proceso en algún instante de tiempo?

Julio 15
Fase específica

En un restaurante han estudiado el dinero que los clientes gastan en cenas en función de la edad. El gasto estimado en euros viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = -\frac{x^2}{30} + 3x - 5, \qquad 18 \leq x \leq 65$$

donde x representa la edad, en años, del cliente.

a) ¿Disminuye el gasto estimado a alguna edad?

b) ¿A qué edad los clientes tienen un gasto estimado mayor? ¿Cuánto se estima que gastan a esa edad? ¿A qué edad tienen un gasto estimado menor?

c) Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $[18, 65]$.

Jun 16
Fase general

El beneficio mensual de una empresa (f), en miles de euros, se relaciona con las toneladas de producto vendido (x) tal como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} 10x - \frac{5x^2}{4} + 1800 & \text{si } 0 < x \leq 10 \\ 1805 & \text{si } 10 < x \end{cases}$$

a) Estudia y representa gráficamente la función f. Comenta dicha gráfica indicando cuál es el beneficio mensual mínimo y cómo evoluciona (aumenta o disminuye) el beneficio según la cantidad de producto vendido.

b) ¿Puede llegar alguna vez a tener unos beneficios de 1900 miles de euros? ¿y de 1815 miles de euros? En caso de que alcance alguno de estos dos beneficios, indica cuántas toneladas de producto habría vendido.

Jun 16
Fase específica

La función de costes de una factoría, se puede estimar mediante la expresión

$$f(x) = 40 - 6x + x^2,$$

donde x representa la cantidad producida de determinado artículo, con lo que $x \geq 0$.

a) ¿Disminuye el coste alguna vez? Determina la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo. ¿Cuánto vale dicho coste?

b) ¿Cuánto vale el coste si no se produce nada de ese artículo?

c) Estudia y representa gráficamente la función f.

Julio 16
Fase general

Tras un estudio detallado de la producción de una fábrica se ha determinado que el rendimiento de un obrero, medido en %, dentro de su turno de trabajo se puede aproximar por la función $f(t) = 48\,t - 6\,t^2$, donde t representa el tiempo, en horas, que el obrero lleva trabajando en esa jornada, con lo que $0 \leq t \leq 8$.

a) ¿Es alguna vez el rendimiento nulo? ¿en qué momentos?

b) ¿Cuándo aumenta y/o disminuye el rendimiento? ¿Cuándo se obtiene el rendimiento máximo y qué porcentaje está rindiendo en ese momento?

c) Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $[0,8]$.

Julio 16
Fase específica

En un determinado proceso industrial, la relación existente entre la temperatura del horno y el tiempo que lleva funcionando viene modelizada a través de la siguiente expresión ($f(x)$ representa la temperatura en ^oC a los x minutos de funcionamiento):

$$f(x) = \begin{cases} 16x - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 10, \\ 10 + \frac{500}{x} & \text{si } 10 < x \leq 30. \end{cases}$$

a) ¿Es la temperatura una función continua del tiempo? ¿En qué momento se alcanza la temperatura máxima? ¿Cuál es dicha temperatura?

b) Estudia y representa gráficamente la función f.

Modelo 17
Es muy similar al de Jun 16 Fase general

El beneficio mensual de una empresa (f), en miles de euros, se relaciona con las toneladas de producto vendido (x) tal como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} 10x - \frac{5x^2}{4} + 1800 & \text{si } 0 < x \leq 10 \\ 1805 & \text{si } 10 < x \end{cases}$$

a) ¿Es el beneficio una función continua de la cantidad de producto vendido?

b) Estudia y representa gráficamente la función f.

c) ¿Cuál es el beneficio mensual mínimo? ¿Puede llegar alguna vez a tener unos beneficios de 1900 miles de euros? ¿y de 1815 miles de euros?