

# EJERCICIOS RESUELTOS UNIDAD 1: NÚMEROS REALES

## CLASIFICACIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE NÚMEROS REALES

**EJERCICIO 1 :** Clasifica los siguientes números como  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{10}{5}$ ;  $-2,333\dots$ ;  $\sqrt{7}$ ;  $\sqrt{36}$ ;  $\frac{\pi}{2}$ ;  $-5$ ;  $7,\hat{4}$

Solución:

$$\frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \text{Decimal exacto, Fraccionario, Racional, Real}$$

$$\frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \text{Natural, Entero, Racional, Real}$$

$$-2,3333\dots = -2,\bar{3} \Rightarrow \text{Decimal periódico puro, Fraccionario, Racional, Real}$$

$$\sqrt{7} \Rightarrow \text{Irracional, Real}$$

$$\sqrt{36} = -6 \Rightarrow \text{Natural, Entero, Racional, Real}$$

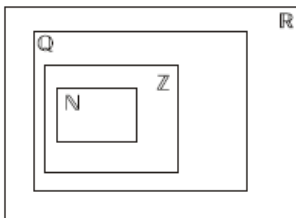
$$\frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Irracional, Decimal no periódico, Real}$$

$$-5 \Rightarrow \text{Entero negativo, Entero, Racional, Real}$$

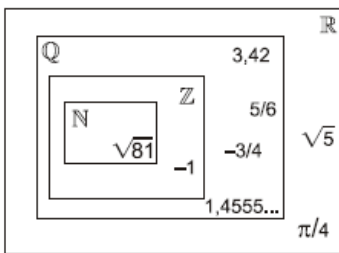
$$7,4\bar{5} \Rightarrow \text{Decimal periódico mixto, Fraccionario, Racional, Real}$$

**EJERCICIO 2 :** Sitúa cada número en su lugar correspondiente dentro del diagrama:

$3,42$ ;  $\frac{5}{6}$ ;  $-\frac{3}{4}$ ;  $\sqrt{81}$ ;  $\sqrt{5}$ ;  $-1$ ;  $\frac{\pi}{4}$ ;  $1,4555\dots$

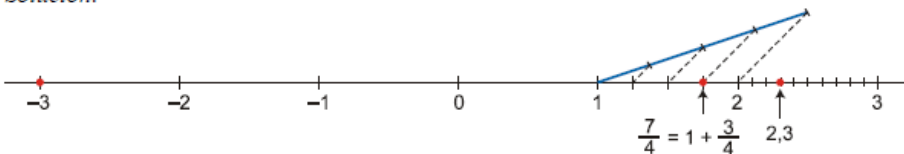


Solución:



**EJERCICIO 3 :** Representa sobre la recta los siguientes números:  $2,3$ ;  $\frac{7}{4}$ ;  $-3$

Solución:



**EJERCICIO 4 :** Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

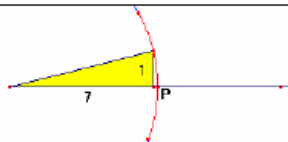
a)  $\sqrt{50}$

b)  $\sqrt{82}$

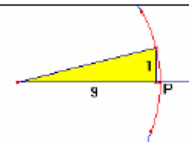
Solución:

a)  $\sqrt{50} = \sqrt{7^2 + 1^2}$

La hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 7 y 1 es la longitud pedida. Con el compás podemos trasladar esta medida a donde deseemos.



b)  $\sqrt{82} = \sqrt{9^2 + 1^2}$



**EJERCICIO 5 :** Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

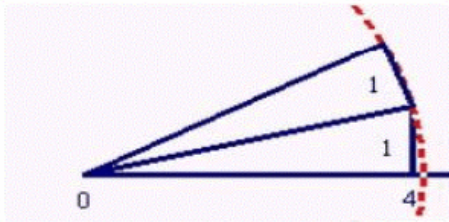
a)  $\sqrt{18}$

b)  $\sqrt{46}$

*Solución:*

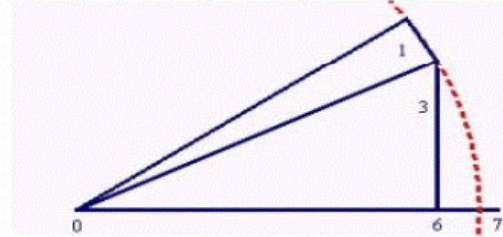
a)  $\sqrt{18}$

$$18 = (\sqrt{17})^2 + 1^2 = (\sqrt{4^2 + 1^2})^2 + 1^2$$



b)  $\sqrt{46}$

$$46 = (\sqrt{45})^2 + 1^2 = (\sqrt{3^2 + 6^2})^2 + 1^2$$

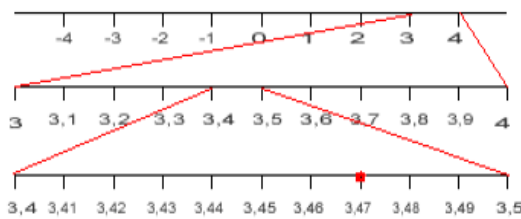


**EJERCICIO 6 :** Representa en la recta real: a) 3,47

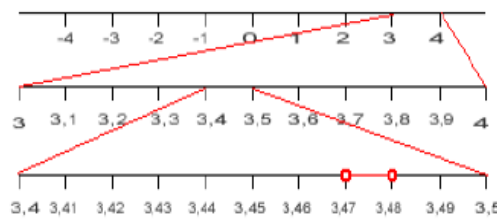
b) 3,4777777... .

*Solución:*

a)



b)



## INTERVALOS Y SEMIRECTAS

**EJERCICIO 7 :** Escribe en todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas:

a)  $\{x / -2 \leq x < 3\}$

b)  $(-\infty, -2]$

c) Números mayores que -1

d)



*Solución:*

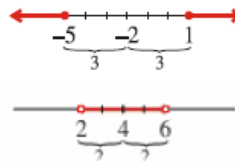
a) $[-2, 3)$ Intervalo semiabierto Números comprendidos entre -2 y 3, incluido -2	b) $\{x / x \leq -2\}$ Semirrecta Números menores o iguales que -2	c) $(-1, +\infty)$ Semirrecta $\{x / x > -1\}$	d) $[5, 7]$ Intervalo cerrado $\{x / 5 \leq x \leq 7\}$  Números comprendidos entre 5 y 7, ambos incluidos.

**EJERCICIO 8 :** Escribe en forma de intervalos los valores de  $x$  que cumplen: a)  $|x+2| \geq 3$  b)  $|x-4| < 2$

*Solución:*

a) Son los números de  $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$ .

b) Es el intervalo  $(2, 6)$



## FRACCIONES, POTENCIAS Y DECIMALES

**EJERCICIO 9 :**

a) Opera y simplifica el resultado:

$$\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + 1,1\overline{6} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right]$$

b) Simplifica:  $\frac{2^{-5} \cdot 4^2}{2^{-1}}$

*Solución:*

a) • Expresamos  $N = 1,1\overline{6}$  en forma de fracción:

$$\begin{array}{r} 100N = 116,666... \\ - 10N = 11,666... \\ \hline \end{array}$$

$$90N = 105 \rightarrow N = \frac{105}{90} = \frac{7}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} + \frac{7}{6} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] = \frac{-1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right] = \frac{-1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} - 1 = \frac{-6}{12} + \frac{15}{12} + \frac{14}{12} - \frac{12}{12} = \frac{11}{12}$$

$$b) \frac{2^{-5} \cdot 4^2}{2^{-1}} = \frac{2^{-5} \cdot 2^4}{2^{-1}} = \frac{2^{-1}}{2^{-1}} = 1$$

### EJERCICIO 10 :

$$a) \text{ Calcula y simplifica el resultado: } \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 0,8\bar{3} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right]$$

$$b) \text{ Simplifica: } 3^6 \cdot 3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

*Solución:*

a) • Expresamos  $N = 0,8\bar{3}$  en forma de fracción:

$$\begin{array}{r} 100N = 83,333... \\ - 10N = 8,333... \\ \hline \end{array}$$

$$90N = 75 \rightarrow N = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{-4}{6} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = 0$$

$$b) 3^6 \cdot 3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^6 \cdot 3^{-5} \cdot 3^4 = 3^5 = 243$$

### EJERCICIO 11

$$a) \text{ Efectúa y simplifica: } \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 1,1\bar{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}\right]$$

$$b) \text{ Reduce a una sola potencia: } \frac{3^{-5} \cdot 9^4}{3^{-6} \cdot 3^0}$$

*Solución:*

a) • Expresamos  $N = 1,1\bar{6}$  en forma de fracción:

$$\begin{array}{r} 100N = 116,666... \\ - 10N = 11,666... \\ \hline \end{array}$$

$$90N = 105 \rightarrow N = \frac{105}{90} = \frac{7}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}\right] = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{7}{6} - \left[\frac{1}{2} - \frac{5}{15}\right] = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} + \frac{7}{6} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{12} - \frac{27}{12} + \frac{14}{12} - \frac{6}{12} + \frac{10}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

$$b) \frac{3^{-5} \cdot 9^4}{3^{-6} \cdot 3^0} = \frac{3^{-5} \cdot 3^8}{3^{-6} \cdot 1} = 3^9$$

### EJERCICIO 12

$$a) \text{ Opera y simplifica: } 2,1\bar{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{2} - \left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8}\right]$$

$$b) \text{ Reduce a una sola potencia y calcula: } \left[\left(\frac{5}{3}\right)^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

*Solución:*

a) • Expresamos  $N = 2,1\bar{6}$  en forma de fracción:

$$\begin{array}{r} 100N = 216,666... \\ - 10N = 21,666... \\ \hline \end{array}$$

$$90N = 195 \rightarrow N = \frac{195}{90} = \frac{13}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{13}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{2} - \left[ \left( \frac{-1}{2} \right)^2 + \frac{3}{8} \right] = \frac{13}{6} - \frac{3}{8} - \left[ \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right] = \frac{13}{6} - \frac{3}{8} - \frac{1}{4} - \frac{3}{8} = \frac{52}{24} - \frac{9}{24} - \frac{6}{24} - \frac{9}{24} = \frac{28}{24} = \frac{7}{6}$$

$$b) \left[ \left( \frac{5}{3} \right)^3 : \left( \frac{3}{5} \right)^{-2} \right]^{-1} = \left[ \left( \frac{5}{3} \right)^3 : \left( \frac{5}{3} \right)^2 \right]^{-1} = \left[ \left( \frac{5}{3} \right)^1 \right]^{-1} = \left( \frac{5}{3} \right)^{-1} = \frac{3}{5}$$

## RADICALES

**EJERCICIO 13 :** Expresa en forma de potencia, efectúa las operaciones y simplifica:

$$a) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7} \quad b) \sqrt[5]{2^3} : \sqrt{2} \quad c) \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3^4} \quad d) \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} \quad e) \sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

*Solución:*

$$a) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^7} = a^{1/3} \cdot a^{7/2} = a^{23/6} = a^3 \sqrt[6]{a^5} \quad b) \sqrt[5]{2^3} + \sqrt{2} = 2^{3/5} + 2^{1/2} = 2^{1/10} = 10\sqrt[10]{2}$$

$$c) \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{3^4} = 3^{1/4} \cdot 3^{4/2} = 3^{1/4} \cdot 3^2 = 3^{9/4} = 3^2 \sqrt[4]{3} = 9\sqrt[4]{3} \quad d) \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{3/2}}{a^{2/3}} = a^{5/6} = \sqrt[6]{a^5}$$

$$e) \sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{4/6} \cdot x^{2/3} = x^{2/3} \cdot x^{2/3} = x^{4/3} = \sqrt[3]{x^4} = x\sqrt[3]{x}$$

**EJERCICIO 14 :** Efectúa y simplifica:

$$a) \sqrt{\frac{2}{27}} \sqrt{\frac{3}{2}} \quad b) \sqrt{48} - 2\sqrt{12} \quad c) \frac{2 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} \quad d) \frac{\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}}$$

*Solución:*

$$a) \sqrt{\frac{2}{27}} \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{27 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{3}{3^3}} = \sqrt{\frac{1}{3^2}} = \frac{1}{3}$$

$$b) \sqrt{48} - 2\sqrt{12} = \sqrt{2^4 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 0$$

$$c) \frac{2 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} = \frac{(2 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{6 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2}{9 - 2} = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}$$

$$d) \frac{\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{6+3\sqrt{3}})\sqrt{3}}{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{18+9}}{4 \cdot 3} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3^2 + 9}}{12} = \frac{3\sqrt{2} + 9}{12} = \frac{3\sqrt{2}}{12} + \frac{9}{12} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{2} + 3}{4}$$

**EJERCICIO 15 :** Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$a) \sqrt{\frac{48}{75}} \cdot \sqrt{2} \quad b) \sqrt{108} - \sqrt{147} \quad c) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} \quad d) \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$$

*Solución:*

$$a) \sqrt{\frac{48}{75}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\frac{48 \cdot 2}{75}} = \sqrt{\frac{2^4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 5^2}} = \frac{4}{5} \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

$$b) \sqrt{108} - \sqrt{147} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3} - \sqrt{3 \cdot 7^2} = 6\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

$$c) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3} + \sqrt{6})\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6 + \sqrt{18}}{3} = \frac{6 + \sqrt{2 \cdot 3^2}}{3} = \frac{6 + 3\sqrt{2}}{3} = 2 + \sqrt{2}$$

$$d) \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2 + 1 - 2\sqrt{2}}{2 - 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

## LOGARITMOS

**EJERCICIO 16:** Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que  $\log k = 1,2$ :

a)  $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$       b)  $\log (100k^3)$       c)  $\log \frac{100}{k^2}$

Solución:

a)  $\log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000} = \log \sqrt[4]{k} - \log 1000 = \log k^{1/4} - \log 10^3 = \frac{1}{4} \log k - 3 = \frac{1}{4} \cdot 1,2 - 3 = 0,3 - 3 = -2,7$

b)  $\log (100k^3) = \log 100 + \log k^3 = \log 10^2 + 3 \log k = 2 + 3 \cdot 1,2 = 2 + 3,6 = 5,6$

c)  $\log \frac{100}{k^2} = \log 100 - \log k^2 = \log 10^2 - 2 \log k = 2 - 2 \cdot 1,2 = 2 - 2,4 = -0,4$

**EJERCICIO 17:** Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión utilizando las propiedades de los logaritmos:

$3 \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 8 - \frac{1}{2} \ln 25$

Solución:  $3 \ln 2 + \frac{1}{3} \ln 8 - \frac{1}{2} \ln 25 = \ln 2^3 + \ln \sqrt[3]{8} - \ln \sqrt{25} = \ln 8 + \ln 2 - \ln 5 = \ln(8 \cdot 2) - \ln 5 = \ln 16 - \ln 5 = \ln \frac{16}{5}$

**EJERCICIO 18:** Si sabemos que  $\log k = 0,9$ , calcula:  $\log \frac{k^3}{100} - \log (100\sqrt{k})$

Solución:  $\log \frac{k^3}{100} - \log (100\sqrt{k}) = \log k^3 - \log 100 - (\log 100 + \log \sqrt{k}) = 3 \log k - \log 100 - \log 100 - \log k^{1/2} =$   
 $= 3 \log k - 2 \log 100 - \frac{1}{2} \log k = \frac{5}{2} \log k - 2 \log 100 = \frac{5}{2} \cdot 0,9 - 2 \cdot 2 = 2,25 - 4 = -1,75$

**EJERCICIO 19:** Sabiendo que  $\ln 2 \approx 0,69$ , calcula el logaritmo neperiano de: a) 4      b)  $\sqrt{2}$       c)  $\sqrt[4]{8}$

Solución:

a)  $\ln 4 = \ln 2^2 = 2 \ln 2 \approx 2 \cdot 0,69 = 1,38$       b)  $\ln \sqrt{2} = \ln 2^{1/2} = \frac{1}{2} \ln 2 \approx \frac{1}{2} \cdot 0,69 = 0,345$       c)  $\ln \sqrt[4]{8} = \ln 2^{3/4} = \frac{3}{4} \ln 2 \approx \frac{3}{4} \cdot 0,69 = 0,5175$

**EJERCICIO 20:** Halla el valor de  $x$ , utilizando la definición de logaritmo:

a)  $\log_x 16 = 4$       b)  $\log_3 x = 4$       c)  $\log_2 64 = x$       d)  $\log_x 64 = 3$   
 e)  $\log_2 x = 5$       f)  $\log_x 27 = 3$       g)  $\log_2 32 = x$       h)  $\log_3 x = 3$

Solución:

a)  $\log_x 16 = 4 \rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x = 2$       b)  $\log_3 x = 4 \rightarrow 3^4 = x \rightarrow x = 81$   
 c)  $\log_2 64 = x \rightarrow 2^x = 64 \rightarrow x = 6$       d)  $\log_x 64 = 3 \rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = 4$   
 e)  $\log_2 x = 5 \rightarrow 2^5 = x \rightarrow x = 32$       f)  $\log_x 27 = 3 \rightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$   
 g)  $\log_2 32 = x \rightarrow 2^x = 32 \rightarrow x = 5$       h)  $\log_3 x = 3 \rightarrow 3^3 = x \rightarrow x = 27$

**EJERCICIO 21:** Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a)  $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \ln 1$       b)  $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2}$       c)  $\log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \ln e$       d)  $\log_5 125$   
 e)  $\log \frac{1}{1000}$       f)  $\log_4 16 + \log_3 \sqrt[5]{81} - \ln 1$       g)  $\log_7 343 + \log_2 \sqrt{32} - \log_{1/2} \left( \frac{1}{2} \right)$       h)  $\log_2 \sqrt{2}$

Solución:

a)  $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \ln 1 = \log_2 2^{-3} + \log_3 3^{3/2} - \ln 1 = -3 + \frac{3}{2} - 0 = -\frac{3}{2}$

$$b) \log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2} = \log_2 2^5 + \log_3 3^{4/3} - \ln e^{-2} = 5 + \frac{4}{3} - (-2) = 5 + \frac{4}{3} + 2 = \frac{25}{3}$$

$$c) \log_3 \frac{1}{81} + \log_2 \sqrt{8} - \ln e = \log_3 3^{-4} + \log_2 2^{3/2} - \ln e = -4 + \frac{3}{2} - 1 = \frac{-7}{2}$$

$$d) \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3 \qquad e) \log \frac{1}{1000} = \log 10^{-3} = -3$$

$$f) \log_4 16 + \log_3 \sqrt[5]{81} - \ln 1 = \log_4 4^2 + \log_3 3^{4/5} - \ln 1 = 2 + \frac{4}{5} - 0 = \frac{14}{5}$$

$$g) \log_7 343 + \log_2 \sqrt{32} - \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right) = \log_7 7^3 + \log_2 2^{5/2} - \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right) = 3 + \frac{5}{2} - 1 = \frac{9}{2}$$

$$h) \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{1/2} = \frac{1}{2}$$

**EJERCICIO 22 :** Expresa como un solo logaritmo la siguiente expresión, utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$3 \log 2 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4$$

*Solución:*

$$3 \log 2 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4 = \log 2^3 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4 = \log 8 + \log 5 + \log \frac{1}{25} - \log 4 = \log \frac{8 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \log \frac{2}{5} = -0,40$$

**EJERCICIO 23 :** Si  $\ln k = 0,7$ , calcula el valor de la siguiente expresión:  $\ln \frac{\sqrt[3]{k}}{10} + \ln(10k^2)$

$$\text{Solución: } \ln \frac{\sqrt[3]{k}}{10} + \ln(10k^2) = \ln \sqrt[3]{k} - \ln 10 + \ln 10 + \ln k^2 = \ln k^{1/3} + 2 \ln k = \frac{1}{3} \ln k + 2 \ln k = \frac{7}{3} \ln k = \frac{7}{3} \cdot 0,7 = 1,63$$

**EJERCICIO 24 :** Sabiendo que  $\log 7 = 0,85$ , calcula (sin utilizar la calculadora): a)  $\log 700$     b)  $\log 49$     c)  $\log \sqrt[3]{7}$

$$\text{Solución: a) } \log 700 = \log (7 \cdot 100) = \log 7 + \log 100 = 0,85 + 2 = 2,85$$

$$b) \log 49 = \log 7^2 = 2 \log 7 = 2 \cdot 0,85 = 1,7$$

$$c) \log \sqrt[3]{7} = \log 7^{1/3} = \frac{1}{3} \log 7 = \frac{1}{3} \cdot 0,85 = 0,28$$

**EJERCICIO 25 :** Sabiendo que  $\log 3 = 0,48$ , calcula (sin utilizar la calculadora) el logaritmo (en base 10) de cada uno de estos números: a) 30    b) 9    c)  $\sqrt[5]{9}$

$$\text{Solución: a) } \log 30 = \log (3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,48 + 1 = 1,48$$

$$b) \log 9 = \log 3^2 = 2 \log 3 = 2 \cdot 0,48 = 0,96$$

$$c) \log \sqrt[5]{9} = \log 3^{2/5} = \frac{2}{5} \log 3 = \frac{2}{5} \cdot 0,48 = 0,192$$

**EJERCICIO 26 :**

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:  $\log_2 256 - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_2 \sqrt{2}$

b) Halla el valor de  $x$ , aplicando las propiedades de los logaritmos:  $\log x = 3 \log 2 - 2 \log 3$

*Solución:*

$$a) \log_2 2^8 - \log_3 3^{1/3} + \log_2 2^{1/2} = 8 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{49}{6}$$

$$b) \log x = \log 2^3 - \log 3^2 = \log \frac{2^3}{3^2} = \log \frac{8}{9} \Rightarrow x = \frac{8}{9}$$

**EJERCICIO 27**

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:  $\log_{\sqrt{2}} 2 - \log_3 \frac{1}{27} + \log_2 1$

b) Halla el valor de  $x$  en la expresión:  $\log x^2 = -4$ , sabiendo que  $x > 0$ .

*Solución:*



a)  $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^2 - \log_3 3^{-3} + \log_2 1 = 2 - (-3) + 0 = 2 + 3 = 5$

b)  $\log x^2 = -4 \Rightarrow x^2 = 10^{-4} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{10^4} \Rightarrow x = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

### EJERCICIO 28

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:  $\log \frac{1}{10} + \log_2 \sqrt{32} - \log_2 \frac{1}{4}$

b) Sabiendo que  $\log k = 1,1$  calcula  $\log(10k^3)$ .

Solución:

a)  $\log 10^{-1} + \log_2 2^{5/2} - \log_2 2^{-2} = -1 + \frac{5}{2} - (-2) = -1 + \frac{5}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

b)  $\log(10k^3) = \log 10 + \log k^3 = \log 10 + 3 \log k = 1 + 3 \cdot 1,1 = 1 + 3,3 = 4,3$

### EJERCICIO 29

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:  $\log_3 \frac{1}{9} - \log_3 \sqrt{3} + \log_3 81$

b) Calcula el valor de  $x$ , aplicando las propiedades de los logaritmos:  $\log x = \log 102 - \log 34$

Solución:

a)  $\log_3 3^{-2} - \log_3 3^{1/2} + \log_3 3^4 = -2 - \frac{1}{2} + 4 = \frac{3}{2}$

b)  $\log x = \log \frac{102}{34} \Rightarrow x = \frac{102}{34} = 3$

### EJERCICIO 30

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:  $\log_7 2401 - \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} + \log_2 \sqrt[5]{8}$

b) Si  $\log k = 0,7$  calcula  $\log \left( \frac{\sqrt[3]{k}}{100} \right)$ .

Solución:

a)  $\log_7 7^4 - \log_3 3^{-1/2} + \log_2 2^{3/5} = 4 - \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{5} = 4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{51}{10}$

b)  $\log \frac{\sqrt[3]{k}}{100} = \log \sqrt[3]{k} - \log 100 = \log k^{1/3} - \log 10^2 = \frac{1}{3} \log k - 2 \log 10 = \frac{1}{3} \cdot 0,7 - 2 \cdot 1 = 0,23 - 2 = -1,77$

## ERRORES Y COTAS

**EJERCICIO 31** : Halla los errores y cotas de los errores al aproximar el número  $\pi$  a las centésimas.

Valor real  $\pi = 3,14159265\dots$

Valor de medición: 3,14

Error absoluto =  $|\text{Valor real} - \text{Valor de medición}| = |3,14159265\dots - 3,14| = 0,00159265\dots < 0,002 = 2 \cdot 10^{-3}$

Error relativo =  $\frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\pi} = 6,366197724\dots \cdot 10^{-4} < 6,37 \cdot 10^{-4}$

## NOTACIÓN CIENTÍFICA

**EJERCICIO 32** : Los valores de  $A, B$  y  $C$  son:  $A = 2,28 \cdot 10^7$        $B = 2 \cdot 10^{-4}$        $C = 4,3 \cdot 10^5$

Calcula :  $\frac{A}{B} + A \cdot C$

Solución:  $\frac{A}{B} + A \cdot C = \frac{2,28 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^{-4}} + (2,28 \cdot 10^7) \cdot (4,3 \cdot 10^5) =$

$= 1,14 \cdot 10^{11} + 9,804 \cdot 10^{12} = 1,14 \cdot 10^{11} + 98,04 \cdot 10^{11} = 99,18 \cdot 10^{11} = 9,918 \cdot 10^{12}$

**EJERCICIO 33** : Calcula y expresa el resultado en notación científica:

a)  $\frac{3,7 \cdot 10^{12} - 4,2 \cdot 10^{11} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}}$       b)  $\frac{(2,4 \cdot 10^{-5})^2 + 3,1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-12}}$

*Solución:*

a)  $\frac{3,7 \cdot 10^{12} - 4,2 \cdot 10^{11} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{370 \cdot 10^{10} - 42 \cdot 10^{10} + 28 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} =$

$= \frac{(370 - 42 + 28) \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = \frac{356 \cdot 10^{10}}{1,2 \cdot 10^{-4}} = 296,67 \cdot 10^{14} = 2,9667 \cdot 10^{16} \approx 2,97 \cdot 10^{16}$

b)  $\frac{(2,4 \cdot 10^{-5})^2 + 3,1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-12}} = \frac{5,76 \cdot 10^{-10} + 3,1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-12}} = \frac{5,76 \cdot 10^{-10} + 310 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-12}} = \frac{315,76 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-12}} = 157,88 \cdot 10^2 =$

$= 1,5788 \cdot 10^4 \approx 1,58 \cdot 10^4$

**EJERCICIO 34** : Una vacuna tiene 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una?

*Solución:*

$10^8$  bacterias/cm<sup>3</sup>    y     $80 \text{ mm}^3 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$

$120 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = 9,6 \text{ cm}^3$  en una caja.

$9,6 \cdot 10^8$  número de bacterias en una caja.

**EJERCICIO 35** :

a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4 500 000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros.

b) ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros por término medio? Exprésalo en kilómetros.

*Solución:*

a)  $5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$  de sangre

$4,5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^6 = 2,25 \cdot 10^{13}$  número de glóbulos rojos

b)  $2,25 \cdot 10^{13} \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ mm} = 180 \text{ 000 km}$