Distribuciones de probabilidad en exámenes BI – NS

May 00 P1 (#12)

The probability distribution of a discrete random variable X is given by

$$P(X = x) = k\left(\frac{2}{3}\right)^x, \text{ for } x = 0, 1, 2, \ldots\ldots$$

Find the value of k.

May 00 P2 (#4)

A machine is set to produce bags of salt, whose weights are distributed normally, with a mean of 110 g and standard deviation of 1.142 g. If the weight of a bag of salt is less than 108 g, the bag is rejected. With these settings, 4% of the bags are rejected.

The settings of the machine are altered and it is found that 7% of the bags are rejected.

(a) (i) If the mean has not changed, find the new standard deviation, **correct to three decimal places**.

The machine is adjusted to operate with this new value of the standard deviation.

(ii) Find the value, **correct to two decimal places**, at which the mean should be set so that only 4% of the bags are rejected.

(b) With the new settings from part (a), it is found that 80% of the bags of salt have a weight which lies between A g and B g, where A and B are symmetric about the mean. Find the values of A and B, giving your answers **correct to two decimal places**.

Nov 00 P2 (#3)

A satellite relies on solar cells for its power and will operate provided that at least one of the cells is working. Cells fail independently of each other, and the probability that an individual cell fails within one year is 0.8.

(a) For a satellite with ten solar cells, find the probability that all ten cells fail within one year.

(b) For a satellite with ten solar cells, find the probability that the satellite is still operating at the end of one year.

(c) For a satellite with n solar cells, write down the probability that the satellite is still operating at the end of one year. Hence, find the smallest number of solar cells required so that the probability of the satellite still operating at the end of one year is at least 0.95.

Mayo 01 P1 (#13)

Z is the standardised normal random variable with mean 0 and variance 1. Find the value of a such that $P(|Z| \le a) = 0.75$.

Mayo 01 P1 (#15)

X is a binomial random variable, where the number of trials is 5 and the probability of success of each trial is p. **Find the values of p if $P(X = 4) = 0.12$.**

Mayo 01 P2 (#5)

In a game, the probability of a player scoring with a shot is $\frac{1}{4}$. Let X be the number of shots the player takes to score, including the scoring shot. (You can assume that each shot is independent of the others.)

(a) Find $P(X = 3)$.

(b) Find the probability that the player will have at least three misses before scoring **twice**.

(c) Prove that the expected value of X is 4.

(You may use the result $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 \ldots\ldots$)

Nov 01 P1 (#1)

A coin is biased so that when it is tossed the probability of obtaining heads is $\frac{2}{3}$. The coin is tossed 1800 times. Let X be the number of heads obtained. Find

(a) the mean of X;

(b) the standard deviation of X.

Mayo 02 P1 (#9)

Cuando Juan arroja una piedra contra un blanco, la probabilidad de que acierte en el blanco es de 0,4. Juan arroja una piedra 6 veces.

(a) Halle la probabilidad de que acierte en el blanco **exactamente** 4 veces.

(b) Halle la probabilidad de que acierte por primera vez en el blanco la tercera vez que arroja una piedra.

Mayo 02 P1 (#11)

Los pesos de cierta especie de pájaro tienen distribución normal, con una media de 0,8 kg y una desviación típica de 0,12 kg. Halle la probabilidad de que el peso de un pájaro de la especie, elegido en forma aleatoria, esté entre 0,74 kg y 0,95 kg.

Mayo 02 P2 (#4)

Dos niños, Juan y Rosa, arrojan cada uno dos dados equilibrados simultáneamente. La puntuación obtenida por cada niño es la suma de los dos números que muestran sus respectivos dados.

(a) (i) Calcule la probabilidad de que Juan obtenga 9 puntos.

(ii) Calcule la probabilidad de que Juan y Rosa obtengan ambos 9 puntos.

(b) (i) Calcule la probabilidad de que Juan y Rosa obtengan el mismo número de puntos.

(ii) Deduzca la probabilidad de que Juan obtenga más puntos que Rosa.

(c) Sea X el mayor número que aparece en los cuatro dados.

(i) Demuestre que $P(X \le x) = \left(\frac{x}{6}\right)^4$, para $x = 1, 2, \ldots. 6$

(ii) Copie y rellene la siguiente tabla de distribución de probabilidad

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{1296}$	$\frac{15}{1296}$				$\frac{671}{1296}$

(iii) Calcule $E(X)$.

Nov 02 P2 (#5)

(a) La probabilidad $P(A)$ de que todos los materiales lleguen puntualmente a una obra en construcción es de 0,85. La probabilidad $P(B)$ de que el edificio se termine a tiempo es de 0,60. La probabilidad de que los materiales lleguen a tiempo y que el edificio se termine a tiempo es de 0,55.

(i) Muestre que los sucesos A y B **no** son independientes.

(ii) Todos los materiales llegan a tiempo. Halle la probabilidad de que el edificio no sea terminado a tiempo.

(b) Un equipo de diez personas estaba trabajando en el edificio, e incluía tres electricistas y dos plomeros. El arquitecto convocó a una reunión con cinco de las personas del equipo, y eligió al azar a las personas que debían asistir. Calcule la probabilidad de que sean llamados a la reunión **exactamente dos** electricistas y **un** plomero.

(c) El número de horas semanales que trabajan los integrantes del equipo tiene distribución normal, con una media de 42 horas. El 10 % del equipo trabaja 48 o más horas por semana. Halle la probabilidad de que **ambos** plomeros hayan trabajado más de 40 horas durante una semana determinada.

Mayo 03 P1 (#6)

Cuando un muchacho juega a un juego de feria, la probabilidad de que gane un premio es de 0,25. Juega al juego 10 veces. Sea X el número total de premios que gana. Suponiendo que los juegos son independientes, halle

(a) $E(X)$;

(b) $P(X \le 2)$.

Mayo 03 P1 (#14)

La variable aleatoria X tiene distribución normal, y además

$$P(X \le 10) = 0{,}670$$
$$P(X \le 12) = 0{,}937.$$

Halle $E(X)$.

Nov 03 P1 (#12)

En un canal de televisión emiten las noticias a la misma hora todos los días. La probabilidad de que Alicia vea las noticias un día determinado es 0,4. Calcule la probabilidad de que en cinco días consecutivos, vea las noticias tres días como máximo.

Nov 03 P2 (#5)

Una variable aleatoria X está normalmente distribuida con media μ y desviación típica σ de modo que $P(X > 50{,}32) = 0{,}119$ y $P(X < 43{,}56) = 0{,}305$.

(a) Calcule μ y σ.

(b) A partir de lo anterior halle $P\left(\left|X - \mu\right| < 5\right)$.

Mayo 04 P1 (TZ1) (#6)

The weights of adult males of a type of dog may be assumed to be normally distributed with mean 25 kg and standard deviation 3 kg. Given that 30 % of the weights lie between 25 kg and x kg, where $x > 25$, find the value of x.

Mayo 04 P1 (TZ1) (#12)

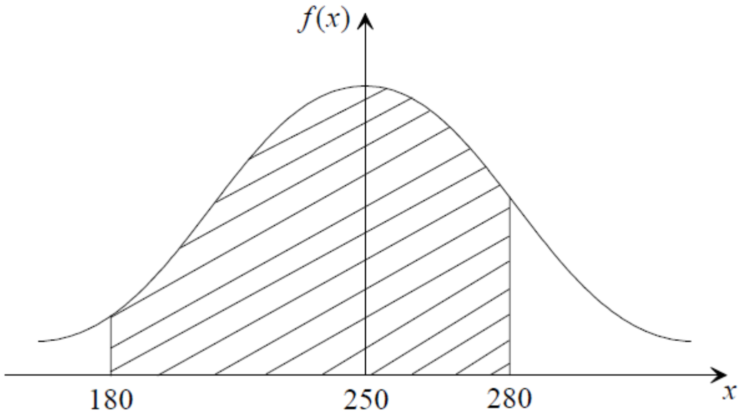
Marian shoots ten arrows at a target. Each arrow has probability 0.4 of hitting the target, independently of all other arrows. Let X denote the number of these arrows hitting the target.

(a) Find the mean and standard deviation of X.

(b) Find $P(X \geq 2)$.

Mayo 04 P1 (TZ2) (#7)

La siguiente figura muestra la función densidad de probabilidad para la variable aleatoria X, que está normalmente distribuida con media 250 y desviación típica 50.



Halle la probabilidad representada por la región sombreada.

Mayo 04 P1 (TZ2) (#13)

La variable aleatoria discreta X tiene la siguiente distribución de probabilidad.

$$P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{k}{x}, & x = 1, 2, 3, 4 \\ 0, & \text{en los demás casos} \end{cases}$$

Calcule

(a) el valor de la constante k;

(b) $E(X)$.

Nov 04 P1 (#6)

Se tira un dado, perfectamente equilibrado, cuyos seis lados presentan los números 1, 1, 2, 3, 4, 5. Halle la media y la varianza de la puntuación.

Nov 04 P2 (#4)

Ian y Karl han sido elegidos para representar a sus países en la categoría olímpica de lanzamiento de disco. Se supone que la distancia conseguida por los atletas en el lanzamiento está normalmente distribuida. La distancia media conseguida por Ian el año pasado fue 60,33 m, con una desviación típica de 1,95 m.

(a) El año pasado, el 80 % de los lanzamientos de Ian superaron los x metros. Halle x, aproximando el resultado a **dos** cifras decimales.

(b) El año pasado, el 80 % de los lanzamientos de Karl superaron los 56,52 m. Si la distancia media de sus lanzamientos fue 59,39 m, halle la desviación típica de sus lanzamientos, aproximando el resultado a **dos** cifras decimales.

(c) Este año, los lanzamientos de Karl tienen una media de 59,50 m y una desviación típica de 3,00 m. Los lanzamientos de Ian siguen teniendo una media de 60,33 m y una desviación típica de 1,95 m. En la competición, un atleta ha de tener al menos un lanzamiento de 65 m o más en la primera vuelta para poder clasificarse para la final. Se permiten tres lanzamientos a cada atleta en la primera vuelta.

(i) Determine cuál de los dos atletas tiene más posibilidades de clasificarse para la final en su primer lanzamiento.

(ii) Halle la probabilidad de que **los dos** atletas se clasifiquen para la final.

Mayo 05 P2 (TZ2) (#4)

Una empresa compra el 44 % de sus existencias de tornillos al fabricante A y el resto al fabricante B. El diámetro de los tornillos producidos por cada fabricante sigue una distribución normal con una desviación típica de 0,16 mm.

El diámetro medio de los tornillos del fabricante A es de 1,56 mm.
El 24,2 % de los tornillos del fabricante B tiene un diámetro menor de 1,52 mm.

(a) Halle el diámetro medio de los tornillos producidos por el fabricante B.

Se elige un tornillo al azar del stock de la empresa.

(b) Compruebe que la probabilidad de que el diámetro sea menor de 1,52 mm es 0,312, aproximando a tres cifras significativas.

(c) El diámetro del tornillo ha resultado ser menor de 1,52 mm. Halle la probabilidad de que el tornillo sea del fabricante B.

(d) El fabricante B produce 8000 tornillos al día. Obtiene un beneficio de \$ 1,50 por cada tornillo vendido, a condición de que su diámetro mida entre 1,52 mm y 1,83 mm.
Los tornillos con diámetro menor de 1,52 mm se desechan con una pérdida de \$ 0,85 por tornillo.
Los tornillos con diámetro mayor de 1,83 mm se venden con un beneficio reducido de \$ 0,50 por tornillo.

Halle el beneficio esperado del fabricante B.

Mayo 05 P1 (TZ1) (#6)

Let X be a normal random variable with mean 25 and variance 4. Find $\mathrm{P}(|X-25|<3)$.

Mayo 05 P1 (TZ1) (#7)

In an examination of 20 multiple-choice questions each question has four possible answers, only one of which is correct. Robert randomly guesses the answer to each question.

(a) Find his expected number of correct answers.

(b) Find the probability that Robert obtains this expected number of correct answers.

Mayo 05 P1 (TZ2) (#3)

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta X.

x	0	1	2	3
$\mathrm{P}(X=x)$	0,2	a	b	0,25

(a) Sabiendo que $\mathrm{E}(X) = 1{,}55$ halle el valor de a y de b.

(b) Calcule $\mathrm{Var}(X)$.

Nov 05 P1 (#12)

La variable aleatoria X está normalmente distribuida con media μ y varianza σ^2. Si $\mathrm{P}(X>6{,}2)=0{,}9474$ y $\mathrm{P}(X<9{,}8)=0{,}6368$, calcule el valor de μ y el valor de σ.

Nov 05 P2 (#3)

En un juego un jugador paga una cuota de entrada de \$ n. Entonces elige un número de entre 1, 2, 3, 4, 5, 6 y lanza tres dados estándar.

Si el número que eligió aparece en los tres dados, gana cuatro veces su cuota de entrada.

Si el número aparece en exactamente dos de los dados, gana tres veces su cuota de entrada.

Si el número aparece en exactamente uno de los dados, gana dos veces su cuota de entrada.

Si el número no aparece en ninguno de los dados, no gana nada.

(a) Copie y complete la tabla de probabilidad que aparece debajo.

Ganancia (\$)	$-n$	n	$2n$	$3n$
Probabilidad		$\frac{75}{216}$		

(b) Compruebe que la ganancia esperada es \$ $\left(-\frac{17n}{216}\right)$.

(c) ¿Cuál debería ser la cuota de entrada para que la pérdida del jugador en cada juego fuera de 34 centavos?

Muestra 06 P1 (#8)

The speeds of cars at a certain point on a straight road are normally distributed with mean μ and standard deviation σ. 15 % of the cars travelled at speeds greater than 90 $\mathrm{km\,h^{-1}}$ and 12 % of them at speeds less than 40 $\mathrm{km\,h^{-1}}$. Find μ and σ.

Muestra 06 P1 (#17) 08 P2 (#7)

The random variable X has a Poisson distribution with mean 4. Calculate

(a) $\mathrm{P}(3 \le X \le 5)$;

(b) $\mathrm{P}(X \ge 3)$;

(c) $\mathrm{P}(3 \le X \le 5 | X \ge 3)$.

Muestra 06 P1 (#15) / 08 P2 (#6)

There are 30 students in a class, of which 18 are girls and 12 are boys. Four students are selected at random to form a committee. Calculate the probability that the committee contains

(a) two girls and two boys;

(b) students all of the same gender.

Mayo 06 P2 (#4B)

Andrew shoots 20 arrows at a target. He has a probability of 0.3 of hitting the target. All shots are independent of each other. Let X denote the number of arrows hitting the target.

(a) Find the mean and standard deviation of X.

(b) Find

(i) $\mathrm{P}(X = 5)$;

(ii) $\mathrm{P}(4 \le X \le 8)$.

Bill also shoots arrows at a target, with probability of 0.3 of hitting the target. All shots are independent of each other.

(c) Calculate the probability that Bill hits the target for the first time on his third shot.

(d) Calculate the minimum number of shots required for the probability of at least one shot hitting the target to exceed 0.99.

Nov 06 P2 (#2A)

Una bolsa contiene un gran número de cintas de colores. Una cuarta parte de las cintas son amarillas, y el resto son azules. Se extraen al azar diez cintas de la bolsa.

(a) Halle el número esperado de cintas amarillas extraídas.

(b) Halle la probabilidad de que exactamente seis de estas cintas sean amarillas.

(c) Halle la probabilidad de que al menos dos de estas cintas sean amarillas.

(d) Halle el número más probable de cintas amarillas extraídas.

(e) ¿Qué suposición ha hecho respecto de la probabilidad de extraer una cinta amarilla?

Mayo 07 P1 TZ2 (#7)

Un examen de biología consta de siete preguntas de opción múltiple. Cada pregunta tiene cinco posibles respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Para aprobar el examen hace falta responder correctamente al menos cuatro preguntas. Juan no sabe las respuestas, por lo tanto, para cada pregunta elige una respuesta al azar.

(a) Halle la probabilidad de que Juan responda exactamente cuatro preguntas en forma correcta.

(b) Halle la probabilidad de que Juan apruebe el examen de biología.

Mayo 07 P1 TZ2 (#16)

La longitud de una especie particular de lagarto sigue una distribución normal, con una longitud media igual a 50 cm y una desviación típica de 4 cm. Se escoge un lagarto al azar.

(a) Halle la probabilidad de que su longitud sea superior a 45 cm.

(b) Sabiendo que su longitud es superior a 45 cm, halle la probabilidad de que su longitud sea superior a 55 cm.

Nov 07 P1 (#9)

Un fabricante de muebles fabrica mesas. Una pata de mesa se considera que es demasiado ancha si su anchura es superior a 10,5 cm, y demasiado estrecha si su anchura es inferior a 9,5 cm. La experiencia demuestra que el 2 % de las patas de mesa que se fabrican son demasiado anchas y que un 4 % de las patas de mesa son demasiado estrechas. Las anchuras de las patas de mesa siguen una distribución normal, de media μ cm y desviación típica igual a σ cm.

Halle el valor de μ y de σ.

Nov 07 P1 (#12)

Dentro de una promoción para intentar que aumenten las ventas de una marca concreta de cereales para el desayuno, se incluye una fotografía de un jugador de fútbol en cada paquete. Hay diez fotografías distintas. Existe idéntica probabilidad de encontrar cada fotografía en cualquier paquete de cereal.

Charlotte compra cuatro paquetes de cereales para el desayuno.

(a) Halle la probabilidad de que las cuatro fotografías de estos paquetes sean todas distintas.

(b) De los diez jugadores cuyas fotografías están en los paquetes, sus preferidos son Alan y Bob. Halle la probabilidad de que encuentre al menos una foto de su jugador preferido en estos cuatro paquetes.

Nov 07 P2 (#3)

En una carretera dada, hay una media de dos accidentes graves por semana, pudiéndose ajustar estos sucesos a una distribución de Poisson.

(a) (i) ¿Cuál es la probabilidad de que durante un periodo dado de cuatro semanas haya al menos ocho accidentes graves?

(ii) Suponga que un año consta de trece periodos de cuatro semanas cada uno. Halle la probabilidad de que, durante un año dado, haya más de nueve de estos periodos (de cuatro semanas) en los que haya habido al menos ocho accidentes graves.

(b) Sabiendo que la probabilidad de que haya al menos un accidente grave a lo largo de un periodo de n semanas es mayor que 0,99, halle el menor valor de n posible, con $n \in \mathbb{Z}^+$.

Muestra 08 P1 (#25)

Flowering plants are randomly distributed around a field according to a Poisson distribution with mean μ. Students find that they are twice as likely to find exactly ten flowering plants as to find exactly nine flowering plants in a square metre of field. Calculate the expected number of flowering plants in a square metre of field.

Muestra 08 P1 (#29)

A discrete random variable X has its probability distribution given by

$$P(X = x) = k(x+1), \text{ where } x \text{ is } 0, 1, 2, 3, 4.$$

(a) Show that $k = \frac{1}{15}$.

(b) Find $E(X)$.

Mayo 08 P1 (TZ2) (#1)

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta X viene dada por

$$P(X = x) = cx(5-x),\ x = 1;\ 2;\ 3;\ 4.$$

(a) Halle el valor de c.

(b) Halle $E(X)$.

Mayo 08 P2 (TZ1) (#4)

A company produces computer microchips, which have a life expectancy that follows a normal distribution with a mean of 90 months and a standard deviation of 3.7 months.

(a) If a microchip is guaranteed for 84 months find the probability that it will fail before the guarantee ends.

(b) The probability that a microchip does not fail before the end of the guarantee is required to be 99 %. For how many months should it be guaranteed?

(c) A rival company produces microchips where the probability that they will fail after 84 months is 0.88. Given that the life expectancy also follows a normal distribution with standard deviation 3.7 months, find the mean.

Mayo 08 P2 (TZ1) (#11)

The lifts in the office buildings of a small city have occasional breakdowns. The breakdowns at any given time are independent of one another and can be modelled using a Poisson Distribution with mean 0.2 per day.

(a) Determine the probability that there will be exactly four breakdowns during the month of June (June has 30 days).

(b) Determine the probability that there are more than 3 breakdowns during the month of June.

(c) Determine the probability that there are no breakdowns during the first five days of June.

(d) Find the probability that the first breakdown in June occurs on June 3^{rd}.

(e) It costs 1850 Euros to service the lifts when they have breakdowns. Find the expected cost of servicing lifts for the month of June.

(f) Determine the probability that there will be no breakdowns in exactly 4 out of the first 5 days in June.

Mayo 08 P2 (TZ2) (#7)

A lo largo de un período de un mes, Ava y Sven juegan un total de n partidos de tenis.

La probabilidad de que Ava gane un partido es igual a 0,4. El resultado de cada partido jugado es independiente de cualquier otro partido jugado.

Sea X el número de partidos que ha ganado Ava a lo largo de un período de un mes.

(a) Halle una expresión para $\mathrm{P}(X=2)$ en función de n.

(b) Si la probabilidad de que Ava gane dos partidos es igual a 0,121 redondeando a tres cifras decimales, halle el valor de n.

Mayo 08 P2 (TZ2) (#11)

Las distancias recorridas por los alumnos para ir a clase al colegio Gauss siguen una distribución normal de media 6 km y con una desviación típica 1,5 km.

(a) (i) Halle la probabilidad de que la distancia recorrida hasta el colegio Gauss por un alumno elegido al azar esté comprendida entre 4,8 km y 7,5 km.

(ii) El 15 % de los alumnos recorre menos de d km para ir al colegio Gauss. Halle el valor de d.

En el colegio Euler, las distancias que recorridas los alumnos para ir a clase siguen una distribución normal de media μ km y con una desviación típica σ km.

(b) Si el 10 % de los alumnos recorre más de 8 km y el 5 % de los alumnos recorre menos de 2 km, halle el valor de μ y el de σ.

El número T de llamadas telefónicas recibidas por minuto en el colegio Euler sigue una distribución de Poisson de media 3,5.

(c) (i) Halle la probabilidad de que al menos tres llamadas telefónicas sean recibidas en el colegio Euler **en cada uno** de dos intervalos seguidos de un minuto.

(ii) Halle la probabilidad de que en el colegio Euler se reciban 15 llamadas telefónicas durante un intervalo de cinco minutos elegido al azar.

Nov 08 P1 (#8)

John le quita la etiqueta a tres latas de sopa de tomate y a dos latas de sopa de pollo para participar en un sorteo, y guarda las latas. En ese momento, se da cuenta de que las latas son idénticas, por lo que no es posible distinguir las latas de sopa de tomate de las de sopa de pollo. Unas semanas más tarde, decide almorzar sopa de pollo. Abre las latas al azar, hasta abrir una lata de sopa de pollo. Sea Y el número de latas que abre.

Halle

(a) los posibles valores de Y,

(b) la probabilidad de cada uno de estos valores de Y,

(c) el valor esperado de Y.

Nov 08 P2 (#7)

(a) Ahmed está escribiendo con el ordenador las preguntas de la Sección A de un examen de matemáticas. El número de errores que comete, X, sigue una distribución de Poisson de media 3,2. Halle la probabilidad de que Ahmed cometa exactamente cuatro errores.

(b) Su colega Levi está escribiendo con el ordenador la Sección B del examen. El número de errores que comete, Y, sigue una distribución de Poisson de media m.

(i) Si $\mathrm{E}(Y^2) = 5,5$, halle el valor de m.

(ii) Halle la probabilidad de que Levi cometa exactamente tres errores.

(c) Sabiendo que X e Y son independientes, halle la probabilidad de que Ahmed cometa exactamente cuatro errores y Levi cometa exactamente tres errores.

Nov 08 P2 (#11)

(a) Se considera que una caja de galletas tiene un peso insuficiente si pesa menos de 228 gramos. Se sabe que los pesos de estas cajas de galletas siguen una distribución normal, con una media de 231 gramos y una desviación típica de 1,5 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja tenga un peso insuficiente?

(b) El fabricante decide que la probabilidad de que una caja tenga un peso insuficiente debería reducirse hasta un valor de 0,002.

(i) Bill sugiere aumentar la media y no modificar la desviación típica. Halle el valor de la nueva media.

(ii) Sarah sugiere reducir la desviación típica y no modificar la media. Halle el valor de la nueva desviación típica.

(c) Después de haberse reducido a 0,002 la probabilidad de que una caja tenga un peso insuficiente, un grupo de clientes compra 100 cajas de galletas. Halle la probabilidad de que al menos dos de las cajas tengan un peso insuficiente.

Mayo 09 P2 (TZ1) (#1)

Bob measured the heights of 63 students. After analysis, he conjectured that the height, H, of the students could be modelled by a normal distribution with mean 166.5 cm and standard deviation 5 cm.

(a) Based on this assumption, estimate the number of these students whose height is at least 170 cm.

Later Bob noticed that the tape he had used to measure the heights was faulty as it started at the 5 cm mark and not at the zero mark.

(b) What are the correct values of the mean and variance of the distribution of the heights of these students?

Mayo 09 P2 (TZ2) (#11)

Un estudio realizado en una planta embotelladora ha demostrado que el volumen de bebida en las botellas de agua mineral que se llenan con la **Máquina A** sigue una distribución normal, de media 998 ml y desviación típica 2,5 ml.

(a) Compruebe que la probabilidad de que una botella escogida al azar entre las botellas llenadas con la Máquina A contenga más de 1000 ml de agua mineral es de 0,212.

(b) Se toma de la Máquina A una muestra aleatoria compuesta por 5 botellas. Halle la probabilidad de que de ellas, exactamente 3 contengan más de 1000 ml de agua mineral cada una.

(c) Halle el número mínimo de botellas que habría que incluir en la muestra, para que la probabilidad de que al menos una de las botellas tomadas de la Máquina A contenga más de 1000 ml de agua mineral sea mayor que 0,99.

(d) Se ha demostrado que, para la **Máquina B**, la probabilidad de que una botella contenga menos de 996 ml de agua mineral es de 0,1151. La probabilidad de que una botella contenga más de 1000 ml es de 0,3446. Halle la media y la desviación típica del volumen de agua mineral que contienen las botellas que se llenan con la Máquina B.

(e) La empresa que embotella el agua mineral recibe, en promedio, m llamadas telefónicas cada 10 minutos. El número de llamadas telefónicas, X, sigue una distribución de Poisson tal que $\mathrm{P}(X=2)=\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$.

(i) Halle el valor de m.

(ii) Halle la probabilidad de que, durante un período de 10 minutos elegido al azar, la empresa reciba más de dos llamadas telefónicas.

Mayo 09 P2 (TZ1) (#4)

Mr Lee is planning to go fishing this weekend. Assuming that the number of fish caught per hour follows a Poisson distribution with mean 0.6, find

(a) the probability that he catches at least one fish in the first hour;

(b) the probability that he catches exactly three fish if he fishes for four hours;

(c) the number of **complete** hours that Mr Lee needs to fish so that the probability of catching more than two fish exceeds 80 %.

Nov 09 P2 (#6)

Tim va a un conocido restaurante donde no se puede reservar mesa. Se ha determinado que los tiempos de espera hasta que se consigue una mesa siguen una distribución normal, de media 18 minutos y desviación típica 4 minutos.

(a) Tim dice que se marchará si 25 minutos después de haber llegado al restaurante todavía no ha conseguido mesa. Halle la probabilidad de que Tim se vaya del restaurante sin haber conseguido mesa.

(b) Tim lleva esperando 15 minutos. Halle la probabilidad de que Tim consiga una mesa durante los próximos cinco minutos.

Nov 09 P2 (#13)

En cada ronda de dos juegos diferentes, Ying lanza al aire tres monedas equilibradas y Mario lanza dos monedas equilibradas.

(a) El primer juego consta de una ronda. Si Ying saca más caras que Mario, ella recibe 5 \$ de Mario. Si Mario saca más caras que Ying, él recibe 10 \$ de Ying. Si sacan el mismo número de caras, entonces Mario recibe 2 \$ de Ying. Determine las ganancias esperadas de Ying.

(b) Ahora juegan al segundo juego, en el que el ganador será aquel jugador que saque el mayor número de caras en una ronda. Si obtienen el mismo número de caras, vuelven a jugar otra ronda hasta que haya un ganador. Calcule la probabilidad de que Ying gane el juego.

Mayo 10 P1 (TZ2) (#4)

Una moneda no equilibrada está trucada, de tal modo que la probabilidad de que salga cara es $\frac{4}{7}$. Se lanza la moneda al aire 6 veces, y X representa el número de veces que sale cara. Halle el valor de la razón $\frac{\mathrm{P}(X=3)}{\mathrm{P}(X=2)}$.

Mayo 10 P2 (TZ1) (#8)

In a factory producing glasses, the weights of glasses are known to have a mean of 160 grams. It is also known that the interquartile range of the weights of glasses is 28 grams. Assuming the weights of glasses to be normally distributed, find the standard deviation of the weights of glasses.

Mayo 10 P2 (TZ1) (#12)

Casualties arrive at an accident unit with a mean rate of one every 10 minutes. Assume that the number of arrivals can be modelled by a Poisson distribution.

(a) Find the probability that there are no arrivals in a given half hour period.

(b) A nurse works for a two hour period. Find the probability that there are fewer than ten casualties during this period.

(c) Six nurses work consecutive two hour periods between 8am and 8pm. Find the probability that no more than three nurses have to attend to less than ten casualties during their working period.

(d) Calculate the time interval during which there is a 95 % chance of there being at least two casualties.

Mayo 10 P2 (TZ2) (#3)

El tiempo de supervivencia de las malas hierbas de un campo, después de haber sido rociadas con un herbicida, sigue una distribución normal cuya media es igual a 15 días.

(a) Si la probabilidad de una supervivencia de más de 21 días es igual a $0{,}2$, halle la desviación típica del tiempo de supervivencia.

Cuando se rocía otro campo, el tiempo de supervivencia de las malas hierbas sigue una distribución normal cuya media es igual a 18 días.

(b) Si la desviación típica del tiempo de supervivencia no cambia, halle la probabilidad de una supervivencia de más de 21 días.

Mayo 10 P2 (TZ2) (#2)

Una variable aleatoria discreta X tiene la distribución de probabilidad dada en la siguiente tabla.

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
$\mathrm{P}(X=x)$	0,15	0,21	p	q	0,13	0,07

(a) Si $\mathrm{E}(X)=2,61$, determine el valor de p y de q.

(b) Calcule $\mathrm{Var}(X)$, con una aproximación de tres cifras significativas.

Mayo 10 P2 (TZ2) (#6)

La variable aleatoria X sigue una distribución de Poisson de media λ.

(a) Halle λ, si $\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)=0,123$.

(b) Con este valor de λ, halle $\mathrm{P}(0<X<9)$.

Nov 10 P2 (#11)

Tim tira simultáneamente dos dados equilibrados e idénticos. Cada dado tiene seis caras. En dos caras está el número 1, en dos caras está el número 2 y en dos caras está el número 3. La puntuación de Tim es la suma de los dos números obtenidos con los dados.

(a) (i) Calcule la probabilidad de que la puntuación que obtiene Tim sea igual a 6.

(ii) Calcule la probabilidad de que la puntuación que obtiene Tim sea por lo menos 3.

Tim juega con su amigo Bill, quien tiene también dos dados, numerados de la misma manera. La puntuación de Bill es la suma de los dos números obtenidos con sus dados.

(b) (i) Calcule la probabilidad de que Tim y Bill obtengan **ambos** una puntuación igual a 6.

(ii) Calcule la probabilidad de que Tim y Bill obtengan la misma puntuación.

(c) Sea X el número más alto de los obtenidos con los cuatro dados.

(i) Compruebe que $\mathrm{P}(X \le 2)=\dfrac{16}{81}$.

(ii) Copie y complete la siguiente tabla de distribución de probabilidad.

x	1	2	3
$\mathrm{P}(X=x)$	$\dfrac{1}{81}$		

(iii) Calcule $\mathrm{E}(X)$ y $\mathrm{E}(X^2)$ y, a partir de lo anterior, halle $\mathrm{Var}(X)$.

(d) Sabiendo que $X=3$, halle la probabilidad de que la suma de los números en los cuatro dados sea igual a 8.

Nov 10
P2 (#3)

La pérdida de peso, en kilogramos, de las personas que siguen el régimen adelgazante *DELGAMÁS* durante un período de tres meses está modelizada por una variable aleatoria X. Los datos experimentales mostraron que el 67 % de las personas que utilizaron *DELGAMÁS* perdieron hasta cinco kilogramos, mientras que el 12,4 % perdieron al menos siete kilogramos. Suponiendo que X sigue una distribución normal, halle la pérdida de peso esperada para una persona que siga durante tres meses la dieta *DELGAMÁS*.

Nov 10
P2 (#7)

La variable aleatoria X sigue una distribución de Poisson de media m. Para esta variable aleatoria se cumple que:

$$P(X=1)+P(X=3)=P(X=0)+P(X=2).$$

(a) Halle el valor de m, con una aproximación de cuatro cifras decimales.

(b) Para este valor de m, calcule $P(1 \leq X \leq 2)$.

Mayo 11
P1 (TZ2)
(#9)

Un lote compuesto por 15 reproductores de DVD contiene 4 que están defectuosos. Los reproductores de DVD se van eligiendo al azar, uno por uno, y se revisan. Aquellos que ya se han revisado no se devuelven al lote.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de los 8 primeros reproductores de DVD revisados, exactamente 3 estén defectuosos?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que el 9.º reproductor de DVD revisado sea el 4.º reproductor defectuoso encontrado?

Mayo 11
P2 (TZ1)
(#12)

A student arrives at a school X minutes after 08:00, where X may be assumed to be normally distributed. On a particular day it is observed that 40 % of the students arrive before 08:30 and 90 % arrive before 08:55.

(a) Find the mean and standard deviation of X.

(b) The school has 1200 students and classes start at 09:00. Estimate the number of students who will be late on that day.

(c) Maelis had not arrived by 08:30. Find the probability that she arrived late.

At 15:00 it is the end of the school day and it is assumed that the departure of the students from school can be modelled by a Poisson distribution. On average 24 students leave the school every minute.

(d) Find the probability that at least 700 students leave school before 15:30.

(e) There are 200 days in a school year. Given that Y denotes the number of days in the year that at least 700 students leave before 15:30, find

(i) $E(Y)$;

(ii) $P(Y > 150)$.

Mayo 11 P2 (TZ2) (#6)

Los pesos de los peces que hay en un lago siguen una distribución normal de media 1,3 kg y desviación típica igual a 0,2 kg.

(a) Determine la probabilidad de que un pez que acabamos de pescar en el lago pese menos de 1,4 kg.

(b) Juan pesca 6 peces. Calcule la probabilidad de que al menos 4 de estos peces pesen más de 1,4 kg.

(c) Determine la probabilidad de que un pez que acabamos de pescar en el lago pese menos de 1 kg, sabiendo que pesa menos de 1,4 kg.

Mayo 11 P2 (TZ2) (#12)

El número de accidentes que se producen en una fábrica dada sigue una distribución de Poisson, con una media igual a 0,5 accidentes al mes.

(a) Halle la probabilidad de que, en un mes dado, no se produzca ningún accidente.

(b) Halle la probabilidad de que no se produzca ningún accidente a lo largo de un periodo dado de 6 meses.

(c) Halle la duración del periodo (en meses completos), para el cual la probabilidad de que ocurra al menos 1 accidente es mayor que 0,99.

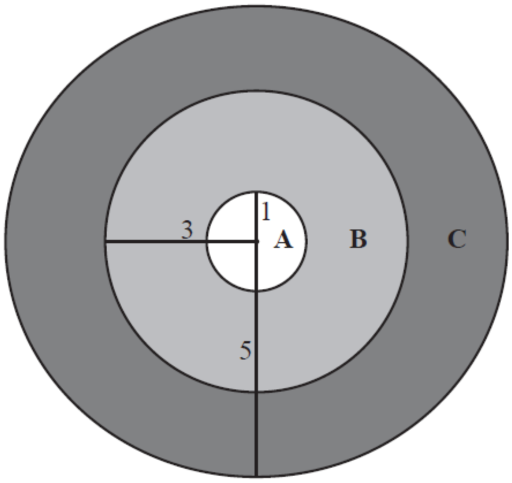
(d) Para fomentar la seguridad, la fábrica ingresa en un fondo para los trabajadores una prima de 1000$ si no se producen accidentes en un mes dado, una prima de 500$ si se producen 1 o 2 accidentes, y no ingresa ninguna prima si en el mes se producen más de 2 accidentes.

(i) Calcule la cantidad esperada que gastará la empresa cada mes en primas.

(ii) Halle la probabilidad de que, a lo largo de un periodo dado de 3 meses, la empresa gaste exactamente 2000$ en primas.

Nov 11 P1 (#5)

Una diana consta de tres círculos concéntricos de radios 1 m, 3 m y 5 m, respectivamente, tal y como se muestra en la figura.



la figura no está dibujada a escala

Nina lanza una flecha a la diana. La probabilidad de que la flecha se clave dentro de la diana es igual a $\frac{1}{2}$. Si la flecha se clava dentro de la diana, lo hace en un punto aleatorio de la misma. Cuando un jugador lanza, se le da diez puntos si clava la flecha en la región A, seis puntos si la clava en la región B, y tres puntos si la clava en la región C. Halle el número esperado de puntos que consigue Nina cada vez que lanza una flecha a la diana.

Nov 11 P2 (#3)

El número de vehículos que pasan por un cruce de carreteras dado puede modelizarse mediante la distribución de Poisson. Los vehículos pasan por el cruce a una razón promedio de 300 por hora.

(a) Halle la probabilidad de que durante un minuto dado no pase ningún vehículo.

(b) Halle el número esperado de vehículos que pasan durante un período dado de dos minutos.

(c) Halle la probabilidad de que durante un período dado de dos minutos el número de vehículos que realmente pasen sea mayor que este valor esperado.

Nov 11 P2 (#5)

La probabilidad de que el tren de las 08:00 llegue con retraso un día laborable (de lunes a viernes) es igual a $\frac{1}{10}$. Suponiendo que los retrasos suceden de manera independiente unos de otros,

(a) halle la probabilidad de que, a lo largo de un período de cinco días laborables, el tren de las 08:00 llegue con retraso exactamente dos veces;

(b) halle el número mínimo de días laborables para el cual la probabilidad de que el tren de las 08:00 llegue con retraso al menos en una ocasión es superior al 90 %.

Nov 11 P2 (#11)

Jan y Sia han sido seleccionadas para representar a su país en una competición internacional de lanzamiento de disco. Suponga que la distancia a la que lanza el disco cada atleta sigue una distribución normal. La distancia media lograda por Jan en sus lanzamientos el año pasado fue de 60,33 metros, siendo la desviación típica igual a 1,95 metros.

(a) Durante el pasado año, el 80 % de los lanzamientos de Jan estuvieron por encima de x metros. Halle el valor de x, con una aproximación de dos cifras decimales.

(b) Durante el pasado año, el 80 % de los lanzamientos de Sia estuvieron por encima de 56,52 metros. Sabiendo que la distancia media de sus lanzamientos fue 59,39 metros, halle la desviación típica de sus lanzamientos.

(c) Este año, los lanzamientos de Sia tienen una media de 59,50 metros y una desviación típica de 3,00 metros. La media y la desviación típica de los lanzamientos de Jan no han variado. En la competición, cada atleta tiene que lograr al menos un lanzamiento de 65 metros o más durante la primera ronda, para poder clasificarse para la ronda final. En la primera ronda se le permiten tres lanzamientos a cada atleta.

   (i) Determine quién de las dos, Jan o Sia, tiene mayor probabilidad de clasificarse para la final, con el primer lanzamiento.

   (ii) Halle la probabilidad de que ambas atletas se clasifiquen para la final.

Mayo 12 TZ1 P2#3

A team of 6 players is to be selected from 10 volleyball players, of whom 8 are boys and 2 are girls.

(a) In how many ways can the team be selected?

(b) In how many of these selections is exactly one girl in the team?

(c) If the selection of the team is made at random, find the probability that exactly one girl is in the team.

Mayo 12 TZ1 P2#7

A fisherman notices that in any hour of fishing, he is equally likely to catch exactly two fish, as he is to catch less than two fish. Assuming the number of fish caught can be modelled by a Poisson distribution, calculate the expected value of the number of fish caught when he spends four hours fishing.

Mayo 12 TZ2 P2#2

La variable aleatoria X tiene una distribución $\mathrm{B}(30,\ p)$. Sabiendo que $\mathrm{E}(X) = 10$, halle:

(a) el valor de p;

(b) $\mathrm{P}(X = 10)$;

(c) $\mathrm{P}(X \geq 15)$.

Mayo 12 TZ2 P2#5

La variable aleatoria X tiene una distribución $\mathrm{Po}(m)$.
Sabiendo que $\mathrm{P}(X = 5) = \mathrm{P}(X = 3) + \mathrm{P}(X = 4)$, halle:

(a) el valor de m;

(b) $\mathrm{P}(X > 2)$.

Mayo 12 TZ2 P2#10

En un puesto del mercado se venden manzanas, peras y ciruelas.

(a) Los pesos de las manzanas siguen una distribución normal de media 200 gramos y con una desviación típica de 25 gramos.

(i) Sabiendo que en el puesto hay 450 manzanas, ¿cuál es el número esperado de manzanas con un peso superior a 225 gramos?

(ii) Sabiendo que el 70 % de las manzanas pesa menos de m gramos, halle el valor de m.

(b) Los pesos de las peras siguen una distribución normal de media $\propto$ gramos y con una desviación típica de σ gramos. Sabiendo que el 8 % de estas peras tiene un peso superior a 270 gramos y que el 15 % tiene un peso inferior a 250 gramos, halle $\propto$ y σ.

(c) Los pesos de las ciruelas siguen una distribución normal de media 80 gramos y con una desviación típica de 4 gramos. Se cogen 5 ciruelas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellas pesen más de 82 gramos?

Mayo 12 TZ1 P2#12

A ski resort finds that the mean number of accidents on any given weekday (Monday to Friday) is 2.2. The number of accidents can be modelled by a Poisson distribution.

(a) Find the probability that in a certain week (Monday to Friday only)

(i) there are fewer than 12 accidents;

(ii) there are more than 8 accidents, given that there are fewer than 12 accidents.

Due to the increased usage, it is found that the probability of more than 3 accidents in a day at the weekend (Saturday and Sunday) is 0.24.

(b) Assuming a Poisson model,

(i) calculate the mean number of accidents per day at the weekend (Saturday and Sunday);

(ii) calculate the probability that, in the four weekends in February, there will be more than 5 accidents during at least two of the weekends.

It is found that 20 % of skiers having accidents are at least 25 years of age and 40 % are under 18 years of age.

(c) Assuming that the ages of skiers having accidents are normally distributed, find the mean age of skiers having accidents.

Nov 12 P2 (#11)

The number of visitors that arrive at a museum every minute can be modelled by a Poisson distribution with mean 2.2.

(a) If the museum is open 6 hours daily, find the expected number of visitors in 1 day.

(b) Find the probability that the number of visitors arriving during an hour exceeds 100.

(c) Find the probability that the number of visitors in each of the 6 hours the museum is open exceeds 100.

The ages of the visitors to the museum can be modelled by a normal distribution with mean μ and variance σ^2. The records show that 29 % of the visitors are under 35 years of age and 23 % are at least 55 years of age.

(d) Find the values of μ and σ.

(e) One day, 100 visitors under 35 years of age come to the museum. Estimate the number of visitors under 50 years of age that were at the museum on that day.

Mayo 13 P2 (TZ2) (#3)

Se cree que los tiempos de vida de los gatos de raza Manx siguen una distribución normal, de media 13,5 años y varianza 9,5 años^2.

(a) Para estos gatos Manx, calcule el rango de tiempos de vida situados a menos de una desviación típica de la media.

(b) En una población de 10 000 gatos Manx, estime cuántos tendrán un tiempo de vida inferior a 10 años. Dé la respuesta aproximada al número entero más cercano.

Mayo 13 P2 (TZ2) (#9)

Una pequeña empresa de alquiler de coches tiene dos coches. Cada coche se puede alquilar cada vez por un día completo. El precio del alquiler es de 60 USD por coche y por día. El número de solicitudes que se reciben para alquilar un coche por un día completo puede ser modelizado mediante una distribución de Poisson de media igual a 1,2.

(a) Halle la probabilidad de que en un fin de semana dado se reciban tres solicitudes el sábado y ninguna el domingo.

Durante un fin de semana de dos días, se han recibido un total de tres solicitudes.

(b) Halle el valor esperado de los ingresos totales por alquiler para ese fin de semana.

Mayo 13 P2 (TZ2) (#11c)

Sea la variable aleatoria $X \sim B(n,\, p)$, de media igual a 4 y varianza igual a 3.

(i) Determine n y p.

(ii) Halle la probabilidad de que en un único experimento el resultado sea 1 o 3.

Mayo 13 P1 (TZ1) (#13)

On Saturday, Alfred and Beatrice play 6 different games against each other. In each game, one of the two wins. The probability that Alfred wins any one of these games is $\frac{2}{3}$.

(a) Show that the probability that Alfred wins exactly 4 of the games is $\frac{80}{243}$.

(b) (i) Explain why the total number of possible outcomes for the results of the 6 games is 64.

(ii) By expanding $(1+x)^6$ and choosing a suitable value for x, prove

$$64=\binom{6}{0}+\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}.$$

(iii) State the meaning of this equality in the context of the 6 games played.

(c) The following day Alfred and Beatrice play the 6 games again. Assume that the probability that Alfred wins any one of these games is still $\frac{2}{3}$.

(i) Find an expression for the probability Alfred wins 4 games on the first day and 2 on the second day. Give your answer in the form $\binom{6}{r}^2\left(\frac{2}{3}\right)^s\left(\frac{1}{3}\right)^t$ where the values of r, s and t are to be found.

(ii) Using your answer to (c)(i) and 6 similar expressions write down the probability that Alfred wins a total of 6 games over the two days as the sum of 7 probabilities.

(iii) Hence prove that $\binom{12}{6}=\binom{6}{0}^2+\binom{6}{1}^2+\binom{6}{2}^2+\binom{6}{3}^2+\binom{6}{4}^2+\binom{6}{5}^2+\binom{6}{6}^2$.

(d) Alfred and Beatrice play n games. Let A denote the number of games Alfred wins. The expected value of A can be written as $\mathrm{E}(A)=\sum_{r=0}^{n} r\binom{n}{r}\frac{a^r}{b^n}$.

(i) Find the values of a and b.

(ii) By differentiating the expansion of $(1+x)^n$, prove that the expected number of games Alfred wins is $\frac{2n}{3}$.

Nov 13 P1 (#2)

La variable aleatoria discreta X tiene la siguiente distribución de probabilidad:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	a

(a) Halle el valor de a.

(b) Halle $E(X)$.

(c) Halle $Var(X)$.

Nov 13 P2 (#4)

A lo largo de un año dado, la duración de los vuelos directos que iban de Londres a Singapur siguió una distribución normal, de media μ y desviación típica σ.

El 92% de los vuelos duraron menos de 13 horas, mientras que solo el 12% de los vuelos duraron menos de 12 horas y 35 minutos.

Halle μ y σ, aproximando al número de minutos más próximo.

Nov 13 P2 (#11)

(a) El número de gatos que visitan el jardín de Helena cada semana sigue una distribución de Poisson de media $\lambda = 0{,}6$.

Halle la probabilidad de que

(i) en una semana dada, ningún gato visite el jardín de Helena;

(ii) en una semana dada, al menos tres gatos visiten el jardín de Helena;

(iii) a lo largo de un periodo de cuatro semanas, no más de cinco gatos en total visiten el jardín de Helena;

(iv) a lo largo de un periodo de doce semanas, haya exactamente cuatro semanas en las cuales al menos un gato visite el jardín de Helena.

Muestra 14 P2 (#12)

The weights, in kg, of male birds of a certain species are modelled by a normal distribution with mean μ and standard deviation σ.

(a) Given that 70 % of the birds weigh more than 2.1 kg and 25 % of the birds weigh more than 2.5 kg, calculate the value of μ and the value of σ.

(b) A random sample of ten of these birds is obtained. Let X denote the number of birds in the sample weighing more than 2.5 kg.

(i) Calculate $E(X)$.

(ii) Calculate the probability that exactly five of these birds weigh more than 2.5 kg.

(iii) Determine the most likely value of X.

Muestra 14 P2 (#12)

(c) The number of eggs, Y, laid by female birds of this species during the nesting season is modelled by a Poisson distribution with mean λ. You are given that $P(Y \geq 2) = 0.80085$, correct to 5 decimal places.

(i) Determine the value of λ.

(ii) Calculate the probability that two randomly chosen birds lay a total of two eggs between them.

(iii) Given that the two birds lay a total of two eggs between them, calculate the probability that they each lay one egg.

Mayo 14 P1 (TZ2) (#11b)

En un paquete de siete transistores, hay tres que son defectuosos. Se eligen al azar tres transistores del paquete, sin reposición. La variable aleatoria discreta X representa el número de transistores defectuosos que se han elegido.

(i) Halle $P(X = 2)$.

(ii) **Copie** y complete la siguiente tabla.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$				

(iii) Determine $E(X)$.

Mayo 14 P2 (TZ1) (#2)

A student sits a national test and is told that the marks follow a normal distribution with mean 100. The student receives a mark of 124 and is told that he is at the 68^{th} percentile. Calculate the variance of the distribution.

Mayo 14 P2 (TZ1) (#9)

The number of birds seen on a power line on any day can be modelled by a Poisson distribution with mean 5.84.

(a) Find the probability that during a certain seven-day week, more than 40 birds have been seen on the power line.

(b) On Monday there were more than 10 birds seen on the power line. Show that the probability of there being more than 40 birds seen on the power line from that Monday to the following Sunday, inclusive, can be expressed as:

$$\frac{P(X > 40) + \sum_{r=11}^{40} P(X = r)P(Y > 40 - r)}{P(X > 10)} \text{ where } X \sim Po(5.84) \text{ and } Y \sim Po(35.04).$$

Mayo 14 P2 (TZ2) (#8)

La variable aleatoria X sigue una distribución de Poisson de media μ.

Sabiendo que $P(X = 2) + P(X = 3) = P(X = 5)$,

(a) halle el valor de μ;

(b) halle la probabilidad de que X esté a menos de una desviación típica de la media.

Mayo 14 P2 (TZ2) (#2)

Los pesos, en kg, de los oseznos de un año siguen una distribución normal, de media μ y desviación típica σ.

(a) Sabiendo que el peso correspondiente al tercer cuartil es 21,3 kg y que el peso correspondiente al primer cuartil es 17,1 kg, calcule el valor de μ y el valor de σ.

Se toma una muestra aleatoria compuesta por 100 oseznos.

(b) Halle el número esperado de oseznos que pesan más de 22 kg.

Nov 14 P2 (#11)

El número de quejas que recibe cada día el servicio de atención al cliente de una tienda por departamentos sigue una distribución de Poisson de media 0,6.

(a) En un día elegido al azar, halle la probabilidad de que

(i) no haya ninguna queja;

(ii) haya al menos tres quejas.

(b) En una semana de cinco días elegida al azar, halle la probabilidad de que no se reciba ninguna queja.

(c) En un día elegido al azar, halle el número más probable de quejas que se reciben. Justifique su respuesta.

Esta tienda por departamentos introduce una nueva normativa para mejorar el servicio de atención al cliente. El número de quejas que recibe cada día el servicio de atención al cliente ahora sigue una distribución de Poisson de media λ.

En un día elegido al azar, la probabilidad de que no se reciba ninguna queja es ahora igual a 0,8.

(d) Halle el valor de λ.

Nov 14 P2 (#2)

Las envergaduras de las aves de una determinada especie se pueden modelizar por una distribución normal, de media 60,2 cm y desviación típica 2,4 cm.

Según este modelo, el 99 % de las aves tienen una envergadura mayor que x cm.

(a) Halle el valor de x.

En un experimento de campo, un equipo de investigación estudia una amplia muestra de estas aves. Miden la envergadura de cada ave, aproximada al múltiplo de 0,1 cm más próximo.

(b) Halle la probabilidad de que un ave elegida al azar tenga una envergadura medida de 60,2 cm.

Mayo 15 P2 (TZ1) (#2)

The finishing times in a marathon race follow a normal distribution with mean 210 minutes and standard deviation 22 minutes.

(a) Find the probability that a runner finishes the race in under three hours.

The fastest 90% of the finishers receive a certificate.

(b) Find the time, below which a competitor has to complete the race, in order to gain a certificate.

Mayo 15 P2 (TZ1) (#3)

A mosaic is going to be created by randomly selecting 1000 small tiles, each of which is either black or white. The probability that a tile is white is 0.1. Let the random variable W be the number of white tiles.

(a) State the distribution of W, including the values of any parameters.

(b) Write down the mean of W.

(c) Find $\mathrm{P}(W > 89)$.

Mayo 15 P2 (TZ1) (#7)

The random variable X follows a Poisson distribution with mean $m \neq 0$.

(a) Given that $2\mathrm{P}(X = 4) = \mathrm{P}(X = 5)$, show that $m = 10$.

(b) Given that $X \leq 11$, find the probability that $X = 6$.

Mayo 15 P2 (TZ2) (#4)

A Emma le regalan un teléfono móvil nuevo para su cumpleaños y en él recibe mensajes de texto de sus amigos. Se supone que el número de mensajes de texto que Emma recibe al día sigue una distribución de Poisson de media $m = 5$.

(a) (i) Halle la probabilidad de que en un día dado Emma reciba más de 7 mensajes de texto.

(ii) Determine el número esperado de días a la semana en los que Emma recibe más de 7 mensajes de texto.

(b) Halle la probabilidad de que Emma reciba menos de 30 mensajes de texto a lo largo de una semana dada.

Mayo 15 P2 (TZ2) (#10)

La agricultora Suzie cultiva nabos. Los pesos de los nabos que cosecha siguen una distribución normal de media $122\,\mathrm{g}$ y desviación típica igual a $14{,}7\,\mathrm{g}$.

(a) (i) Calcule el porcentaje de los nabos de Suzie que pesan entre $110\,\mathrm{g}$ y $130\,\mathrm{g}$.

(ii) Suzie tiene listos 100 nabos para llevarlos al mercado. Halle el número esperado de nabos que pesan más de $130\,\mathrm{g}$.

(iii) Halle la probabilidad de que al menos 30 de estos 100 nabos pesen más de $130\,\mathrm{g}$.

El agricultor Ray también cultiva nabos. Los pesos de los nabos que cultiva siguen una distribución normal de media $144\,\mathrm{g}$. Ray solamente lleva al mercado aquellos nabos que pesan más de $130\,\mathrm{g}$. Durante un determinado periodo, Ray observa que tiene que rechazar 1 de cada 15 nabos por pesar menos de lo debido.

(b) (i) Halle la desviación típica de los pesos de los nabos de Ray.

(ii) Ray tiene listos 200 nabos para llevarlos al mercado. Halle el número esperado de nabos que pesan más de $150\,\mathrm{g}$.

Nov 15 P2 (#11)

A survey is conducted in a large office building. It is found that 30% of the office workers weigh less than 62 kg and that 25% of the office workers weigh more than 98 kg.
The weights of the office workers may be modelled by a normal distribution with mean μ and standard deviation σ.

(a) (i) Determine two simultaneous linear equations satisfied by μ and σ.

(ii) Find the values of μ and σ.

(b) Find the probability that an office worker weighs more than 100 kg.

There are elevators in the office building that take the office workers to their offices.
Given that there are 10 workers in a particular elevator,

(c) find the probability that at least four of the workers weigh more than 100 kg.

Given that there are 10 workers in an elevator and at least one weighs more than 100 kg,

(d) find the probability that there are fewer than four workers exceeding 100 kg.

The arrival of the elevators at the ground floor between $08{:}00$ and $09{:}00$ can be modelled by a Poisson distribution. Elevators arrive on average every 36 seconds.

(e) Find the probability that in any half hour period between $08{:}00$ and $09{:}00$ more than 60 elevators arrive at the ground floor.

An elevator can take a maximum of 10 workers. Given that 400 workers arrive in a half hour period independently of each other,

(f) find the probability that there are sufficient elevators to take them to their offices.

Mayo 16 P1 (TZ2) (#5)

Una moneda no equilibrada se lanza al aire cinco veces. En cada lanzamiento, la probabilidad de que salga cara es igual a p.

Sea X el número de veces que sale cara.

(a) Halle, en función de p, una expresión para $\mathrm{P}(X=4)$.

(b) (i) Determine el valor de p para el cual $\mathrm{P}(X=4)$ alcanza un valor máximo.

(ii) Para este valor de p, determine el número esperado de veces que sale cara.

Mayo 16 P2 (TZ1) (#6)

The heights of students in a single year group in a large school can be modelled by a normal distribution.

It is given that 40% of the students are shorter than $1.62\,\mathrm{m}$ and 25% are taller than $1.79\,\mathrm{m}$.

Find the mean and standard deviation of the heights of the students.

Mayo 16 P2 (TZ1) (#10)

Students sign up at a desk for an activity during the course of an afternoon. The arrival of each student is independent of the arrival of any other student and the number of students arriving per hour can be modelled as a Poisson distribution with a mean of λ.

The desk is open for 4 hours. If exactly 5 people arrive to sign up for the activity during that time find the probability that exactly 3 of them arrived during the first hour.

Mayo 16 P2 (TZ1) (#13)

Six balls numbered $1, 2, 2, 3, 3, 3$ are placed in a bag. Balls are taken one at a time from the bag at random and the number noted. Throughout the question a ball is always replaced before the next ball is taken.

(a) A single ball is taken from the bag. Let X denote the value shown on the ball. Find $\mathrm{E}(X)$.

(b) Three balls are taken from the bag. Find the probability that

(i) the total of the three numbers is 5;

(ii) the median of the three numbers is 1.

(c) Ten balls are taken from the bag. Find the probability that less than four of the balls are numbered 2.

(d) Find the least number of balls that must be taken from the bag for the probability of taking out at least one ball numbered 2 to be greater than 0.95.

(e) Another bag also contains balls numbered 1, 2 or 3.
Eight balls are to be taken from this bag at random. It is calculated that the expected number of balls numbered 1 is 4.8, and the variance of the number of balls numbered 2 is 1.5.

Find the least possible number of balls numbered 3 in this bag.

Mayo 16 P2 (TZ2) (#2)

Una variable aleatoria X sigue una distribución normal de media 3 y varianza igual a 2^2.

(a) Halle $\mathrm{P}(0 \le X \le 2)$.

(b) Halle $\mathrm{P}(|X| > 1)$.

(c) Sabiendo que $\mathrm{P}(X > c) = 0{,}44$, halle el valor de c.

Mayo 16 P2 (TZ2) (#6)

Una empresa fabrica láminas de vidrio rectangulares de 5 metros cuadrados de área. Durante el proceso de fabricación de estas láminas de vidrio aparecen defectos, que se producen a razón de $0{,}5$ por cada 5 metros cuadrados. Se supone que el número de defectos por lámina de vidrio sigue una distribución de Poisson.

(a) Halle la probabilidad de que una lámina de vidrio elegida al azar contenga al menos un defecto.

Las láminas de vidrio que no tienen ningún defecto generan un beneficio de $\$5$. Las láminas de vidrio que tienen al menos un defecto ocasionan una pérdida de $\$3$.

(b) Halle el beneficio esperado, P dólares, que se obtiene por cada lámina de vidrio.

Esta empresa también fabrica láminas de vidrio más grandes, de 20 metros cuadrados de área. La razón a la que se producen defectos sigue siendo de $0{,}5$ por cada 5 metros cuadrados.
Se elige al azar una de estas láminas de vidrio grandes.

(c) Halle la probabilidad de que no contenga ningún defecto.

Nov 16 P1 (#2)

Las caras de un dado de seis caras equilibrado están numeradas $1, 2, 2, 4, 4, 6$. Sea X la variable aleatoria discreta que modeliza la puntuación que se obtiene cuando se tira el dado.

(a) Complete la siguiente tabla de la distribución de probabilidad de X.

x				
$\mathrm{P}(X=x)$				

(b) Halle el valor esperado de X.

Nov 16 P2 (#1)

Una variable aleatoria X tiene la distribución de probabilidad que se muestra en la siguiente tabla.

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
$\mathrm{P}(X=x)$	0,12	0,18	0,20	0,28	0,14	0,08

(a) Determine el valor de $\mathrm{E}(X^2)$.

(b) Halle el valor de $\mathrm{Var}(X)$.

Nov 16 P2 (#3)

Una variable aleatoria discreta X sigue una distribución de Poisson $\mathrm{Po}(\mu)$.

(a) Muestre que $\mathrm{P}(X=x+1)=\dfrac{\mu}{x+1}\times\mathrm{P}(X=x),\, x\in\mathbb{N}$.

(b) Sabiendo que $\mathrm{P}(X=2)=0{,}241667$ y que $\mathrm{P}(X=3)=0{,}112777$, utilice el apartado (a) para hallar el valor de μ.

Nov 16 P2 (#8)

Una variable aleatoria X sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ, tal que $\mathrm{P}(X<30{,}31)=0{,}1180$ y $\mathrm{P}(X>42{,}52)=0{,}3060$.

(a) Halle μ y σ.

(b) Halle $\mathrm{P}(|X-\mu|<1{,}2\sigma)$.