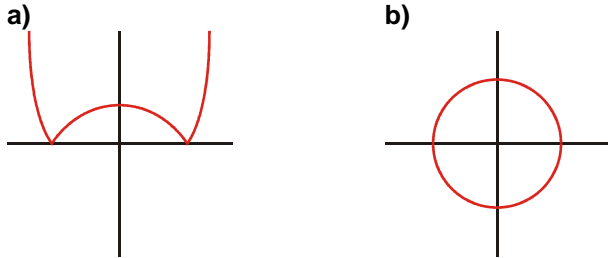


TEMA 10 – FUNCIONES ELEMENTALES

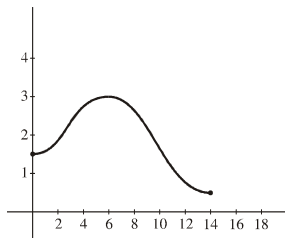
FUNCIÓN

EJERCICIO 1 : Indica cuáles de las siguientes representaciones corresponden a la gráfica de una función. Razona tu respuesta:



Solución: En una función, a cada valor de x le corresponde, a lo sumo, un valor de y . Por tanto, a) es función, pero b) no lo es.

EJERCICIO 2 : La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:

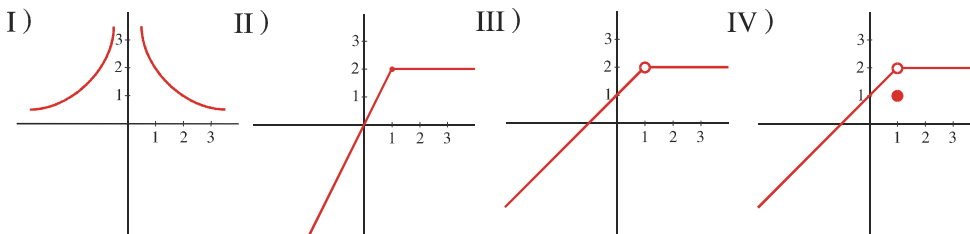


- a) ¿Cuál es su dominio de definición?
- b) Indica los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.
- c) ¿En qué punto tiene la función su máximo?

Solución:

- a) $[0, 14]$
- b) Es creciente en $[0, 6]$ y decreciente en $[6, 14]$.
- c) El máximo está en el punto $(6, 3)$.

EJERCICIO 3 : Dadas las funciones:

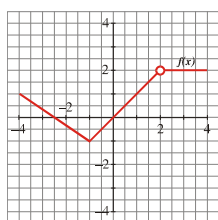


- a) Di si son continuas o no.
- b) Halla la imagen de $x = 1$ para cada una de las cuatro funciones.

Solución:

- a) Solo es continua la II).
- b) I) $x = 1 \rightarrow y = 2$ II) $x = 1 \rightarrow y = 2$ III) $x = 1 \rightarrow y$ no está definida. IV) $x = 1 \rightarrow y = 1$

EJERCICIO 4 : Dada la gráfica:



- a) Di si $f(x)$ es continua o no. Razona tu respuesta.
- b) Halla $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$ y $f(3)$.

Solución:

- a) No es continua, puesto que en $x = 2$ no está definida.
- b) $f(-1) = -1$; $f(0) = 0$; $f(2)$ no existe; $f(3) = 2$

EJERCICIO 5 : Halla $f(-1)$, $f(0)$ y $f(2)$, siendo: $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x + 1 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Solución:

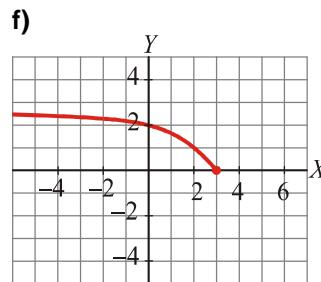
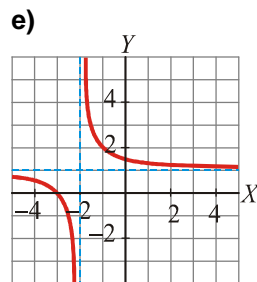
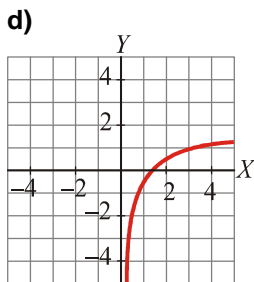
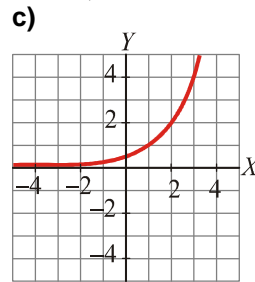
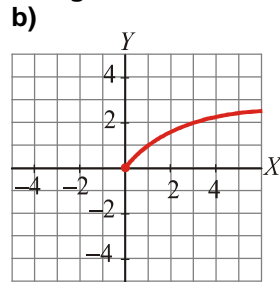
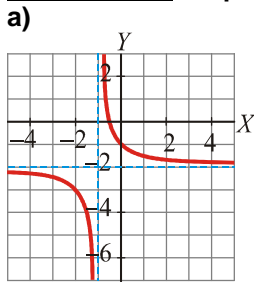
$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 1 = 3 \cdot 1 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$f(0) = 0 + 1 = 1$$

$$f(2) = 2 + 1 = 3$$

DOMINIO

EJERCICIO 6 : A partir de la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio y su recorrido:



Solución:

a) Dominio = $\mathbf{R} - \{-1\}$
Recorrido = $\mathbf{R} - \{-2\}$

b) Dominio = $[0, +\infty)$
Recorrido = $[0, \infty)$

c) Dominio = $\mathbf{R} - \{0\}$
Recorrido = $(0, \infty)$

d) Dominio = $(0, \infty)$
Recorrido = \mathbf{R}

e) Dominio = $\mathbf{R} - \{-2\}$
Recorrido = $\mathbf{R} - \{1\}$

f) Dominio = $(-\infty, 3]$
Recorrido = $[0, \infty)$

EJERCICIO 7 : Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 16}$

b) $y = \sqrt{1 + 2x}$

c) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$

d) $y = \sqrt{2x}$

e) $y = \frac{1}{x^2 + 4}$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

g) $y = \frac{1}{x^2 - 2x}$

h) $y = \sqrt{6 + 3x}$

i) $y = \frac{3}{(x-5)^2}$

j) $y = \sqrt{2x-4}$

k) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

l) $y = \sqrt{x-2}$

m) $y = \frac{2+x}{x^2}$

n) $y = \sqrt{3x-1}$

ñ) $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

o) $y = \frac{1}{3x-x^2}$

p) $y = \sqrt{x^2-1}$

q) $y = \frac{2x}{(x-3)^2}$

Solución:

a) $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-4, 4\}$

b) $1 + 2x \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq \frac{-1}{2} \rightarrow \text{Dominio} = \left[\frac{-1}{2}, +\infty\right)$

c) $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-2, 2\}$

d) $2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = [0, +\infty)$

e) $x^2 + 4 \neq 0$ para todo $x \in \mathbf{R} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R}$

f) $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \rightarrow \text{Dominio} = (2, +\infty)$

g) $x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{0, 2\}$

h) $6 + 3x \geq 0 \Rightarrow 3x \geq -6 \Rightarrow x \geq -2 \rightarrow \text{Dominio} = [-2, +\infty)$

i) $(x - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{5\}$

j) $2x - 4 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Dominio} [2, +\infty)$

k) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{-3, 3\}$

l) $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Dominio} = [2, +\infty)$

m) $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{0\}$

n) $3x - 1 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \rightarrow \text{Dominio} = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

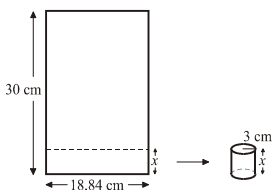
ñ) $x > 0 \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty)$

o) $3x - x^2 = 0 \Rightarrow x(3 - x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{0, 3\}$

p) $x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

q) $(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbf{R} - \{3\}$

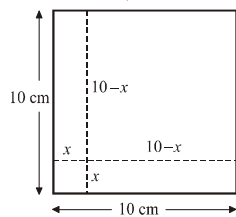
EJERCICIO 8 : Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura x :



El volumen del cilindro será: $V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28,26 x$
 ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución: x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio = $(0, 30)$.

EJERCICIO 9 : De un cuadrado de lado 10 cm se recorta una tira de x cm en la base y otra de la misma longitud en la altura, obteniéndose un nuevo cuadrado de lado $(10 - x)$:

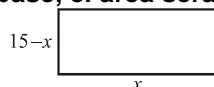


El área de este nuevo cuadrado será: $A = (10 - x)^2$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución: x puede tener valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio = $(0, 10)$.

EJERCICIO 10 : Vamos a considerar todos los rectángulos de 30 cm de perímetro. Si llamamos x a la longitud de la base, el área será:



$A = x(15 - x)$ ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución: x puede tomar valores entre 0 y 15 cm. Por tanto, Dominio = $(0, 15)$.

FUNCIONES LINEALES

EJERCICIO 11 : Representa gráficamente:

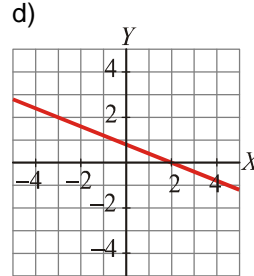
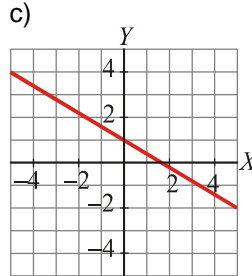
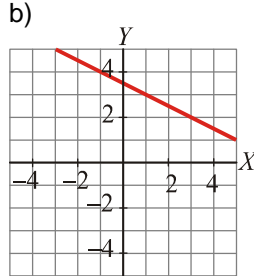
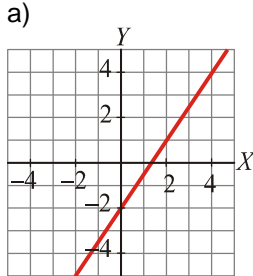
a) $y = \frac{3}{2}x - 2$

b) $y = -0,5x + 3,5$

c) $y = \frac{-3}{5}x + 1$

d) $f(x) = \frac{4-2x}{5}$

Solución:

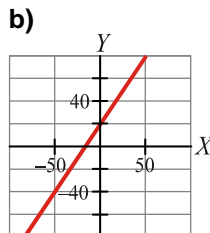
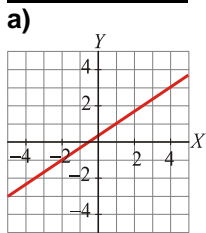


EJERCICIO 12 : Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (3, -4) y (-2, 3).

Solución: La pendiente de la recta es: $m = \frac{3 - (-4)}{-2 - 3} = \frac{7}{-5} = -\frac{7}{5}$

La ecuación será: $y + 4 = \frac{-7}{5}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{-7}{5}x + \frac{1}{5}$

EJERCICIO 13 : Escribe la ecuación de las rectas cuyas gráficas son las siguientes:



Solución:

a) Vemos que la recta pasa por los puntos (1, 1) y (4, 3). Su pendiente será: $m = \frac{3-1}{4-1} = \frac{2}{3}$

La ecuación será: $y - 1 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

b) Observamos que la recta pasa por los puntos (0, 20) y (50, 80). Su pendiente será: $m = \frac{80-20}{50-0} = \frac{60}{50} = \frac{6}{5}$

Por tanto, su ecuación es: $y = \frac{6}{5}x + 20$

EJERCICIO 14 : Halla la ecuación de la recta que pasa por (-1, 2) y cuya pendiente es $-\frac{1}{3}$.

Solución:

Escribimos la ecuación punto-pendiente: $y - 2 = -\frac{1}{3}(x + 1) \Rightarrow y = \frac{-1}{3}x + \frac{5}{3}$

FUNCIONES CUADRÁTICAS

EJERCICIO 15 : Representa gráficamente las funciones:

a) $y = -x^2 + 4x - 1$ b) $y = (x + 1)^2 - 3$ c) $y = -x^2 + 4$ d) $f(x) = -2x^2 + 4x$

Solución:

a) • Hallamos el vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \rightarrow y = 3 \rightarrow$ Punto (2, 3).

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow -x^2 + 4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4}}{-2} =$

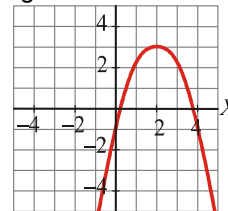
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2} \begin{cases} x = 0,27 \rightarrow \text{Punto } (0,27; 0) \\ x = 3,73 \rightarrow \text{Punto } (3,73; 0) \end{cases}$$

Con el eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow$ Punto (0, -1)

• Tabla de valores alrededor del vértice:

X	0	1	2	3	4
Y	-1	2	3	2	-1

• La gráfica es:



b) • Hallamos el vértice: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \rightarrow y = -3 \rightarrow$ Punto (-1, -3).

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow x^2 + 2x + 1 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

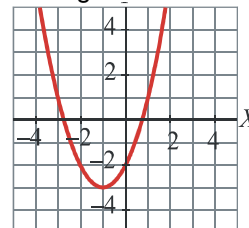
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} \begin{cases} x = 0,73 \rightarrow \text{Punto } (0,73; 0) \\ x = -2,73 \rightarrow \text{Punto } (-2,73; 0) \end{cases}$$

Con el eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2 \rightarrow$ Punto (0, -2)

• Hallamos algún otro punto:

X	-3	-2	-1	0	1
Y	1	-2	-3	-2	1

• La gráfica es:



c) Hallamos el vértice: $V x = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow$ Punto (0,4).

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow -x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \rightarrow$

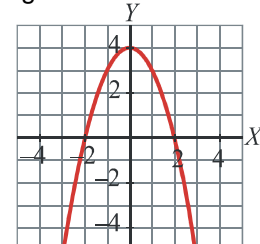
$$\rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \rightarrow \text{Puntos } (-2, 0) \text{ y } (2, 0)$$

Con el eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow$ Punto (0,4)

• Hallamos algún otro punto:

X	-2	-1	0	1	2
Y	0	3	4	3	0

• La gráfica es:



d) • El vértice de la parábola es: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-4} = 1 \rightarrow y = 2 \rightarrow$ Punto (1, 2)

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow -2x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(-2x + 4) = 0$

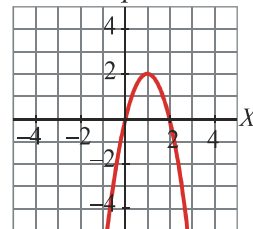
$$\begin{cases} x = 0 & \rightarrow \text{Punto } (0, 0) \\ -2x + 4 = 0 & \rightarrow x = 2 \rightarrow \text{Punto } (2, 0) \end{cases}$$

Con el eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow$ Punto (0,0)

• Hallamos algún otro punto:

X	-1	0	1	2	3
Y	-6	0	2	0	-6

• La gráfica es:



RECOPILACIÓN RECTAS Y PARÁBOLAS

EJERCICIO 16 :

a) Representa gráficamente: $y = -\frac{1}{2}x + 3$

b) Halla el vértice de la parábola: $y = 2x^2 - 10x + 8$

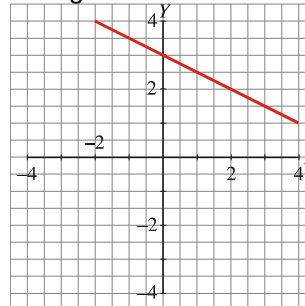
Solución:

a)

Hallamos dos puntos de la recta:

x	y
0	3
2	2

La gráfica será:



b) La abscisa del vértice es: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

La ordenada es: $y = 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10\left(\frac{5}{2}\right) + 8 = \frac{-9}{2}$

El vértice es el punto $\left(\frac{5}{2}, \frac{-9}{2}\right)$.

EJERCICIO 17 :

a) Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos (-2, -1) y (1, 3), y represéntala.

b) Halla los puntos de corte con los ejes de la parábola $y = -x^2 + 4x$.

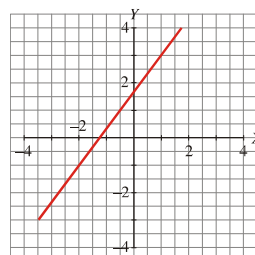
Solución:

a)

La pendiente de la recta es: $m = \frac{3 - (-1)}{1 - (-2)} = \frac{3+1}{1+2} = \frac{4}{3}$

La ecuación será: $y - 3 = \frac{4}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

Con los dos puntos que tenemos la podemos representar:



b) Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje X: $y = 0 \rightarrow 0 = -x^2 + 4x \rightarrow x(-x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Punto } (0, 0) \\ \text{Punto } (4, 0) \end{cases}$
- Con el eje Y: $x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow \text{Punto } (0, 0)$
Los puntos de corte con los ejes son el $(0, 0)$ y el $(4, 0)$

EJERCICIO 18 :

- a) Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas: I) $2x + y = 0$ II) $x - 2y + 1 = 0$ III) $y = 2$
b) Representa gráficamente: $y = x^2 - 3x$

Solución:

- a) I) $y = -2x \rightarrow \text{pendiente} = -2$
II) $y = \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow \text{pendiente} = \frac{1}{2}$
III) pendiente = 0

b)

Hallamos el vértice: $x = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} = -\frac{9}{4} \rightarrow \left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$

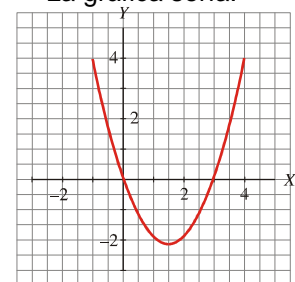
Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow \text{Punto } (0, 0)$
- Con el eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto } (0, 0) \\ x = 3 \rightarrow \text{Punto } (3, 0) \end{cases}$

Tabla de valores alrededor del vértice:

X	0	1	3/2	2	3
Y	0	-2	-9/4	-2	0

La gráfica sería:



EJERCICIO 19 :

- a) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-1, 3)$ y tiene pendiente -1 .
b) Representa gráficamente: $y = -x^2 + 4$

Solución:

- a) La ecuación será: $y - 3 = -1(x + 1) \Rightarrow y = -x + 2$
b)

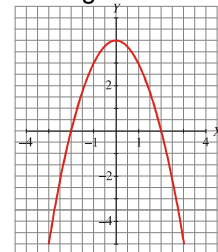
El vértice es el punto $(0, 4)$.
Los puntos de corte con los ejes son:

- Con el eje Y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow \text{Punto } (0, 4)$
- Con el eje X $\rightarrow y = 0 \rightarrow -x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \rightarrow \text{Punto } (-2, 0) \\ x = 2 \rightarrow \text{Punto } (2, 0) \end{cases}$

Tabla de valores alrededor del vértice:

X	-2	-1	0	0	1
Y	0	3	4	3	0

La gráfica sería:



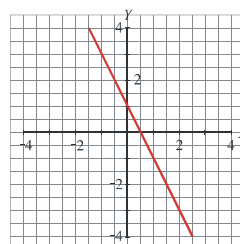
EJERCICIO 20 ;

- a) Representa gráficamente: $2x + y - 1 = 0$
b) Halla el vértice de la parábola: $y = 2x^2 - 8x + 2$

Solución:

- a) Despejamos y: $y = -2x + 1$
Hallamos dos puntos de la recta y la representamos.

x	y
0	1
1	-1



b) La abscisa del vértice es: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{4} = 2$

La ordenada es: $y = 2 \cdot 4 - 8 \cdot 2 + 2 = 8 - 16 + 2 = -6$

El vértice es el punto (2, -6).

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

EJERCICIO 21 : Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = \frac{-3}{x+4}$ b) $y = \frac{-1}{x-3} - 2$ c) $y = -1 + \frac{2}{x-5}$

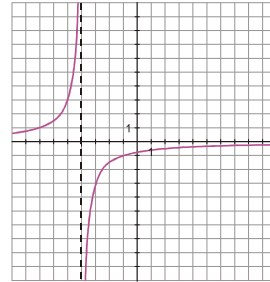
Solución:

a) Dominio de definición: $\mathbb{R} - \{-4\}$

Tabla de valores

X	$-\infty$	-7	-5	-4^-	-4^+	-3	-1	$+\infty$
Y	0	1	3	$+\infty$	$-\infty$	-3	-1	0

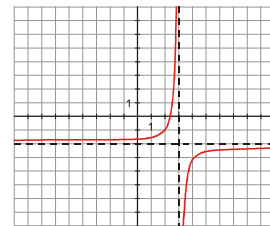
Las asíntotas son la recta $y = 0$ y la recta $x = -4$.



b) Dominio de definición: $\mathbb{R} - \{3\}$

X	$-\infty$	1	2	3^-	3^+	4	5	$+\infty$
Y	-2	-1,5	-1	$+\infty$	$-\infty$	-3	-2,5	-2

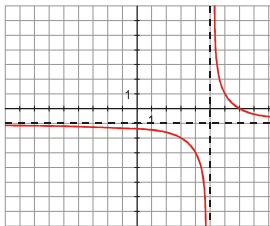
Las asíntotas son las rectas $x = 3$ e $y = -2$.



c) Dominio de definición: $\mathbb{R} - \{5\}$

X	$-\infty$	3	4	5^-	5^+	6	7	$+\infty$
Y	-1	-2	-3	$-\infty$	$+\infty$	1	0	-1

Las asíntotas son las rectas $x = 5$, $y = -1$.



FUNCIÓN RADICAL

EJERCICIO 22 : Representa gráficamente las siguientes funciones:

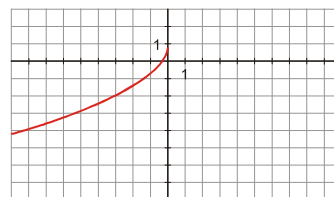
a) $y = 1 - \sqrt{-3x}$ b) $y = \sqrt{3x-1}$ c) $y = \sqrt{2x+3} - 1$

Solución:

a) Dominio de definición: $(-\infty, 0]$

Hacemos una tabla de valores:

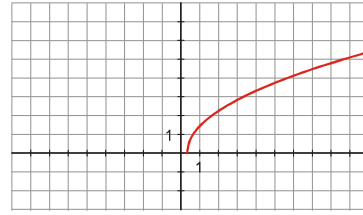
X	$-\infty$	-3	-2	-1	0
Y	$-\infty$	-2	-1,45	-0,73	-1



b) Dominio de definición: $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

Hacemos una tabla de valores:

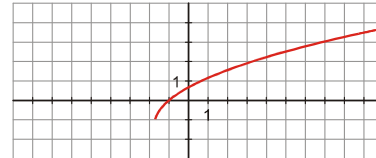
X	1/3	1	2	3	$+\infty$
Y	0	1,41	2,24	2,83	$+\infty$



c) Dominio de definición: $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$

Tabla de valores:

X	-3/2	-1	1/2	3	$+\infty$
Y	-1	0	1	2	$+\infty$



FUNCION EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICAS

EJERCICIO 23 : Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = 2^{1-x}$

b) $y = \log_{1/4} x$

c) $y = 1 - \log_2 x$

d) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2}$

e) $y = 3^{x+1}$

Solución:

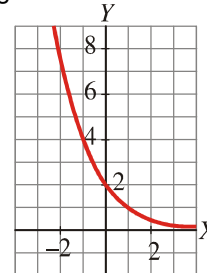
a)

• La función está definida y es continua en \mathbb{R} .

• Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	8	4	2	1	1/2	0

• La gráfica es:



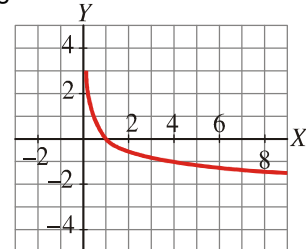
b)

• Dominio = $(0, +\infty)$

• Hacemos una tabla de valores:

X	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\infty}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^0$	$\left(\frac{1}{4}\right)^1$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{+\infty}$
X	0	16	4	1	1/4	1/16	$+\infty$
Y	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$

• La gráfica es:



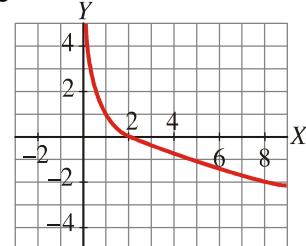
c)

• Dominio = $(0, +\infty)$

• Hacemos una tabla de valores:

X	$2^{-\infty}$	2^{-2}	2^{-1}	2^0	2^1	2^2	$2^{+\infty}$
X	0	1/4	1/2	1	2	4	$+\infty$
Y	$+\infty$	3	2	1	0	-1	$-\infty$

• La gráfica será:

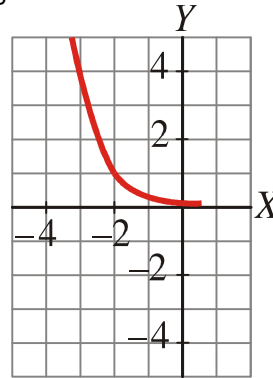


d)

- La función está definida y es continua en \mathbf{R} .
- Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{1024}$	0

- La gráfica será:

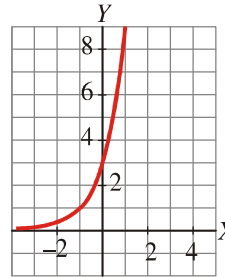


e)

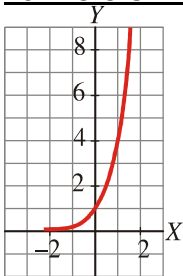
- La función está definida y es continua en \mathbf{R} .
- Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	0	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	$+\infty$

- La gráfica es:



EJERCICIO 24 : Consideramos la gráfica:

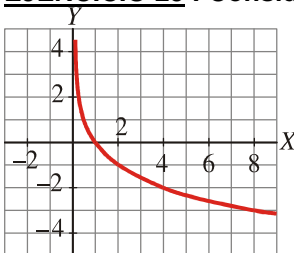


- Halla la expresión analítica de la función correspondiente.
- ¿Cuál es el dominio de dicha función?
- Estudia la continuidad y el crecimiento.

Solución:

- Es una función exponencial de base mayor que 1, que pasa por los puntos (0, 1), (1, 4)... Su expresión analítica es $y = 4^x$.
- Dominio = \mathbf{R}
- Es una función continua y creciente.

EJERCICIO 25 : Considera la siguiente gráfica:



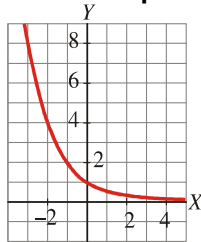
- Escribe la expresión analítica de la función correspondiente.
- Estudia la continuidad y el crecimiento de la función e indica cuál es su dominio de definición.

Solución:

- Es una función logarítmica con base menor que 1, que pasa por los puntos (1, 0), (2, -1), (4, -2), $(\frac{1}{2}, 1)$... Su expresión analítica es: $y = \log_{\frac{1}{2}}x$
- Es una función continua.
 - Es decreciente.
 - Dominio = $(0, +\infty)$

EJERCICIO 26 :

a) ¿Cuál es la expresión analítica de la función correspondiente a esta gráfica?



b) Indica cuál es el dominio de definición y estudia la continuidad y el crecimiento de la función.

Solución:

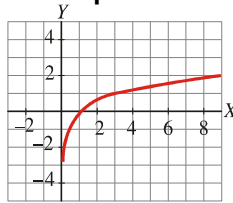
a) Es una función exponencial con base menor que 1, que pasa por los puntos $(-2, 4)$, $(-1, 2)$, $(1, \frac{1}{2})$...

Su expresión analítica será: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

- b) • Dominio = \mathbb{R}
- Es continua.
- Es decreciente.

EJERCICIO 27 :

a) Halla la expresión analítica de la función cuya gráfica es:



b) Estudia los siguientes aspectos de la función: dominio, continuidad y crecimiento.

Solución:

a) Es una función logarítmica que pasa por los puntos $(1, 0)$, $(3, 1)$, $(9, 2)$... Su expresión analítica será:

$y = \log_3 x$

- b) • Dominio = $(0, +\infty)$
- Es continua.
- Es creciente.

FUNCIONES A TROZOS

EJERCICIO 28 : Representa gráficamente:

a) $y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} (-x + 1)/2 & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

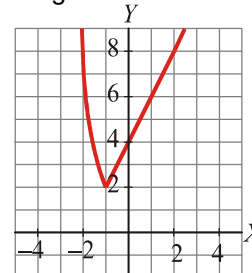
Solución:

- a) Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola. ($V_x = 0$)
- Si $x \geq -1$, tenemos un trozo de recta.

Tabla de valores:

X	$-\infty$	-3	-2	-1	-1	0	$+\infty$
Y	$+\infty$	18	8	2	2	4	$+\infty$

La gráfica es:



La gráfica es:

- b)
 Si $x \leq 2$, es un trozo de parábola. ($V_x = 0$)
 Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

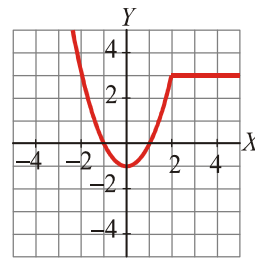


Tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	2	3	$+\infty$
Y	0	3	0	-1	0	3	3	3	$+\infty$

- c)
 Si $x \leq -1$, es un trozo de recta.
 Si $x > -1$, es un trozo de parábola. ($V_x = 0$)

La gráfica es:

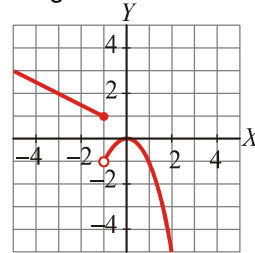
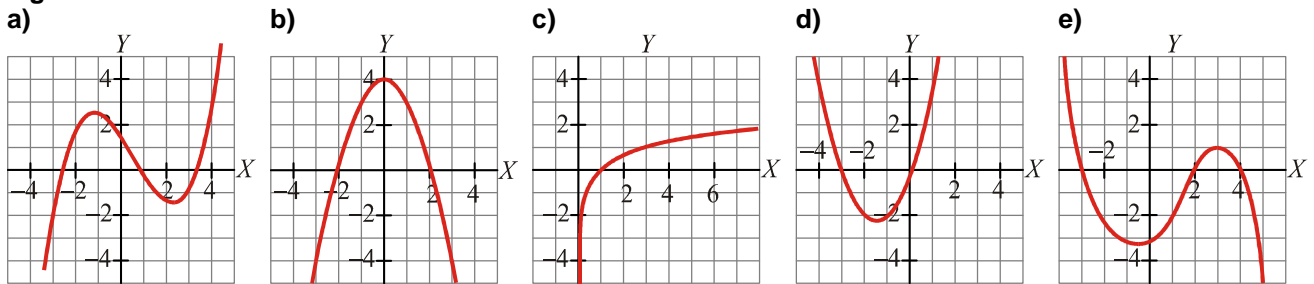


Tabla de valores:

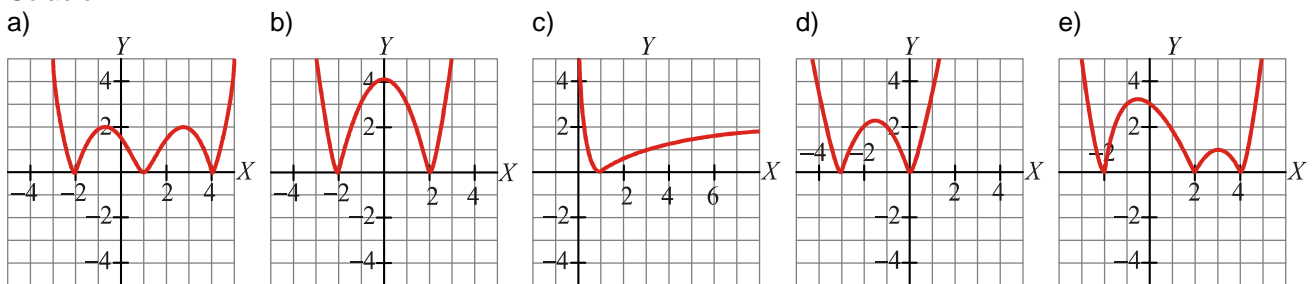
X	$-\infty$	-2	-1	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	1,5	1	-1	0	-1	-4	$-\infty$

FUNCIONES CON VALOR ABSOLUTO

EJERCICIO 29 : Representa gráficamente la función $y = |f(x)|$, sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:



Solución:



EJERCICIO 30 : Define como funciones "a trozos":

a) $y = |2x + 4|$ b) $y = |-x + 3|$ c) $y = \left| \frac{x+1}{2} \right|$ d) $y = |3x - 2|$ e) $y = \left| \frac{3x+1}{2} \right|$.

Solución:

a) $y = \begin{cases} -2x - 4 & \text{si } x < -2 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ c) $y = \begin{cases} -\frac{x+1}{2} & \text{si } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} -3x + 2 & \text{si } x < \frac{2}{3} \\ 3x - 2 & \text{si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$ e) $y = \begin{cases} -\frac{3x+1}{2} & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ \frac{3x+1}{2} & \text{si } x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$

FUNCIONES ARCOS

EJERCICIO 31 : Obtén el valor de estas expresiones en grados:

- a) $y = \arcsen \frac{1}{2}$ b) $y = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$ a) $y = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $y = \arctg 1$
- a) $y = \arcsen \left(-\frac{1}{2}\right)$ b) $y = \arccos 1$ a) $y = \arccos (-1)$ b) $y = \arctg (\sqrt{3})$
- a) $y = \arcsen \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $y = \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Solución:

- a) $y = 30^\circ$ b) $y = 45^\circ$ a) $y = 30^\circ$ b) $y = 45^\circ$ a) $y = -30^\circ$
- b) $y = 0^\circ$ a) $y = 180^\circ$ b) $y = 60^\circ$ a) $y = -60^\circ$ b) $y = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

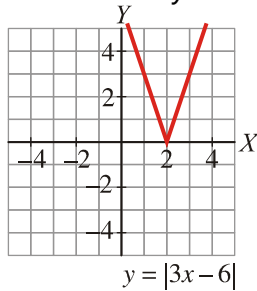
RECOPIACIÓN DE FUNCIONES

EJERCICIO 32 : Representa gráficamente las siguientes funciones:

- a) $y = |3x - 6|$ b) $y = 2^{x-1}$

Solución:

a) Sobre la recta $y = 3x - 6$, hallamos su valor absoluto:

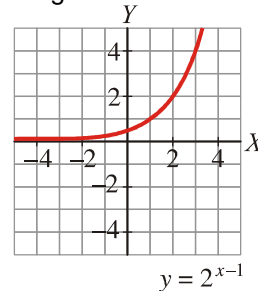


b) Dominio: $D = \mathbb{R}$

Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	0	1/8	1/4	1/2	0	1	$+\infty$

La gráfica sería:

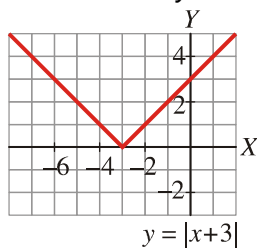


EJERCICIO 33 : Obtén la gráfica de las siguientes funciones:

- a) $y = |x + 3|$ b) $y = -\frac{x^2}{2} + 2x - 2$

Solución:

a) Sobre la recta $y = x + 3$, hallamos su valor absoluto :



- b) • Hallamos el vértice de la parábola: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-1} = 2 \rightarrow y = 0 \rightarrow$ Punto (2, 0)
- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \rightarrow y=0 \rightarrow \frac{-x^2}{2} + 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

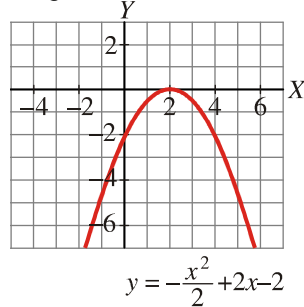
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2 \rightarrow \text{Punto } (2, 0)$$

Con el eje $Y \rightarrow x=0 \rightarrow y = -2 \rightarrow \text{Punto } (0, -2)$

- Tabla de valores alrededor del vértice:

X	$-\infty$	0	1	2	3	4	$+\infty$
Y	0	-2	-1/2	0	-1/2	-2	$+\infty$

- La gráfica sería:



EJERCICIO 34 : Representa las gráficas de las funciones:

a) $y = 1 - \frac{x^2}{4}$ b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$

Solución:

- a) • El vértice de la parábola está en $(0, 1)$
 • Puntos de corte con los ejes:

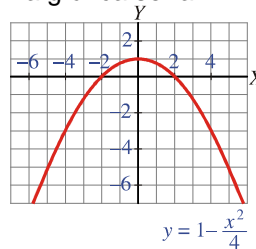
Con el eje $X \rightarrow y=0 \rightarrow 1 - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow 4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \rightarrow$
 \rightarrow Puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$

Con el eje $Y \rightarrow x=0 \rightarrow y = 1 \rightarrow \text{Punto } (0, 1)$

- Tabla de valores alrededor del vértice:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$-\infty$	0	3/4	1	3/4	0	$-\infty$

- La gráfica sería:

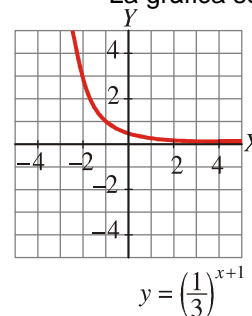


b) Dominio: $D = \mathbb{R}$

- Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	3	1	1/3	1/9	1/27	$+\infty$

- La gráfica sería:

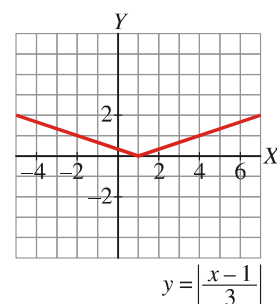


EJERCICIO 35 : Representa gráficamente:

a) $y = \left| \frac{x-1}{3} \right|$ b) $y = 2^{-x}$

Solución:

- a) Sobre la recta $y = \frac{x-1}{3}$, hallamos su valor absoluto :

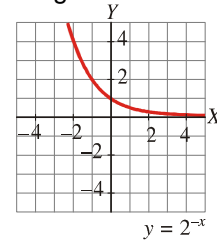


b) Dominio: $D = \mathbb{R}$

Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0

La gráfica sería:



EJERCICIO 36 : Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ b) $f(x) = 3^{1-x}$

Solución:

a) • Es una parábola con vértice en (1, 2).

• Puntos de corte con los ejes:

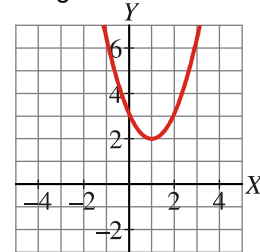
Con el eje $X \rightarrow y = 0 \rightarrow (x-1)^2 + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = -2 \rightarrow$ No corta al eje X .

Con el eje $Y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 3 \rightarrow$ Punto (0, 3)

• Tabla de valores alrededor del vértice:

X	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$
Y	$+\infty$	6	3	2	3	6	$+\infty$

• La gráfica sería:

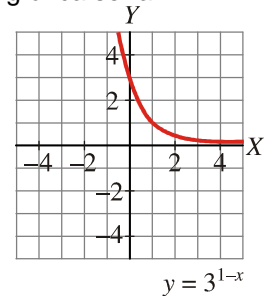


b) Dominio: $D = \mathbb{R}$

• Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	27	9	3	1	$1/3$	0

• La gráfica sería:



EJERCICIO 37 : Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

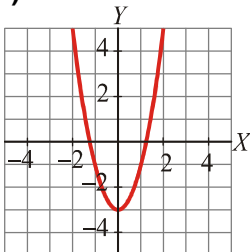
a) $y = \frac{2}{3}x$

b) $y = 2x^2 - 3$

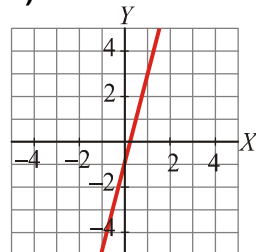
c) $y = 3,5x - 0,75$

d) $y = -x^2 + 4$

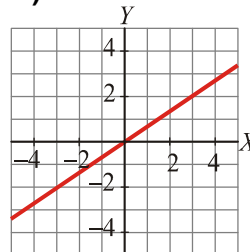
I)



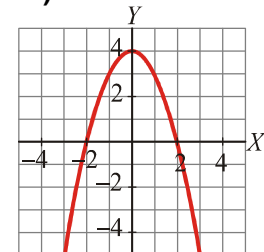
II)



III)



IV)



Solución: a) III b) I c) II d) IV

EJERCICIO 38 : Asocia a cada una de estas gráficas una de las siguientes expresiones analíticas:

a) $y = \frac{-3x^2}{4}$

b) $y = \frac{-3x}{4}$

c) $y = 2x^2 - 2$

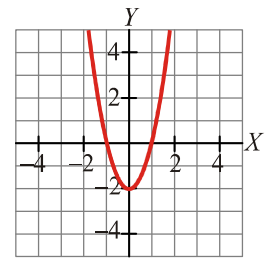
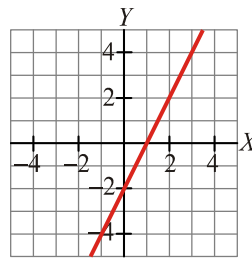
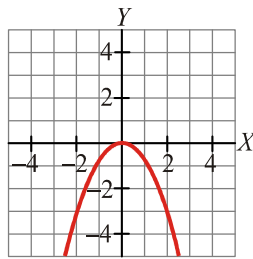
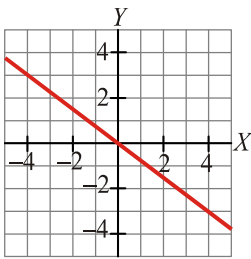
d) $y = 2x - 2$

I)

II)

III)

IV)



Solución: a) II b) I c) IV d) III

EJERCICIO 39 : Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

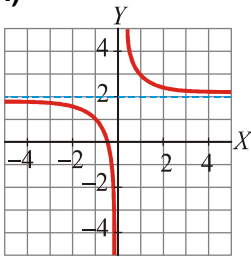
a) $y = \frac{1}{x-4}$

b) $y = \sqrt{2x}$

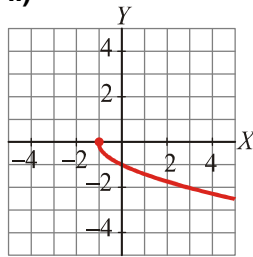
c) $y = \frac{1}{x} + 2$

d) $y = -\sqrt{x+1}$

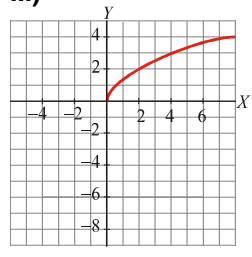
I)



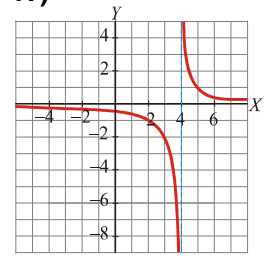
II)



III)



IV)



Solución: a) IV b) III c) I d) II

EJERCICIO 40 : Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

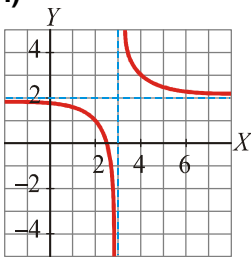
a) $y = \frac{1}{x} - 3$

b) $y = \sqrt{x-3}$

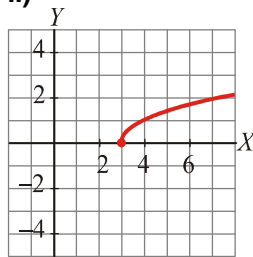
c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$

d) $y = \sqrt{x+3}$

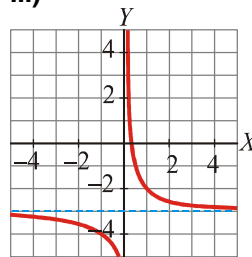
I)



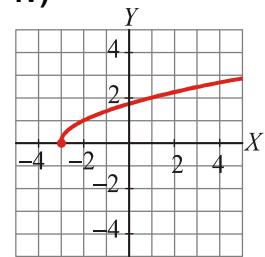
II)



III)



IV)



Solución: a) III b) II c) I d) IV

EJERCICIO 41 : Asocia cada una de las siguientes gráficas con su expresión analítica:

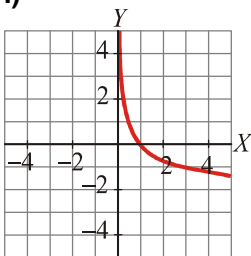
a) $y = 3^x$

b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

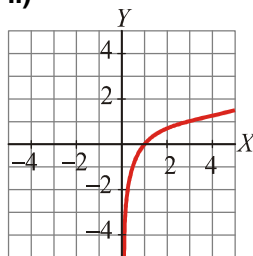
c) $y = \log_3 x$

d) $y = \log_{1/3} x$

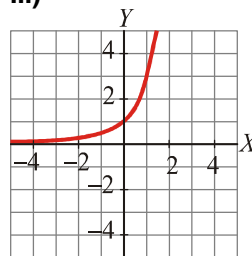
I)



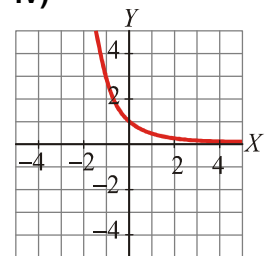
II)



III)



IV)



Solución: a) III b) IV c) II d) I

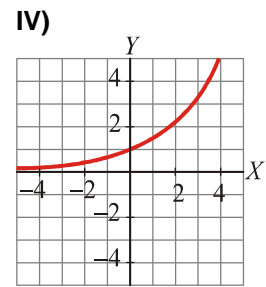
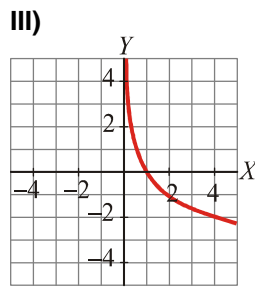
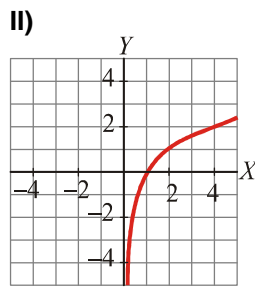
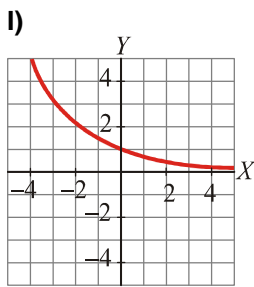
EJERCICIO 42 : Asocia a cada gráfica su ecuación:

a) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

b) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$



Solución: a) I b) IV c) II d) III

PROBLEMAS

EJERCICIO 43 : En algunos países se utiliza un sistema de medición de la temperatura distinto a los grados centígrados que son los grados Farenheit. Sabiendo que $10\text{ }^{\circ}\text{C} = 50\text{ }^{\circ}\text{F}$ y que $60\text{ }^{\circ}\text{C} = 140\text{ }^{\circ}\text{F}$, obtén la ecuación que nos permita traducir temperaturas de $^{\circ}\text{C}$ a $^{\circ}\text{F}$.

Solución:

Llamamos x a la temperatura en grados centígrados e y a la temperatura en grados Farenheit. La función que buscamos pasa por los puntos $(10, 50)$ y $(60, 140)$. Será una recta con pendiente:

$$m = \frac{140 - 50}{60 - 10} = \frac{90}{50} = \frac{9}{5}$$

La ecuación es: $y - 50 = \frac{9}{5}(x - 10) \Rightarrow y = \frac{9}{5}x + 32$

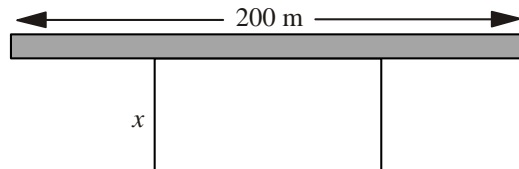
EJERCICIO 44 : En un contrato de alquiler de una casa figura que el coste subirá un 2% cada año. Si el primer año se pagan 7200 euros (en 12 recibos mensuales):

- a) ¿Cuánto se pagará dentro de 1 año? ¿Y dentro de 2 años?
- b) Obtén la función que nos dé el coste anual al cabo de x años.

Solución:

- a) Dentro de 1 año se pagarán $7200 \cdot 1,02 = 7344$ euros.
Dentro de 2 años se pagarán $7200 \cdot 1,02^2 = 7490,88$ euros.
- b) Dentro de x años se pagarán: $y = 7200 \cdot 1,02^x$ euros.

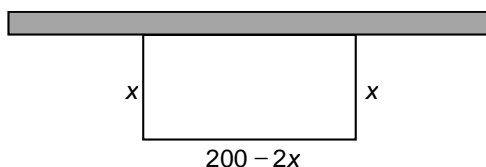
EJERCICIO 45 : Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared:



- a) Llama x a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados?
- b) Construye la función que nos da el área del recinto.

Solución:

- a)
- b) Área = $x(200 - 2x) = 200x - 2x^2$



EJERCICIO 46 : Una barra de hierro dulce de 30 cm de larga a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ se calienta, y su dilatación viene dada por una función lineal $l = a + bt$, donde l es la longitud (en cm) y t es la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$).

- a) Halla la expresión analítica de l , sabiendo que $l(1) = 30,0005$ cm y que $l(3) = 30,0015$ cm.
- b) Representa gráficamente la función obtenida.

Solución:

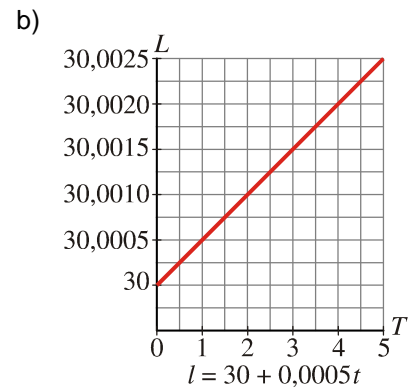
$$a) \begin{cases} I(1) = 30,0005 \Rightarrow a + b = 30,0005 \\ I(3) = 30,0015 \Rightarrow a + 3b = 30,0015 \end{cases}$$

Restando a la segunda ecuación la primera, queda:

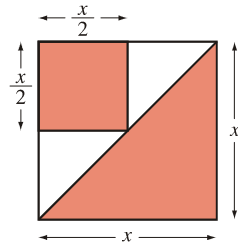
$$2b = 0,0010 \Rightarrow b = 0,0005 \rightarrow$$

$$a = 30,0005 - b = 30,0005 - 0,0005 = 30$$

$$\text{Por tanto: } I = 30 + 0,0005t$$



EJERCICIO 47 : En un cuadrado de lado x cm, consideramos el área de la parte que está coloreada:



a) Halla la ecuación que nos da el valor de dicha área, y , en función del lado del cuadrado, x .

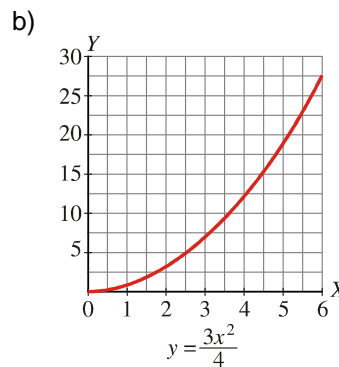
b) Representa gráficamente la función obtenida.

Solución:

a) El área del triángulo es $\frac{x^2}{2}$.

El área del cuadradito es $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{4}$.

Por tanto, el área total será: $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$



EJERCICIO 48 : Un tendero tiene 20 kg de manzanas que hoy venderá a 40 céntimos de euro/kg. Cada día que pasa se estropeará 1 kg y el precio aumentará 10 céntimos de euro/kg.

a) Escribe la ecuación que nos da el beneficio obtenido en la venta, y , en función de los días que pasan hasta que vende las manzanas, x .

b) Representa la función obtenida, considerando que x puede tomar cualquier valor $x \geq 0$,

Solución:

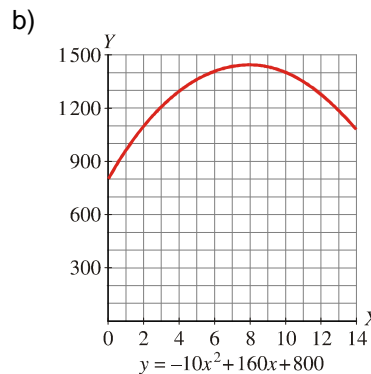
a) Si pasan x días:

Tendrá $(20-x)$ kg y los venderá a $(40+10x)$ céntimos de euro cada uno.

Por tanto, obtendrá un beneficio de:

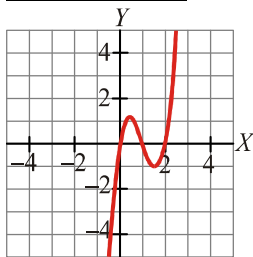
$$y = (20 - x)(40 + 10x) = 800 + 200x - 40x - 10x^2$$

$$y = -10x^2 + 160x + 800$$



TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES

EJERCICIO 49 : La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$

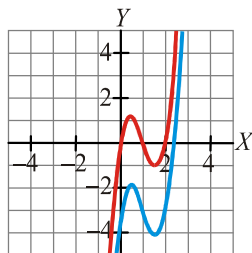


A partir de ella, representa:

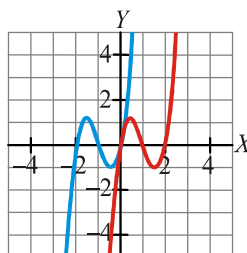
- a) $y = f(x) - 3$
- b) $y = f(x + 2)$

Solución:

a)

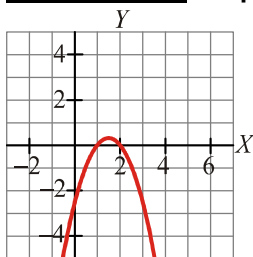


b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

EJERCICIO 50 : A partir de la gráfica de $y = f(x)$

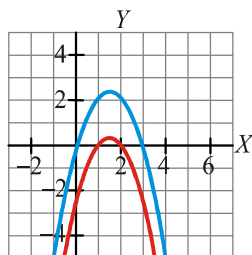


construye las gráficas de:

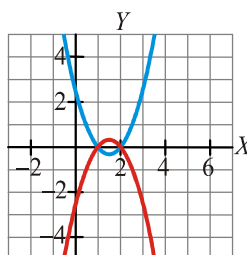
- a) $y = f(x) + 2$
- b) $y = -f(x)$

Solución:

a)

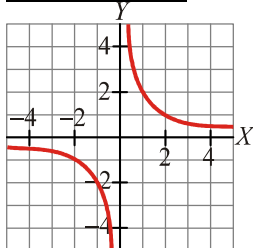


b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

EJERCICIO 51 : Sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:

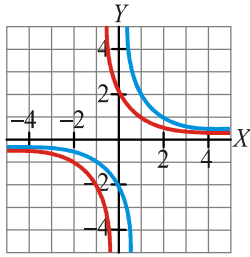


construye, a partir de ella, las gráficas de:

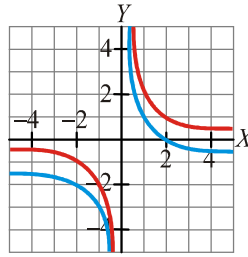
- a) $y = f(x - 1)$
- b) $y = f(x) - 1$

Solución:

a)

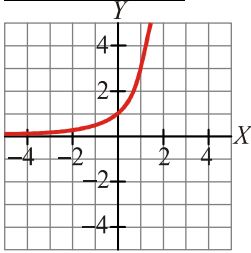


b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

EJERCICIO 52 : Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$.



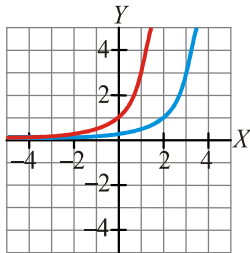
Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $f(x - 2)$

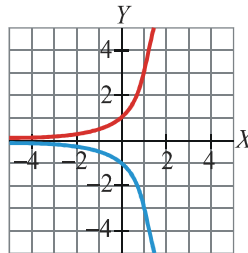
b) $y = -f(x)$

Solución:

a)

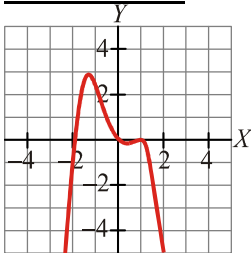


b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

EJERCICIO 53 : La siguiente gráfica es la de $y = f(x)$.



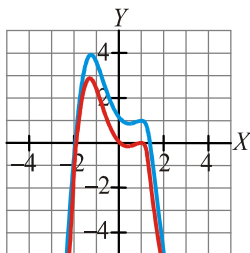
Representa, a partir de ella, las funciones:

a) $y = f(x) + 1$

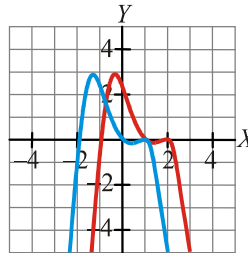
b) $y = f(x + 1)$

Solución:

a)



b)



(La gráfica de $f(x)$ no es necesario incluirla. La añadimos para que se aprecie más claramente la transformación).

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

EJERCICIO 54 : Dadas las siguientes funciones : $f(x) = \frac{-3x+2}{4}$ y $g(x) = x^2 + 1$, halla :

- a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2 + 1] = \frac{-3(x^2 + 1) + 2}{4} = \frac{-3x^2 - 3 + 2}{4} = \frac{-3x^2 - 1}{4}$

b) $(g \circ g)(x) = g[g(x)] = g[x^2 + 1] = (x^2 + 1)^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 + 1 = x^4 + 2x^2 + 2$

EJERCICIO 55 : Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula :

- a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ g \circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x + 1] = \frac{(x + 1)^2}{3} = \frac{x^2 + 2x + 1}{3}$

b) $(g \circ g \circ f)(x) = g[g[f(x)]] = g\left[g\left(\frac{x^2}{3}\right)\right] = g\left(\frac{x^2}{3} + 1\right) = \frac{x^2}{3} + 1 + 1 = \frac{x^2}{3} + 2$

EJERCICIO 56 : Sabiendo que: $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = \frac{1}{x+2}$ Explica cómo se pueden obtener por

composición, a partir de ellas, las siguientes funciones: $p(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ $q(x) = \frac{1}{3x^2+2}$

Solución: $p(x) = (f \circ g)(x)$ $q(x) = (g \circ f)(x)$

EJERCICIO 57 : Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones $p(x)$ y $q(x)$ a partir de $f(x)$ y $g(x)$, siendo: $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = \sqrt{x - 2}$, $p(x) = 2\sqrt{x - 2} - 3$ y $q(x) = \sqrt{2x - 5}$

Solución: $p(x) = (f \circ g)(x)$ $q(x) = (g \circ f)(x)$

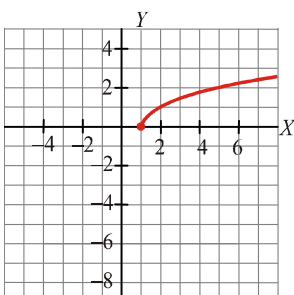
EJERCICIO 58 : Las funciones f y g están definidas por: $f(x) = \frac{x-1}{3}$ y $g(x) = \sqrt{x}$. Explica cómo,

a partir de ellas, por composición, podemos obtener: $p(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3}}$ y $q(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{3}$

Solución: $p(x) = (g \circ f)(x)$ $q(x) = (f \circ g)(x)$

INVERSA DE UNA FUNCIÓN

EJERCICIO 59 : Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$:

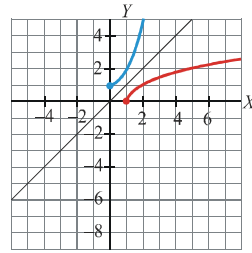


- a) Calcula $f^{-1}(0)$ y $f^{-1}(2)$.
- b) Representa en los mismos ejes $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$.

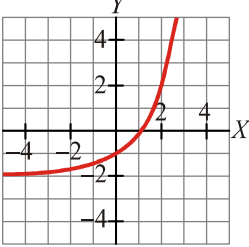
Solución:

- a) $f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$
 $f^{-1}(2) = 5$ porque $f(5) = 2$

b)



EJERCICIO 60 : Dada la gráfica de la función $y = f(x)$:

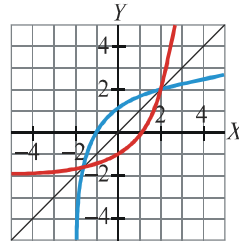


- a) Calcula $f^{-1}(-1)$ y $f^{-1}(0)$.
 b) Representa gráficamente en los mismos ejes $f^{-1}(x)$, a partir de la gráfica de $f(x)$.

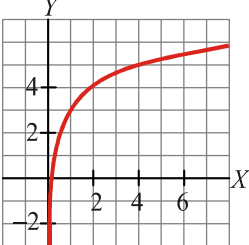
Solución:

- a) $f^{-1}(-1) = 0$ porque $f(0) = -1$
 $f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$

b)



EJERCICIO 61 : A partir de la gráfica de $y = f(x)$:

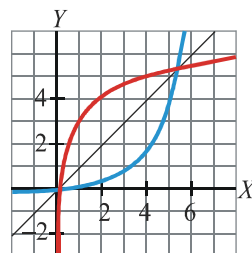


- a) Calcula $f^{-1}(3)$ y $f^{-1}(5)$.
 b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$.

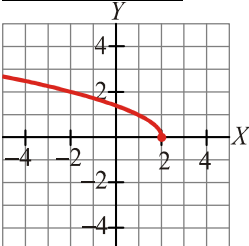
Solución:

- a) $f^{-1}(3) = 1$ porque $f(1) = 3$
 $f^{-1}(5) = 4$ porque $f(4) = 5$

b)



EJERCICIO 62 : Esta gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



A partir de ella:

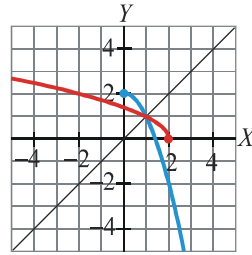
- a) Calcula $f^{-1}(2)$ y $f^{-1}(0)$.
 b) Representa, en los mismos ejes, la función $f^{-1}(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(2) = -2$ porque $f(-2) = 2$

$f^{-1}(0) = 2$ porque $f(2) = 0$

b)



EJERCICIO 63 : Halla la función inversa de:

a) $f(x) = \frac{2x-1}{3}$

b) $f(x) = \frac{2-3x}{4}$

c) $f(x) = \frac{-x+3}{2}$

d) $f(x) = \frac{-2x-1}{5}$

e) $f(x) = \frac{-2+7x}{3}$

Solución:

a) Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{2y-1}{3} \Rightarrow 3x = 2y-1 \Rightarrow 3x+1 = 2y \Rightarrow \frac{3x+1}{2} = y \Rightarrow \text{Por tanto: } f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{2}$$

b) Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x = \frac{2-3y}{4} \Rightarrow 4x = 2-3y \Rightarrow 3y = 2-4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{3} \Rightarrow \text{Por tanto: } f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{3}$$

c) Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{-y+3}{2} \Rightarrow 2x = -y+3 \Rightarrow y = 3-2x \Rightarrow \text{Por tanto: } f^{-1}(x) = 3-2x$$

d) Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{-2y-1}{5} \Rightarrow 5x = -2y-1 \Rightarrow 2y = -5x-1 \Rightarrow y = \frac{-5x-1}{2} \Rightarrow \text{Por tanto: } f^{-1}(x) = \frac{-5x-1}{2}$$

e) Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x = \frac{-2+7y}{3} \Rightarrow 3x = -2+7y \Rightarrow 3x+2 = 7y \Rightarrow \frac{3x+2}{7} = y \Rightarrow \text{Por tanto: } f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{7}$$