EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL PLANO

1. Si A(-4, 5) B(1, 2) y C(6, 3) son tres vértices del paralelogramo ABCD, halla el 4º vértice D. ¿Cuál sería el resultado si se tratase del paralelogramo ACBD?

2. Halla el ángulo que forma la recta $y = \dfrac{10-5x}{8}$ con el eje de abscisas.

3. Dado el segmento de extremos A(3, 5) y B(6, 15), calcula las coordenadas de los puntos C y D que dividen el segmento AB en tres partes iguales.

4. Representa las rectas dadas por las ecuaciones: $a)\ y=-3 \quad b)\ \left.\begin{matrix} x=-t \\ y=1+t \end{matrix}\right\} \quad c)\ x=5 \quad d)\ \dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-1}{2}$

5. Determina si los puntos A(-½ , 2) B(5, -1) y C(3, -⅓) están alineados.

6. Escribe la ecuación implícita de la recta que pasa por el punto A(1, -8) y tiene igual pendiente que la recta $-x + y + 3 = 0$

7. Calcula el ángulo agudo que forman las rectas: $r \equiv y = \dfrac{3-5x}{6} \qquad r' \equiv \begin{cases} x=-1+2r \\ y=3-r \end{cases}$

8. Sin resolver los sistemas explica en cada apartado si las rectas son secantes, paralelas o coincidentes: $a)\ \left.\begin{matrix} 6x+2y-5=0 \\ 3x+y+7=0 \end{matrix}\right\} \quad b)\ \left.\begin{matrix} x+3y-4=0 \\ x-3y-5=0 \end{matrix}\right\} \quad c)\ \left.\begin{matrix} -x-y+3=0 \\ 2x+2y-6=0 \end{matrix}\right\}$

9. Determina el valor de m para que $3x + my - 7 = 0$ $\quad 4x + y - 14 = 0 \quad 7x + 2y - 28 = 0$ pertenezcan a un mismo haz de rectas

10. a) Halla las ecuaciones implícitas de las diagonales del cuadrilátero cuyos lados son las rectas:

$$x = 3 \qquad y - x = 0 \qquad y + x + 1= 0 \qquad y + 2 = 0$$

b) Construye con Geogebra un gráfico con el cuadrilátero y sus diagonales y que muestre rotuladas sus ecuaciones.

11. Calcula el área del círculo circunscrito al triángulo que determina la recta $4x + 3y - 24 = 0$ con los ejes coordenados.

12. De todas las rectas paralelas a $y = \dfrac{2-4x}{3}$ escribe la ecuación explícita de aquellas que distan 2 unidades del punto (1, 1)

13. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas $3x - y - 1 = 0$, $-6x + 2y - 8 =0$.

14. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que distan triple de la recta $2x + y - 3 = 0$ que de la recta $2x + 4y - 6 =0$

15. Halla el área del triángulo de vértices A(-3, -4) B(-2, 1) y C(4, -1)

16. Halla por intersección de las medianas, las coordenadas del baricentro del triángulo cuyos vértices son: A(-4, 2) B(1, 7) y C(5, -2)

17. Halla el ortocentro del triángulo de vértices A(-2, -1) B(0, 1) y C(5, 0)

18. Halla el circuncentro del triángulo de vértices A(-1, 1) B(1, 2) y C(2, -2)

19. Calcula el incentro del triángulo cuyos lados están contenidos en las rectas:

$y - 4 = 0$ $\qquad$ $3x + 4y - 24 = 0$ $\qquad$ $4x + 3y + 24 = 0$.

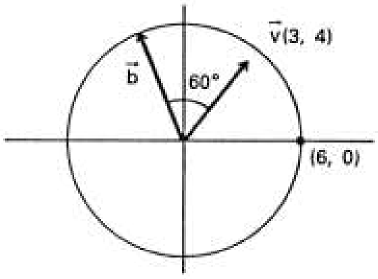
20. Dados los vectores $\vec{a} = (3, -4)$ y $\vec{b} = (5, x)$ calcula x para que:

a) Sean paralelos $\qquad$ b) Sean perpendiculares $\qquad$ c) Formen un ángulo de 60º

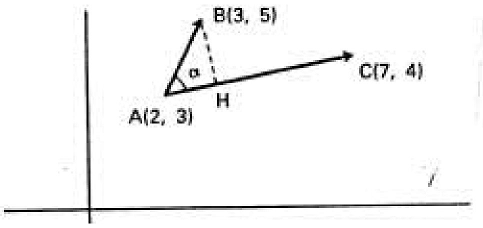
21. Si $\vec{a}\cdot\vec{b} = 16$, $|\vec{a}| = 2$ y $|\vec{b}| = 12$ calcula: a) $(3\vec{a} - \vec{b})^2$ b) $(4\vec{a} + 5\vec{b})\cdot(4\vec{a} - 5\vec{b})$

22. Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ vectores tales que: $|\vec{a}+\vec{b}| = 8$ y $|\vec{a}-\vec{b}| = 6$ calcula el producto escalar: $\vec{a}\cdot\vec{b}$

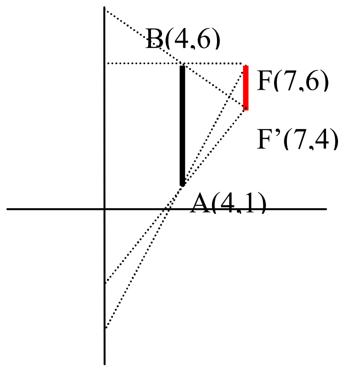
23. Calcula las componentes del vector $\vec{b}$



24. Halla α, la distancia AH y las coordenadas de H



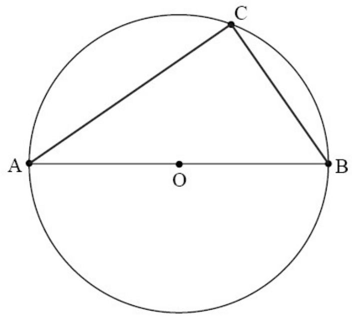
25. El segmento **FF'** es un filamento luminoso. La luz emitida se encuentra con el segmento **AB** que, al ser opaco, produce sobre el eje Y una zona de sombra y dos de penumbra. ¿Cuánto miden cada una de ellas?



26. En la siguiente figura, [AB] representa el diámetro del círculo con centro en O. El punto C está situado sobre la circunferencia del círculo. Sean $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ y $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

a) Halle una expresión para $\overrightarrow{CB}$ y otra para $\overrightarrow{AC}$, en función de $\vec{b}$ y de $\vec{c}$.

b) A partir de lo anterior, demuestre que $A\hat{C}B$ es un ángulo recto.

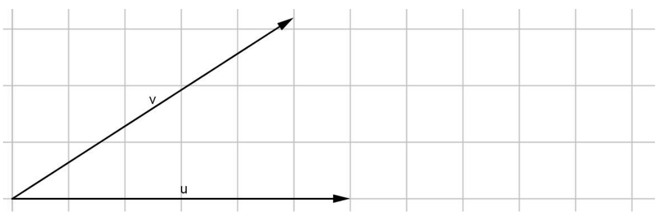


27. Dado el vector $\vec{v} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$, halla los dos vectores paralelos y los dos vectores perpendiculares cuyo módulo sea 15.

28. Dados los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ del diagrama:

a) Dibuja los vectores $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{v}$

b) Calcula $\vec{u}\cdot\vec{v}$



29. Tres vectores no nulos distintos entre sí vienen dados por $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ y $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

Si $\overrightarrow{OA}$ es perpendicular a $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{OB}$ es perpendicular a $\overrightarrow{CA}$, compruebe que $\overrightarrow{OC}$ es perpendicular a $\overrightarrow{AB}$