

Cálculo Integral en las PAU de Asturias - Matemáticas Aplicadas

Sept 94

Sea $f(x)$ una función continua en cierto intervalo $[a, b]$.

a) Explicar el enunciado de la regla de Barrow y su aplicación.

b) Sea $f(x) = 3x^2 - 6x$, justificar cuál de las siguientes funciones:

$$U(x) = 3x^3 + 3x^2 \quad ; \quad V(x) = x^3 - 3x^2$$

es primitiva de la anterior.

c) Calcular $\int_0^4 (3x^2 - 6x) dx$

Jun 95

a. Enunciar la regla de Barrow y comentar su aplicación.

b. Sea $F(x) = x^4 + ax^3 + bx$; calcular a y b sabiendo que:

1) el punto (1,2) pertenece a la gráfica de $F(x)$;

2) $F(x)$ es función primitiva de cierta función $f(x)$ cuya integral en el intervalo $[1,2]$ es igual a 10.

Sept 95

a) Explicar el concepto de función primitiva.

b) Sea $f(x) = e^{2x} - 2x^2 + 8$, justificar si es primitiva de alguna de las siguientes funciones:

$$g(x) = e^{2x} - 4x + 8$$

$$h(x) = 2e^{2x} - 4x$$

c) Enunciar la regla de Barrow y aplicarla para calcular

$$\int_0^1 (2e^{2x} - 4x) dx$$

Jun 96

Dada la función $f(x) = (x+1)(3x-2)$:

a) Calcular una primitiva de $f(x)$.

b) Justificar que la función $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ no es primitiva de $f(x)$.

c) Enunciar la regla de Barrow y calcular $\int_0^1 (x+1)(3x-2) dx$

Sept 96

a) Explicar el concepto de función primitiva.

b) Dada la función $F(x) = ax^3 + bx^2 - 2x$, determinar los valores de a y b para que se verifique que $F(x)$ es primitiva de una función $f(x)$ con las siguientes características: 1) $f(x)$ pasa por el punto (1,9) y 2) el área entre la curva $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo $[0,1]$ vale 1.

Jun 97

a) Enunciar la regla de Barrow.

b) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx + c$; calcular los valores de a, b y c sabiendo que:

i) $F(x) = x^4 - 2x^2 + cx$ es una primitiva de $f(x)$; y ii) la integral de $f(x)$ en el intervalo $[0, 1]$ es igual a 1.

Sept 97

Dada la función $f(x) = x^3 + \frac{2}{x^2}$:

a) Calcular una primitiva de $f(x)$.

b) Enunciar la regla de Barrow y aplicarla para obtener la integral de $f(x)$ en el intervalo $[1,2]$.

Jun 98

Dada la función $f(x) = x + \frac{a}{x^3}$, donde a es una constante,

(a) Encontrar una primitiva de f.

(b) Si F es una primitiva de f ¿puede serlo también $G(x) = F(x) + 2x$?

(c) Encontrar a sabiendo que $\int_1^2 f(x) dx = 1,5$.

- Sept 98** Dada la función $f(x) = 4e^{4x} + a$, donde a es una constante,
- (a) Justificar si las siguientes funciones son o no primitivas de f :
 $F_1(x) = 4e^{4x} + ax$ $F_2(x) = e^{4x} + ax$
- (b) Encontrar a sabiendo que $\int_0^1 f(x)dx = e^4$.
- Jun 99** Dada la función $f(x) = ae^{x/3} + \frac{1}{x^2}$ ($x \neq 0$), donde a es una constante,
- (a) Calcular $\int_1^2 f(x) dx$ en función de a .
- (b) Se sabe que F es una primitiva de f . Calcular a si $F(1) = 0$ y $F(2) = 1/2$.
- Sept 99** Dada la función $f(x) = xe^{x/2}$,
- (a) Calcular una primitiva de f .
- (b) Calcular $\int_0^2 f(x) dx$.
- (c) Si F y G son 2 primitivas de f , y $H = F - G$, ¿es posible que la derivada de H sea la función x^2 ?
- Jun 00** Enuncie la regla de Barrow y aplíquela a la función $f(x) = e^x(x+1)$ en el intervalo $[0, 1]$.
- Sept 00** Determine la función primitiva y el área bajo la curva, en el intervalo $[1, e]$, de la función $f(x) = \ln(x)$
- Jun 01** Sea $f(x) = x^2 + bx$ donde b es una constante.
- (a) Encuentra b sabiendo que hay una primitiva F de f con $F(0) = 2$ y $F(3) = 20$. Encuentra también la expresión de F .
- (b) Dibuja la curva $f(x)$ cuando $b = -1$ y halla el área delimitada por dicha curva y el eje de abscisas entre los puntos de abscisa $x = 0$ y $x = 2$.
- Sept 01** Dada la función $f(x) = (x+a)e^{(\frac{x}{2}+1)}$, donde a es una constante,
- (a) Encuentra una primitiva de f .
- (b) Calcula a sabiendo que $\int_{-2}^2 f(x) dx = 8$. Justificar que, para ese valor de a , $2xe^{(\frac{x}{2}+1)}$ no es primitiva de f .
- Jun 02** Dada la función $f(x) = 3ax^2 + \frac{2a}{x^3} + 5$ ($x > 0$), donde a es una constante,
- (a) Encuentra el valor de a sabiendo que cierta función F es una primitiva de f y verifica que $F(1) = 6$ y $F(2) = 42$.
- (b) Dibuja la función f para el valor de a obtenido en el apartado anterior y encuentra también en ese caso el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 2$.
- Sept 02** Dada la función $f(x) = x^3 - 27 + axe^{x^2}$, donde a es una constante,
- (a) Encuentra una primitiva de f .
- (b) Si $a = 0$, dibuja la función f para $x \geq 0$ y encuentra el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 4$.
- Jun 03** (a) Dada la función $f(x) = 25 - x^2 + \frac{a}{x^2}$ ($x \neq 0$), donde a es una constante, encuentra una primitiva de f . Posteriormente, encuentra a para que si f' es la derivada de f , entonces $f'(1) = -2$.
- (b) Dibuja la función $f(x) = 25 - x^2$, y halla el área limitada por la curva y el eje de abscisas entre los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = 6$.
- Sept 03** (a) Encuentra la primitiva de la función $f(x) = x - \frac{27}{x^2} + e^{(\frac{x}{2}+1)}$ ($x > 0$) que en el 2 valga $15 \cdot 5$.
- (b) Dibuja la función $f(x) = x - \frac{27}{x^2}$ ($x > 0$) y encuentra el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 5$.

- Jun 04**
- (a) Encuentra la primitiva de la función $f(x) = 27 - x^3 + 3e^{2x-1}$ que en el 1 valga 26'75.
- (b) Dibuja la función $f(x) = 27 - x^3$ y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -3$ y $x = 5$.
- Sept 04**
- (a) Dada la función $f(x) = \frac{a}{x} + 3x^2 - x^3$, encuentra a para que si f' es la derivada de f , entonces $f'(-1) = -10$.
- (b) Dibuja la función $f(x) = 3x^2 - x^3$. Encuentra el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -1$ y $x = 2$.
- Jun 05**
- (a) Encuentra $f'(2)$ donde f' es la derivada de la función f dada por $f(x) = \frac{4}{x^2} + 8x - x^2 - 12$ ($x \neq 0$).
- (b) Dibuja la función $f(x) = 8x - x^2 - 12$ y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -1$ y $x = 2$.
- Sept 05**
- Dada la función $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$ ($x > 0$),
- (a) Encuentra la primitiva de f que en el 2 valga 5.
- (b) Dibuja la función f . Halla el área limitada por la curva y el eje de abscisas entre los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = 4$.
- Jun 06**
- (a) Si f' es la derivada de la función dada por $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 53x + 150$ ($x \neq 0$), calcula $f'(-0'5)$.
- (b) Dibuja la función $f(x) = x^2 - 53x + 150$ y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 4$.
- Sept 06**
- Dada la función $f(x) = x^3 - 81x^2$,
- (a) Si f' representa la derivada de f , encontrar una primitiva F de f verificando que $F(4) = f'(54)$.
- (b) Dibuja la función f . Halla el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -4$ y $x = 4$.
- Jun 07**
- (a) Encuentra $f'(-2)$ donde f' es la derivada de la función f dada por $f(x) = 4x - x^2 + \frac{2}{x^3}$ ($x \neq 0$).
- (b) Dibuja la función $f(x) = 4x - x^2$ y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 3$ y $x = 5$.
- Sept 07**
- Sea la función $f(x) = -x^2 + 7x - 12$. Si f' representa su derivada,
- (a) Encontrar una primitiva F de f verificando que $F(6) = f'(6)$.
- (b) Dibuja la función f . Halla el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 3$ y $x = 4'5$.
- Jun 08**
- (a) Si f' es la derivada de la función dada por $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + \frac{3}{x^4}$ ($x \neq 0$), calcula $f'(-2)$.
- (b) Dibuja la función $f(x) = 2x^3 - 6x^2$. Obtén el área que limitan la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 4$.
- Sept 08**
- Sea la función $f(x) = 3x^2 - 6x$. Si f' representa su derivada,
- (a) Encuentra una primitiva F de f verificando $F(2) = f'(3)$.
- (b) Dibuja la función f . Calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 3$.
- Jun 09**
- Dada la función $f(x) = \frac{a}{x^2} + x^2$ ($x > 0$), donde a es una constante,
- (a) Si se supiera que $f'(2) = 1$, donde f' es la derivada de f , ¿cuánto valdría a ?
- (b) Dibuja la función f si $a = 16$ y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 3$.
- Sept 09**
- Sea la función $f(x) = 5 + \frac{1}{x^2}$ ($x > 0$). Si f' representa su derivada,
- (a) Calcula $f'(2)$.
- (b) Dibuja la función f . Halla el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 2$.

- Jun 10**
Fase general
- Dada la función $f(x) = x^2 - 4x$.
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(3) = 0$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 7$.
- Jun 10**
Fase específica
- Dada la función $f(x) = x^2 - 1$.
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(3) = 10$.
 - Dibuja la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.
- Jul 10**
Fase general
- Dada la función $f(x) = x^2 + 1$.
- Encuentra una primitiva F de f verificando que $F(3) = 10$.
 - Representa la función $f(x)$ y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 3$ y $x = 6$.
- Jul 10**
Fase específica
- Dada la función $f(x) = 2x - x^2$.
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(3) = 100$.
 - Dibuja la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 3$.
- Jun 11**
Fase general
- Dada la función $f(x) = 3x^2 - 6x + 10$,
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(1) = 10$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 3$.
- Jun 11**
Fase específica
- Dada la función $f(x) = x^2 - 6x + 8$,
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(3) = 10$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 3$ y $x = 5$.
- Jul 11**
Fase general
- Dada la función $f(x) = x^2 - 2x$,
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(6) = 40$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 4$.
- Jul 11**
Fase específica
- Dada la función $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$,
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(1) = 3$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 2$.
- Jun 12**
Fase general
- Dada la función $f(x) = x^3 - 12x$,
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(2) = 1$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -2$ y $x = 2$.
- Jun 12**
Fase específica
- Dada la función $f(x) = 5x - x^2 - 4$,
- Encuentra la primitiva F de f verificando que $F(3) = 2$.
 - Representa gráficamente la función f y calcula el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 6$.
- Jul 12**
Fase general
- Dada la función $f(x) = 3 - x$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(0) = 2$.
 - Representar la función f y calcular el área limitada por la curva f y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.
- Jul 12**
Fase específica
- Dada la función $f(x) = 4 - x^2$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(3) = 5$.
 - Representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 3$.

- Jun 13**
Fase general
Dada la función $f(x) = 4x - 2x^2$, se pide:
- Encontrar una primitiva F de f verificando que $F(6) = 0$.
 - Dibujar la gráfica de la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 4$.
- Jun 13**
Fase específica
Dada la función $f(x) = e^{x/3}$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(0) = 4$.
 - Representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 1$.
- Jul 13**
Fase general
Dada la función $f(x) = \frac{2}{x}$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(1) = 2$.
 - Representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = e$ y $x = e^2$.
- Jul 13**
Fase específica
Dada la función $f(x) = 8x - 2x^3$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 9$.
 - Representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 3$.
- Jun 14**
Fase general
Dada la función $f(x) = \frac{9}{(2+x)^2} - 1$, se pide:
- Encontrar una primitiva F de f verificando que $F(1) = 1$.
 - Dibujar la gráfica de la función f en el intervalo $[-1, \infty)$ y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.
- Jun 14**
Fase específica
Dada la función $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x-1}}$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(5) = 1$.
 - Representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 5$.
- Jul 14**
Fase general
Dada la función $f(x) = 2 \cdot x + a \cdot x^3$, se pide:
- Encontrar el valor de a que verifica que $F(1) = 4$ y $F(2) = 22$, donde F denota una primitiva de f .
 - Suponiendo que $a = 4$, representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -1$ y $x = 1$.
- Jul 14**
Fase específica
Dada la función $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 1$.
 - Representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.
- Jun 15**
Fase general
Si x representa el volumen de producción de una fábrica, el coste marginal de la misma viene dado por la función $f(x) = 3 + 8x + 15x^2$. Se pide:
- Encontrar la función del coste total F , si se sabe que dicha función viene dada por la primitiva F de f que verifica que $F(0) = 100$.
 - Estudiar y representar gráficamente la función f en el intervalo $[0, \infty)$. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 1$.
- Jun 15**
Fase específica
La función de costes marginales de una empresa es $f(x) = \frac{10}{(x+1)^2}$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(4) = 0$.
 - Estudiar y representar gráficamente la función f . Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 1$.
- Jul 15**
Fase general
Dada la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$, se pide:
- Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(3) = 2$.
 - Estudiar y representar gráficamente la función f . Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 3$.

Jul 15

Dada la función $f(x) = x^2 - x$, se pide:

Fase

específica

- a) Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(6) = 50$.
- b) Estudiar y representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.