

Evaluación interna

Propósito de la evaluación interna

La evaluación interna es una parte fundamental del curso y es obligatoria tanto en el NM como en el NS. Permite a los alumnos demostrar la aplicación de sus habilidades y conocimientos, y dedicarse a aquellas áreas que despierten su interés sin limitación de tiempo ni otro tipo de restricciones asociadas a los exámenes escritos. La evaluación interna debe, en la medida de lo posible, integrarse en la enseñanza normal de clase, y no ser una actividad aparte que tiene lugar una vez que se han impartido todos los contenidos del curso.

La evaluación interna en el NM y el NS es una exploración individual. Consiste en un trabajo escrito de investigación en un área de las matemáticas y se corrige de acuerdo con cinco criterios de evaluación.

Orientación y autoría original

La exploración presentada para la evaluación interna debe ser trabajo original del alumno. Sin embargo, no se pretende que los alumnos decidan el título o el tema y que se les deje trabajar en el componente de evaluación interna sin ningún tipo de ayuda por parte del profesor. El profesor debe desempeñar un papel importante en las etapas de planificación y desarrollo de la exploración.

Es responsabilidad del profesor asegurarse de que los alumnos estén familiarizados con:

- Los requisitos del tipo de trabajo que se va a evaluar internamente.
- La política de probidad académica del IB, disponible en el Centro de recursos para los programas.
- Los criterios de evaluación; los alumnos deben entender que el trabajo que presenten para evaluación ha de abordar estos criterios eficazmente.

Los profesores y los alumnos deben discutir la exploración. Se debe animar a los alumnos a dirigirse al profesor en busca de consejos e información, y no se les debe penalizar por solicitar orientación. Como parte del proceso de aprendizaje, los profesores deben leer un borrador del trabajo y asesorar a los alumnos al respecto. El profesor debe aconsejar al alumno de manera oral o escrita sobre cómo mejorar su trabajo, pero no debe modificar el borrador. La siguiente versión que llegue a manos del profesor debe ser la versión definitiva lista para entregar.

Los profesores tienen la responsabilidad de asegurarse de que todos los alumnos entiendan el significado y la importancia de los conceptos relacionados con la probidad académica, especialmente los de autoría original y propiedad intelectual. Los profesores deben verificar que todos los trabajos que los alumnos entreguen para evaluación hayan sido preparados conforme a los requisitos y explicar claramente a los alumnos que el trabajo que se evalúe internamente debe ser original en su totalidad.

Los profesores deben verificar la autoría original de todo trabajo que se envíe al IB para su moderación o evaluación y no deben enviar ningún trabajo que constituya (o sospechen que constituye) un caso de conducta impropia. Cada alumno debe confirmar que el trabajo que presenta para la evaluación es original y que es la versión final. Una vez que el alumno ha entregado oficialmente la versión final de su trabajo, no puede pedir que se lo devuelvan para modificarlo. El requisito de confirmar la originalidad del trabajo se aplica al trabajo de todos los alumnos, no solo de aquellos que formen parte de la muestra que se enviará al IB para moderación. Para más información, consulte las siguientes publicaciones del IB: *La probidad académica en el contexto educativo del IB*, *El Programa del Diploma: de los principios a la práctica* y los artículos pertinentes del *Reglamento general del Programa del Diploma*.

La autoría de los trabajos se puede comprobar debatiendo su contenido con el alumno y analizando con detalle uno o más de los aspectos siguientes:

- La propuesta inicial del alumno
- El primer borrador del trabajo escrito
- Las referencias bibliográficas citadas
- El estilo de redacción, comparado con trabajos que se sabe que ha realizado el alumno
- El análisis del trabajo con un servicio en línea de detección de plagio como, por ejemplo, www.turnitin.com

No se permite presentar un mismo trabajo para la evaluación interna y la Monografía.

Colaboración y trabajo en equipo

La colaboración y el trabajo en equipo son elementos clave en los que se centran los enfoques de la enseñanza en el PD. Se recomienda a los profesores que utilicen el tiempo de clase disponible para gestionar la colaboración entre los alumnos. Mientras trabajan en la exploración, se debe animar a los alumnos a colaborar con sus compañeros en las distintas etapas del proceso para, por ejemplo:

- Generar ideas
- Elegir el tema de la exploración
- Compartir fuentes de investigación
- Adquirir los conocimientos y las habilidades necesarios
- Obtener comentarios de sus compañeros sobre su trabajo escrito

El sitio web de los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje, disponible en el Centro de recursos para los programas, es un recurso excelente para desarrollar las habilidades de colaboración de los alumnos.

Si bien se debe animar a los alumnos a discutir sus ideas con sus compañeros, no es apropiado que trabajen juntos en una misma exploración. Es importante que los alumnos demuestren cómo han incorporado en su trabajo las fuentes consultadas y las ideas discutidas con otros, y que muestren siempre sus conocimientos y su compromiso con el trabajo de la manera que se describe en los criterios de evaluación. Se califica el desarrollo de la exploración por parte del alumno y su contribución a esta, no el trabajo procedente de otras fuentes o realizado por otras personas, ya sea individualmente o en colaboración.

Es imprescindible que los alumnos entiendan que la redacción y los cálculos que presenten en su exploración deben ser siempre su propio trabajo. Esto significa que los razonamientos que hagan y las ideas en las que se basen esos razonamientos deben ser suyos propios; de lo contrario, deben citar la fuente de dichas ideas. Todas las fuentes utilizadas deben citarse debidamente, lo cual incluye imágenes, diagramas, gráficos, fórmulas, etc.

En los casos específicos en los que se necesite recabar información, datos o mediciones, es imprescindible que cada alumno obtenga sus propios datos aun cuando procedan de un experimento en grupo. Los datos o las mediciones en grupo se pueden combinar para que haya suficiente información como para realizar un análisis individual. En este caso, cada alumno deberá describir claramente qué datos son los suyos en el informe escrito de la exploración.

Distribución del tiempo

La evaluación interna es una parte fundamental de los cursos de Matemáticas y representa un 20 % de la evaluación final en el NM y el NS. Este porcentaje debe verse reflejado en el tiempo que se dedica a enseñar los conocimientos y las habilidades necesarios para llevar a cabo el trabajo de evaluación interna, así como en el tiempo total dedicado a realizar el trabajo.

Se recomienda asignar un total de aproximadamente 10-15 horas lectivas para el trabajo de evaluación interna. En estas horas se deberá incluir:

- El tiempo que necesita el profesor para explicar a los alumnos los requisitos de la exploración
- El tiempo de clase para que los alumnos trabajen en la exploración y planteen preguntas
- El tiempo para consultas entre el profesor y cada alumno

- El tiempo para revisar el trabajo y evaluar cómo progresa, y para comprobar que es original

Requisitos y recomendaciones

Los alumnos pueden elegir entre una amplia variedad de actividades, como la modelización, las investigaciones y las aplicaciones de las matemáticas. Para ayudar a profesores y alumnos en la elección del tema, en el material de ayuda al profesor hay disponible una lista de sugerencias. Sin embargo, los alumnos no están obligados a elegir una opción de esta lista.

La exploración debe tener una extensión aproximada de entre 12 y 20 páginas con interlineado doble, incluidos los diagramas y los gráficos, pero sin contar la bibliografía. No obstante, lo importante es la calidad del trabajo matemático y no la extensión.

El profesor ha de ofrecer una orientación adecuada en cada una de las etapas de la exploración como, por ejemplo, dirigir a los alumnos hacia líneas de indagación más fructíferas, hacer sugerencias sobre fuentes de información apropiadas, y dar consejos sobre el contenido y la claridad de la exploración en su fase de redacción.

Los profesores deben advertir a los alumnos sobre la existencia de errores, pero sin corregirlos de manera explícita. Es necesario insistir en que los alumnos deben consultar con el profesor a lo largo de todo el proceso.

Todos los alumnos han de estar familiarizados con los requisitos y con los criterios de evaluación de la exploración. Los alumnos han de comenzar a planificar sus exploraciones lo más pronto posible una vez comenzado el curso. Los plazos de entrega se deben establecer y cumplir de modo estricto. Debe fijarse una fecha para la entrega del tema de la exploración y una breve descripción de él, otra para la entrega del primer borrador y, por supuesto, la fecha para la finalización de la exploración.

Para desarrollar las exploraciones, los alumnos deben tratar de hacer uso de los conocimientos matemáticos adquiridos durante el curso. El nivel de complejidad debe ser acorde con el del curso, es decir, debe ser similar al establecido en el programa de estudios. No se espera que los alumnos elaboren un trabajo sobre temas no incluidos en el programa de estudios (no obstante, ello no será objeto de sanción).

Las pautas éticas deben cumplirse a lo largo de la planificación y la realización de la exploración. Para obtener más información, véase el póster *Conducta ética en el Programa del Diploma* disponible en el Centro de recursos para los programas.

Presentación

En la portada de la exploración, se debe indicar la siguiente información:

- El título de la exploración
- El número de páginas

Las referencias bibliográficas no se evalúan, pero, si no se incluyen en el informe final, es posible que se cuestione la exploración por razones de probidad académica.

Uso de los criterios de evaluación en la evaluación interna

Para la evaluación interna, se ha establecido una serie de criterios de evaluación. Cada criterio de evaluación cuenta con descriptores que describen un nivel de logro específico y equivalen a un determinado rango de puntos. Los descriptores se centran en aspectos positivos aunque, en los niveles más bajos, la descripción puede mencionar la falta de logros.

Los profesores deben valorar los trabajos de evaluación interna del NM y del NS utilizando los descriptores de nivel de los criterios.

Se utilizan los mismos criterios A, B, C y D para el NM y el NS. El criterio E (uso de las matemáticas) es diferente para el NM y el NS.

El propósito es encontrar, para cada criterio, el descriptor que exprese de la forma más adecuada el nivel de logro alcanzado por el alumno. Esto implica que, cuando un trabajo demuestre niveles de logro distintos para los diferentes aspectos de un criterio, será necesario compensar dichos niveles. La puntuación asignada debe ser aquella que refleje más justamente el logro general de los aspectos del criterio. No es necesario cumplir todos los aspectos de un descriptor de nivel para obtener dicha puntuación.

Al evaluar el trabajo de un alumno, los profesores deben leer los descriptores de cada criterio hasta llegar al descriptor que describa de manera más apropiada el nivel del trabajo que se está evaluando. Si un trabajo parece estar entre dos descriptores, se deben leer de nuevo ambos descriptores y elegir el que mejor describa el trabajo del alumno.

En los casos en que un descriptor de nivel comprenda dos o más puntuaciones, los profesores deben conceder las puntuaciones más altas si el trabajo del alumno demuestra en gran medida las cualidades descritas; el trabajo puede estar cerca de alcanzar las puntuaciones del descriptor de nivel superior. Los profesores deben conceder las puntuaciones más bajas si el trabajo del alumno demuestra en menor medida las cualidades descritas; el trabajo puede estar cerca de alcanzar las puntuaciones del descriptor de nivel inferior.

Solamente deben utilizarse números enteros y no notas parciales, como fracciones o decimales.

Los profesores no deben pensar en términos de aprobado o no aprobado, sino que deben concentrarse en identificar el descriptor apropiado para cada criterio de evaluación.

Los descriptores de nivel más altos no implican un trabajo perfecto: están al alcance de los alumnos. Los profesores no deben dudar en conceder los niveles extremos si corresponden a descriptores apropiados del trabajo que se está evaluando.

Un alumno que alcance un nivel de logro alto en un criterio no necesariamente alcanzará niveles altos en los demás criterios. Igualmente, un alumno que alcance un nivel de logro bajo en un criterio no necesariamente alcanzará niveles bajos en los demás criterios. Los profesores no deben suponer que la evaluación general de los alumnos debe dar como resultado una distribución determinada de puntuaciones.

Se recomienda que los alumnos tengan acceso a los criterios de evaluación.

Descripción detallada de la evaluación interna

Exploración matemática

Duración: 10 a 15 horas

Porcentaje del total de la evaluación: 20 %

Introducción

El componente de evaluación interna en este curso es una exploración matemática. Consiste en un breve informe escrito por el alumno, basado en un tema elegido por este, y que debe centrarse en las matemáticas de esa área determinada. Se hace hincapié en la comunicación matemática (incluidos diagramas, fórmulas, gráficos, tablas, etc.) con el enfoque propio del alumno, y el profesor debe proporcionar comentarios sobre el trabajo a través de, por ejemplo, debates y entrevistas. De este modo, los alumnos pueden desarrollar un área de su interés sin las limitaciones de tiempo de los exámenes y experimentar una sensación de éxito.

El informe final debe tener una extensión aproximada de entre 12 y 20 páginas, con interlineado doble. Puede estar escrito a mano o con procesador de textos. Los alumnos han de ser capaces de explicar todas las etapas de su trabajo de manera que demuestren una comprensión clara. Aunque no se pretende que los alumnos hagan una presentación de su trabajo en clase, este ha de estar escrito de modo que sus compañeros puedan seguirlo con relativa facilidad. El informe debe incluir una bibliografía detallada y es necesario que se incluyan referencias a las fuentes según la política de probidad académica del IB. Las citas textuales deben mencionar la fuente.

Propósito de la exploración

Los objetivos generales de Matemáticas: Análisis y Enfoques y de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación, tanto en el NM como en el NS, se logran a través de los objetivos de evaluación que se evalúan formalmente como parte del curso, sea en los exámenes escritos, en la exploración, o en ambos. Se pretende que la exploración, además de evaluar los objetivos de evaluación del curso, proporcione a los alumnos oportunidades para aumentar su comprensión de los conceptos y procesos matemáticos, y para desarrollar una noción más amplia de las matemáticas. Esto se recoge en los objetivos generales del curso. Se espera que, realizando la exploración, los alumnos saquen provecho de las actividades matemáticas llevadas a cabo, y que estas les resulten motivadoras y gratificantes. Ello les permitirá desarrollar los atributos del perfil de la comunidad de aprendizaje del IB.

Con la exploración se pretende:

- Que los alumnos desarrollen una perspectiva propia acerca de la naturaleza de las matemáticas, así como la capacidad para plantearse sus propias preguntas sobre la disciplina
- Proporcionar a los alumnos oportunidades para realizar un trabajo matemático durante un período de tiempo prolongado
- Que los alumnos puedan experimentar la satisfacción de aplicar procesos matemáticos de forma independiente
- Proporcionar a los alumnos la oportunidad de experimentar la belleza, las posibilidades y la utilidad de las matemáticas
- Motivar a los alumnos, cuando proceda, a descubrir, utilizar y apreciar el poder de la tecnología como herramienta matemática
- Que los alumnos sean capaces de desarrollar cualidades tales como la paciencia y la perseverancia, así como de reflexionar sobre el significado de los resultados que obtienen
- Proporcionar a los alumnos oportunidades para exponer con confianza el alcance de su evolución en matemáticas

Organización y desarrollo de la exploración

El trabajo relacionado con la exploración debe realizarse como parte del curso, de modo que los alumnos tengan la oportunidad de adquirir las habilidades necesarias. El tiempo de clase dedicado a la exploración puede, por tanto, utilizarse para realizar discusiones generales sobre temas de estudio, así como para que los alumnos se familiaricen con los criterios. En el material de ayuda al profesor se incluye más información sobre el desarrollo de la exploración.

Criterios de evaluación interna: NM y NS

La exploración es evaluada internamente por el profesor y moderada externamente por el IB utilizando criterios de evaluación que están relacionados con los objetivos de evaluación de la asignatura.

La exploración se evalúa de acuerdo con los cinco criterios siguientes. La nota final de la exploración es la suma de los puntos obtenidos en cada criterio. La nota final máxima es 20.

Los alumnos que no presenten una exploración no recibirán una calificación final para el curso de Matemáticas.

Criterio A	Presentación
Criterio B	Comunicación matemática
Criterio C	Compromiso personal
Criterio D	Reflexión
Criterio E	Uso de las matemáticas

Criterio A: presentación

Nivel de logro	Descriptor
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	La exploración tiene cierta coherencia o cierta organización.
2	La exploración tiene cierta coherencia y muestra cierta organización.
3	La exploración es coherente y está bien organizada.
4	La exploración es coherente, está bien organizada y es concisa.

El criterio sobre presentación evalúa la organización y la coherencia de la exploración.

Una exploración **coherente** está desarrollada de modo lógico, es fácil de seguir y cumple su objetivo. La coherencia hace referencia a la estructura o el marco general de la exploración, que incluye la introducción, el cuerpo principal y la conclusión, y a lo bien enlazadas que están las distintas partes.

Una exploración **bien organizada** consta de una introducción, una descripción del objetivo general de la exploración y una conclusión. Se deben incluir los gráficos, las tablas y los diagramas pertinentes donde corresponda en el trabajo y no adjuntarlos como anexos al final del documento. Los anexos deben utilizarse para incluir información sobre grandes conjuntos de datos, así como gráficos, tablas y diagramas adicionales.

Una exploración **concisa** no contiene descripciones, gráficos o cálculos repetitivos que sean irrelevantes o innecesarios.

El uso de medios tecnológicos no es obligatorio, pero sí recomendable en aquellos casos en los que resulte apropiado. No obstante, el empleo de enfoques analíticos (en lugar de enfoques tecnológicos) no implica necesariamente una falta de concisión y no debe penalizarse. Esto no significa que se tengan que aceptar los cálculos repetitivos.

Criterio B: comunicación matemática

Nivel de logro	Descriptor
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	La exploración contiene cierta comunicación matemática pertinente y, en parte, adecuada.
2	La exploración contiene cierta comunicación matemática pertinente y adecuada.
3	La comunicación matemática es pertinente, adecuada y, en su mayor parte, coherente.
4	La comunicación matemática es pertinente, adecuada y coherente en su totalidad.

El criterio sobre comunicación matemática evalúa en qué medida el alumno:

- Ha utilizado el lenguaje matemático apropiado (por ejemplo, **notación, símbolos y terminología**). El uso de notación de calculadora o de computadora solo es aceptable si la ha generado un programa informático. Se espera que los alumnos utilicen la notación matemática adecuada en su trabajo.
- Ha definido los **términos clave** y las variables, cuando sea necesario.
- Ha utilizado **múltiples formas de representación matemática**, tales como fórmulas, diagramas, tablas, gráficos y modelos, donde resulte apropiado.
- Ha empleado un **método deductivo** y ha expuesto sus demostraciones de manera lógica, donde resulte apropiado.

En el nivel 1, por ejemplo, las exploraciones pueden incluir gráficos que no se hayan rotulado o el uso sistemático de notación de computadora, pero ninguna otra forma de comunicación matemática correcta.

Se puede alcanzar el nivel 4 aunque se haya utilizado únicamente una forma de representación matemática, siempre y cuando esta resulte adecuada para el tema que se está explorando. En el nivel 4, no se deben penalizar los errores *menores* que no impidan una comunicación clara.

Criterio C: compromiso personal

Nivel de logro	Descriptor
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Hay indicios de cierto compromiso personal.
2	Hay indicios de un importante compromiso personal.
3	Hay indicios de un excelente compromiso personal.

El criterio sobre compromiso personal evalúa la medida en que el alumno se compromete con el tema, explorando las matemáticas y haciéndolo propio. No mide el esfuerzo del alumno.

El compromiso personal se puede reconocer de distintas maneras, como puede ser el pensamiento independiente o creativo, la presentación de ideas matemáticas a su manera, la exploración del tema desde diferentes perspectivas, o la realización y comprobación de predicciones. El material de ayuda al profesor brinda más ejemplos de compromiso personal (aunque no son los únicos) que se corresponden con los distintos niveles de logro.

El trabajo del alumno tiene que demostrar que ha habido compromiso personal. No basta con que el profesor comente que el alumno ha mostrado un gran compromiso.

Es poco probable que alcancen niveles altos aquellas exploraciones que parezcan de libro de texto o que reproduzcan matemáticas que se pueden encontrar fácilmente, sin que el alumno aporte su propia perspectiva.

Importante: El alumno demuestra un verdadero compromiso personal en algunas partes de la exploración, y es evidente que estas impulsan la exploración y ayudan al lector a entender mejor las intenciones del alumno.

Excelente: El alumno demuestra un verdadero compromiso personal en numerosas partes de la exploración. Estas están bien desarrolladas y es evidente que impulsan la exploración de manera creativa. Da la impresión de que el alumno, con su propio enfoque, ha desarrollado una comprensión completa del contexto del tema de la exploración y el lector entiende mejor sus intenciones.

Criterio D: reflexión

Nivel de logro	Descriptor
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Hay indicios de una reflexión limitada.
2	Hay indicios de una reflexión significativa.
3	Hay indicios contundentes de una reflexión crítica.

El criterio sobre reflexión evalúa en qué medida el alumno revisa, analiza y evalúa la exploración. Aunque la reflexión se puede ver en las conclusiones de la exploración, también se puede encontrar a lo largo del trabajo.

Describir simplemente los resultados constituye una **reflexión limitada**. Para alcanzar niveles de logro más altos es necesario un análisis más profundo.

Entre las posibles formas de demostrar que ha habido una **reflexión significativa** están: hacer referencia a los objetivos de la exploración, comentar qué es lo que se ha aprendido, considerar alguna limitación o comparar distintos enfoques matemáticos.

Una **reflexión crítica** es una reflexión crucial, decisiva o sumamente perspicaz que, a menudo, desarrollará la exploración al considerar los resultados matemáticos y su efecto en la comprensión que el alumno tiene del tema. Entre las posibles formas de demostrar que ha habido una reflexión crítica están: plantearse lo que podría hacerse a continuación, discutir qué implicaciones tienen los resultados, discutir los puntos fuertes y débiles de cada enfoque, y considerar diferentes perspectivas.

Indicios contundentes quiere decir que la reflexión crítica está presente a lo largo de toda la exploración. Si solo se aprecia al final de la exploración, deberá ser de muy buena calidad y demostrar cómo ha desarrollado la exploración para que el alumno pueda lograr un nivel 3.

El material de ayuda al profesor brinda más ejemplos de reflexión (aunque no son los únicos) que se corresponden con los distintos niveles de logro.

Criterio E: uso de las matemáticas (NM)

Nivel de logro	Descriptor
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes.
2	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes. Se demuestra una comprensión limitada.
3	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Se demuestra una comprensión limitada.
4	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son parcialmente correctos. Se demuestran cierto conocimiento y cierta comprensión.
5	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son, en su mayor parte, correctos. Se demuestran un conocimiento y una comprensión buenos.
6	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos. Se demuestran un conocimiento y una comprensión sólidos.

El criterio sobre el uso de las matemáticas del NM evalúa en qué medida los alumnos utilizan matemáticas pertinentes en la exploración.

Se consideran **pertinentes** las matemáticas que permiten desarrollar la exploración de manera que esta pueda lograr su objetivo. El uso de matemáticas excesivamente complicadas, cuando habrían bastado otras más sencillas, no es pertinente.

Se espera de los alumnos que elaboren un trabajo que sea **acorde con el nivel** del curso, lo cual significa que no debe estar basado únicamente en los temas de matemáticas incluidos en los conocimientos previos. Los aspectos matemáticos explorados deben ser parte del programa de estudios, o bien de un nivel similar.

Una palabra clave en los descriptores es **“demostrar”**. Este término de instrucción se define como “aclarar mediante razonamientos o datos, ilustrando con ejemplos o aplicaciones prácticas”. Obtener la respuesta correcta no es suficiente para demostrar comprensión (ni siquiera cierta comprensión) y poder lograr un nivel 2 o superior en este criterio.

Para que el conocimiento y la comprensión puedan considerarse **sólidos**, deben demostrarse a lo largo de todo el trabajo.

Las matemáticas se pueden considerar que son **correctas** incluso si existen errores esporádicos y de poca importancia, siempre y cuando no desvirtúen el razonamiento matemático ni lleven a resultados poco razonables.

Se anima a los alumnos a que utilicen medios tecnológicos para obtener resultados cuando resulte apropiado, pero **deben demostrar comprensión** para poder obtener un nivel superior a 1; por ejemplo, la mera sustitución de valores en una fórmula no necesariamente demuestra una comprensión de los resultados.

Basta con utilizar las matemáticas necesarias para desarrollar la exploración: pueden ser simplemente unos pocos elementos breves de matemáticas o incluso un único tema (o subtema) del programa de estudios. Es mejor hacer pocas cosas, pero hacerlas bien, que hacer muchas cosas no tan bien. Si las matemáticas utilizadas resultan pertinentes para el tema que se está explorando, son acordes con el nivel del curso y el alumno las ha comprendido bien, se puede otorgar un nivel de logro alto en este criterio.

Criterio E: uso de las matemáticas (NS)

Nivel de logro	Descriptor
0	La exploración no alcanza ninguno de los niveles especificados por los descriptores que figuran a continuación.
1	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes. Se demuestra una comprensión limitada.
2	Se utilizan unas matemáticas algo pertinentes. Los aspectos matemáticos explorados son parcialmente correctos. Se demuestran cierto conocimiento y cierta comprensión.
3	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos. Se demuestran cierto conocimiento y cierta comprensión.
4	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos. Se demuestran un conocimiento y una comprensión buenos.
5	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados son correctos y demuestran complejidad o rigor. Se demuestran un conocimiento y una comprensión sólidos.
6	Se utilizan unas matemáticas pertinentes y acordes con el nivel del curso. Los aspectos matemáticos explorados demuestran precisión, complejidad y rigor. Se demuestran un conocimiento y una comprensión sólidos.

El criterio sobre el uso de las matemáticas del NS evalúa en qué medida los alumnos utilizan matemáticas pertinentes en la exploración.

Se espera de los alumnos que elaboren un trabajo que sea **acorde con el nivel** del curso, lo cual significa que no debe estar basado únicamente en los temas de matemáticas incluidos en los conocimientos previos. Los aspectos matemáticos explorados deben ser parte del programa de estudios, o bien de un nivel similar o un poco superior. Sin embargo, **no** es necesario que sean de un nivel superior al del programa de estudios para obtener los niveles más altos en este criterio.

Una palabra clave en los descriptores es **“demostrar”**. Este término de instrucción se define como “aclarar mediante razonamientos o datos, ilustrando con ejemplos o aplicaciones prácticas”. Obtener la respuesta correcta no es suficiente para demostrar comprensión (ni siquiera cierta comprensión) y poder lograr un nivel 2 o superior en este criterio.

Para que el conocimiento y la comprensión puedan considerarse **sólidos**, deben demostrarse a lo largo de todo el trabajo. Los pasos seguidos en el desarrollo matemático de la exploración se deben justificar con razonamientos.

Se consideran **pertinentes** las matemáticas que permiten desarrollar la exploración de manera que esta pueda lograr su objetivo. El uso de matemáticas excesivamente complicadas, cuando habrían bastado otras más sencillas, no es pertinente.

Las matemáticas se pueden considerar que son **correctas** incluso si existen errores esporádicos y de poca importancia, siempre y cuando no desvirtúen el razonamiento matemático ni lleven a resultados poco razonables. La **precisión** matemática implica la ausencia de errores y un nivel de aproximación adecuado en todo momento.

Complejidad: Para que se consideren complejas, las matemáticas utilizadas deben ser acordes con el programa de estudios del NS o, si forman parte del programa de estudios del NM, deben usarse con una complejidad que supere lo que cabría esperar razonablemente de un alumno del NM. La complejidad en matemáticas puede incluir la comprensión y el uso de conceptos matemáticos de mayor dificultad, afrontar un problema desde perspectivas distintas y percibir estructuras subyacentes que vinculen áreas distintas de las matemáticas.

El **rigor** implica claridad de lógica y lenguaje al hacer razonamientos y cálculos matemáticos. Las afirmaciones matemáticas que sean pertinentes para el desarrollo de la exploración deben justificarse o probarse.

Se anima a los alumnos a que utilicen medios tecnológicos para obtener resultados cuando resulte apropiado, pero **deben demostrar comprensión** para poder llegar, como mínimo, al nivel 1; por ejemplo, la mera sustitución de valores en una fórmula no necesariamente demuestra una comprensión de los resultados.

Basta con utilizar las matemáticas necesarias para desarrollar la exploración: pueden ser simplemente unos pocos elementos breves de matemáticas o incluso un único tema (o subtema) del programa de estudios. Es mejor hacer pocas cosas, pero hacerlas bien, que hacer muchas cosas no tan bien. Si las matemáticas utilizadas resultan pertinentes para el tema que se está explorando, son acordes con el nivel del curso y el alumno las ha comprendido bien, se puede otorgar un nivel de logro alto en este criterio.

Glosario de términos de instrucción

Términos de instrucción para Matemáticas: Análisis y Enfoques

Los alumnos deberán familiarizarse con los siguientes términos y expresiones utilizados en las preguntas de examen. Los términos se deberán interpretar tal y como se describe a continuación. Aunque estos términos se usarán frecuentemente en las preguntas de examen, también podrán usarse otros términos con el fin de guiar a los alumnos para que presenten un argumento de una manera específica.

Término de instrucción	Definición
A partir de lo anterior	Utilizar los resultados obtenidos anteriormente para responder a la pregunta.
A partir de lo anterior o de cualquier otro modo	La expresión sugiere que se utilicen los resultados obtenidos anteriormente, pero también pueden considerarse válidos otros métodos.
Calcular	Obtener una respuesta numérica y mostrar las operaciones pertinentes.
Comentar	Emitir un juicio basado en un enunciado determinado o en el resultado de un cálculo.
Comparar	Exponer las semejanzas entre dos (o más) elementos o situaciones refiriéndose constantemente a ambos (o a todos).
Comparar y contrastar	Exponer las semejanzas y diferencias entre dos (o más) elementos o situaciones refiriéndose constantemente a ambos (o a todos).
Contrastar	Exponer las diferencias entre dos (o más) elementos o situaciones refiriéndose constantemente a ambos (o a todos).
Deducir	Establecer una conclusión a partir de la información suministrada.
Demostrar	Aclarar mediante razonamientos o datos, ilustrando con ejemplos o aplicaciones prácticas.
Derivar	Obtener la derivada de una función.
Describir	Exponer detalladamente.
Determinar	Obtener la única respuesta posible.
Dibujar aproximadamente	Representar por medio de un diagrama o gráfico (rotulados si fuese necesario). Estos deberán dar una idea general de la figura o relación que se pide y deberá incluir las características pertinentes.
Dibujar con precisión	Representar a lápiz por medio de un diagrama o un gráfico precisos y rotulados. Se debe utilizar una regla para las líneas rectas. Los diagramas se deben dibujar a escala. En los gráficos, cuando el caso lo requiera, los puntos deben aparecer correctamente marcados y unidos, bien por una línea recta o por una curva suave.
Distinguir	Indicar de forma clara las diferencias entre dos o más conceptos o elementos.
Elaborar	Mostrar información de forma lógica o con un gráfico.

Término de instrucción	Definición
Enumerar	Proporcionar una lista de respuestas cortas sin ningún tipo de explicación.
Escribir	Obtener la respuesta (o respuestas), por lo general, a partir de la información que se puede extraer. Se requieren pocos cálculos o ninguno, y no es necesario mostrar los pasos que se han seguido.
Estimar	Obtener un valor aproximado.
Explicar	Exponer detalladamente las razones o causas de algo.
Hallar	Obtener una respuesta mostrando los pasos pertinentes.
Identificar	Dar una respuesta entre un número de posibilidades.
Indicar	Especificar un nombre, un valor o cualquier otro tipo de respuesta corta sin aportar explicaciones ni cálculos.
Integrar	Obtener la integral de una función.
Interpretar	Utilizar los conocimientos y la comprensión para reconocer tendencias y extraer conclusiones a partir de información determinada.
Investigar	Observar, estudiar o realizar un examen detallado y sistemático para probar hechos y llegar a nuevas conclusiones.
Justificar	Proporcionar razones o pruebas válidas que respalden una respuesta o conclusión.
Mostrar	Indicar los pasos realizados en un cálculo o deducción.
Mostrar que	Obtener el resultado requerido (posiblemente, utilizando la información dada) sin necesidad de una prueba. En este tipo de preguntas, por lo general, no es necesario el uso de la calculadora.
Predecir	Dar un resultado esperado.
Probar	Utilizar una secuencia de pasos lógicos para obtener el resultado requerido de un modo formal.
Resolver	Obtener la respuesta por medio de métodos algebraicos, numéricos o gráficos.
Rotular	Añadir rótulos o encabezamientos a un diagrama.
Situar	Marcar la posición de puntos en un diagrama.
Sugerir	Proponer una solución, una hipótesis u otra posible respuesta.
Verificar	Proporcionar pruebas que validen el resultado.

Notación

Entre los diversos tipos de notación de uso habitual, el IB ha decidido adoptar un sistema que sigue las recomendaciones de la Organización Internacional de Normalización (ISO). Esta notación se utiliza en las pruebas de examen de esta asignatura sin explicaciones adicionales. Si en una prueba de examen dada se utilizase alguna otra forma de notación distinta de la que aparece en esta guía, se incluirá explícitamente la definición de dicha notación dentro de la pregunta donde aparezca.

Puesto que los alumnos deben reconocer, aunque no necesariamente utilizar, la notación que el IB emplea en los exámenes, se recomienda que los profesores la introduzcan lo antes posible. Durante los exámenes los alumnos **no** podrán consultar ningún documento donde se explique el significado de esta notación.

Los alumnos deben utilizar siempre la notación matemática correcta; en ningún caso está permitido usar notación de calculadora.

NM y NS

\mathbb{N}	Conjunto de los números enteros positivos y el cero $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Z}	Conjunto de los números enteros $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
\mathbb{Z}^+	Conjunto de los números enteros positivos $\{1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Q}	Conjunto de los números racionales
\mathbb{Q}^+	Conjunto de los números racionales positivos $\{x \mid x \in \mathbb{Q}, x > 0\}$
\mathbb{R}	Conjunto de los números reales
\mathbb{R}^+	Conjunto de los números reales positivos $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$
$\{x_1, x_2, \dots\}$	Conjunto formado por los elementos x_1, x_2, \dots
$n(A)$	Número de elementos que hay en el conjunto finito A
$\{x \mid \quad \}$	Conjunto formado por todos los x tales como
\in	Es un elemento de
\notin	No es un elemento de
\emptyset	Conjunto vacío
U	Conjunto universal
\cup	Unión
\cap	Intersección
A'	El complemento del conjunto A
$a^{\frac{1}{2}}, \sqrt{a}$	a elevado a $\frac{1}{2}$, raíz cuadrada de a (si $a \geq 0$, entonces $\sqrt{a} \geq 0$)
$a^{\frac{1}{n}}, \sqrt[n]{a}$	a elevada a $\frac{1}{n}$, raíz de n –ésimo a (si $a \geq 0$, entonces $\sqrt[n]{a} \geq 0$)
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	a elevado a $-n$, la recíproca de a^n

$ x $	El módulo o valor absoluto de x , que es $\begin{cases} x & \text{para } x \geq 0, x \in \mathbb{R} \\ -x & \text{para } x < 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$
\equiv	Identidad
\approx	Es aproximadamente igual a
$>$	Es mayor que
\geq	Es mayor o igual que
$<$	Es menor que
\leq	Es menor o igual que
\nlessgtr	No es mayor que
\nlessgtr	No es menor que
\Rightarrow	Implica
\Leftrightarrow	Si y solo si
u_n	Término n -ésimo de una progresión o de una serie
d	Diferencia común de una progresión aritmética
r	Razón común de una progresión geométrica
S_n	Suma de los primeros n términos de una progresión, $u_1 + u_2 + \dots + u_n$
S_∞	Suma de los infinitos términos de una progresión $u_1 + u_2 + \dots$
$\sum_{i=1}^n u_i$	$u_1 + u_2 + \dots + u_n$
$n!$	$n(n-1)(n-2) \dots 3 \times 2 \times 1$
${}^n C_r$	$\frac{n!}{r!(n-r)!}$
Δ	Discriminante de una ecuación cuadrática $\Delta = b^2 - 4ac$
$f(x)$	Imagen de x al aplicar la función f
f^{-1}	Función inversa de la función f
$f \circ g$	Función compuesta de f y g
$\frac{dy}{dx}$	Derivada de y con respecto a x
$f'(x)$	Derivada de $f(x)$ con respecto a x
$\frac{d^2y}{dx^2}$	Derivada segunda de y con respecto a x
$f''(x)$	Derivada segunda de $f(x)$ con respecto a x
$\int y dx$	Integral indefinida de y con respecto a x
$\int_a^b y dx$	Integral definida de y con respecto a x entre los límites $x = a$ y $x = b$
e^x	Función exponencial de x
$\log_a x$	Logaritmo en base a de x

$\ln x$	Logaritmo natural de x , $\log_e x$
sen, cos, tan	Funciones trigonométricas
$A(x, y)$	Punto A del plano cuyas coordenadas cartesianas son x e y
[AB]	Segmento de recta cuyos extremos son los puntos A y B
AB	Longitud de [AB]
(AB)	Recta a la que pertenecen los puntos A y B
\hat{A}	Ángulo de vértice A
$\hat{C}\hat{A}\hat{B}$	Ángulo que forman [CA] y [AB]
ΔABC	Triángulo cuyos vértices son A, B y C
$P(A)$	Probabilidad del suceso A
$P(A')$	Probabilidad del suceso "no A"
$P(A B)$	Probabilidad del suceso A sabiendo que ocurrió B
x_1, x_2, \dots	Valores observados
f_1, f_2, \dots	Frecuencias con las que ocurren los valores observados x_1, x_2, \dots
$E(X)$	Valor esperado de la variable aleatoria X
μ	Media de la población
σ^2	Varianza de la población
σ	Desviación típica de la población
\bar{x}	Media aritmética de un conjunto $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de valores observados
$P(X = x)$	Probabilidad de que la variable aleatoria X tenga el valor x
$B(n, p)$	Distribución binomial de parámetros n y p
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribución normal de media μ y varianza σ^2
$X \sim B(n, p)$	La variable aleatoria X sigue una distribución binomial de parámetros n y p .
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2 .
r	Coficiente de correlación momento-producto de Pearson

Únicamente para TANS

\mathbb{C}	Conjunto de números complejos $\{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}\}$
i	$\sqrt{-1}$ donde $i^2 = -1$
z	Número complejo
z^*	Número complejo conjugado de z
$ z $	Módulo de z
$\arg z$	Argumento de z
$\operatorname{Re} z$	Parte real de z

$\text{Im}z$	Parte imaginaria de z
$\text{cis}\theta$	$\cos\theta + i \text{sen } \theta$
$e^{i\theta}$	Forma de Euler/exponencial de un número complejo
${}^n P_r$	$\frac{n!}{(n-r)!}$
\Leftarrow	Está implicado por
$[a, b]$	Intervalo cerrado $a \leq x \leq b$
$]a, b[$	Intervalo abierto $a < x < b$
$f: A \rightarrow B$	f es una función que asigna a cada elemento del conjunto A una imagen en el conjunto B .
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	El límite de $f(x)$ como x tiende a a .
$\frac{d^n y}{dx^n}$	Derivada n – ésima de y con respecto a x .
$f^{(n)}(x)$	Derivada n – ésima de $f(x)$ con respecto a x
arcsen, sen^{-1} arccos, cos^{-1} arctan, tan^{-1}	Funciones trigonométricas inversas
cosec, sec, cotan	Funciones trigonométricas recíprocas
\mathbf{v}	Vector \mathbf{v}
\vec{AB}	Vector definido en módulo, dirección y sentido por el segmento de recta orientado que va de A a B
\mathbf{a}	Vector de posición \vec{OA}
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$	Vectores unitarios en las direcciones de los ejes de coordenadas cartesianos
$ a $	Módulo de a
$ \vec{AB} $	Módulo de \vec{AB}
$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$	Producto escalar de \mathbf{v} y \mathbf{w}
$\mathbf{v} \times \mathbf{w}$	Producto vectorial de \mathbf{v} y \mathbf{w}
$f(x)$	Función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria continua X
$\text{Var}(X)$	Varianza de la variable aleatoria X