

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL CON USO DE CALCULADORA GRÁFICA EN EXÁMENES DE BI

Ejemplo 1

Mayo 00
P2

In this question you should note that radians are used throughout.

(a) (i) Sketch the graph of $y = x^2 \cos x$, for $0 \leq x \leq 2$ making clear the approximate positions of the positive x -intercept, the maximum point and the end-points.

(ii) Write down the **approximate** coordinates of the positive x -intercept, the maximum point and the end-points.

(b) Find the **exact value** of the positive x -intercept for $0 \leq x \leq 2$.

Let R be the region in the first quadrant enclosed by the graph and the x -axis.

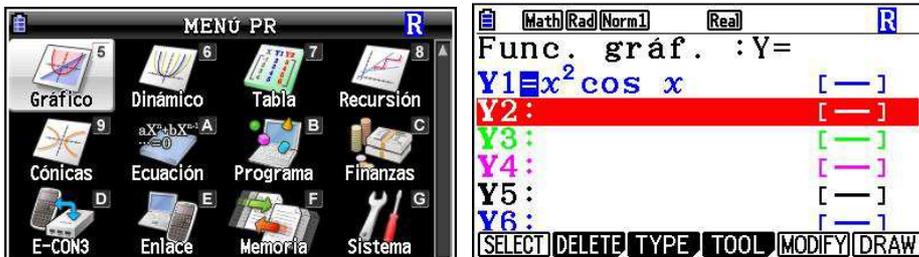
(c) (i) Shade R on your diagram.

(ii) Write down an integral which represents the area of R .

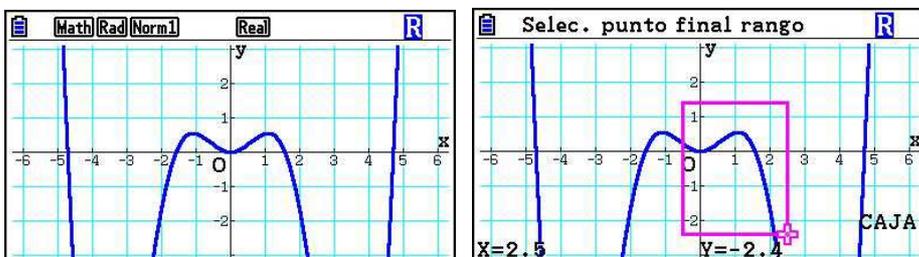
(d) Evaluate the integral in part (c)(ii), either by using a graphic display calculator, or by using the following information.

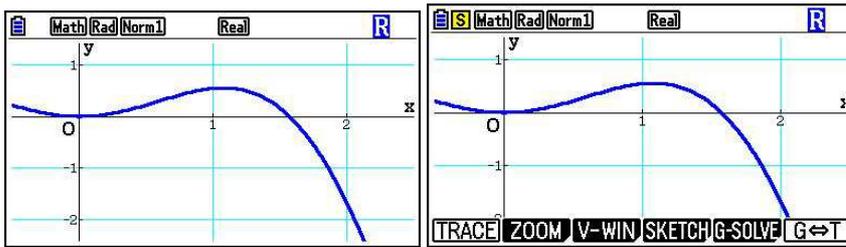
$$\frac{d}{dx} (x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x) = x^2 \cos x.$$

a) Abrir menú gráfico. Teclear la ecuación

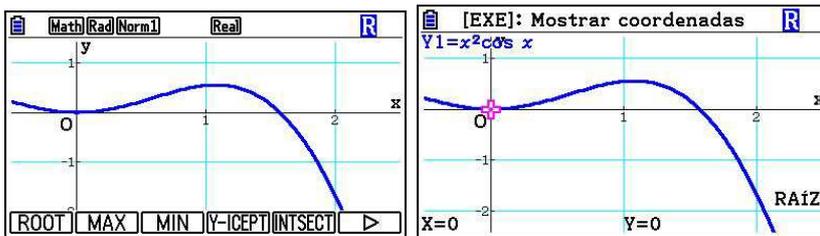


Representarla y hacer zoom (SHIFT y después F2) en el dominio requerido x mayor que 0 y menor que 2:

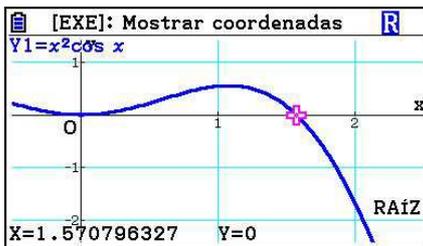




Una vez representada, teclear SHIFT y aparece el menú anterior. Presionar F5 (G-solve) y hay muchas opciones que nos interesan, empezamos por teclear ROOT (raíces o intersección con eje x):

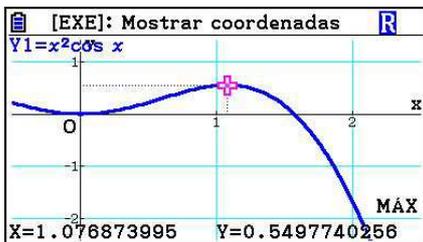


1ª raíz $x=0$ (dentro del zoom de la ventana)



2ª raíz $x=1.57$. Vamos atrás con EXIT, si es necesario se vuelve a

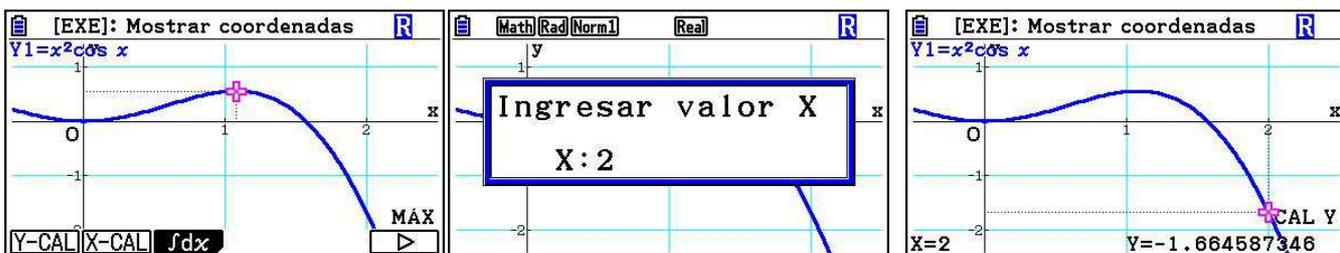
empezar la representación y esta vez damos a MAX:



Máximo en $x=1.077$, y alcanza el valor de $y=0.5498$.

Los puntos extremos (end points), uno ya lo sabemos es en $x=0$, $P_1(0,0)$

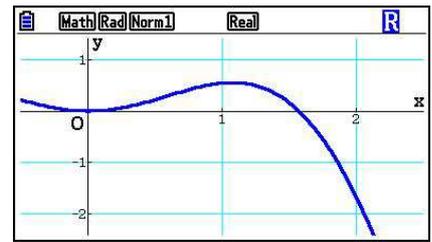
Para hallar las coordenadas en $x=2$, vamos para atrás, damos a G-SOLVE (F5) de nuevo, la flecha de F6, y aparece el menú de la siguiente gráfica, escogemos Y-CAL (F1)



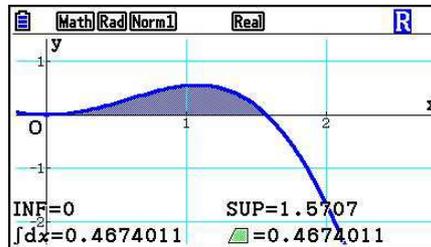
Obtenemos la ordenada y en $x=2$, luego el otro punto es $P_2(2, -1.6646)$

Luego, contestamos:

- a) i) Copiamos lo mejor posible el siguiente gráfico en $0 \leq x \leq 2$
- ii) Raíces: P(0,0) y Q(1,57,0)
- Máximo: M(1.077, 0.5498)
- End-points: P1(0,0) y P2 (2, -1.6646)
- b) positive x-intercept: Q(1,57,0)



- c) i) La región es la siguiente:

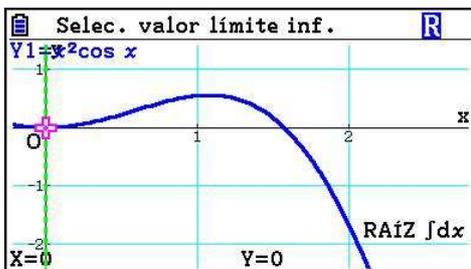
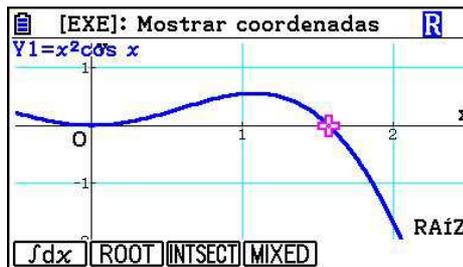
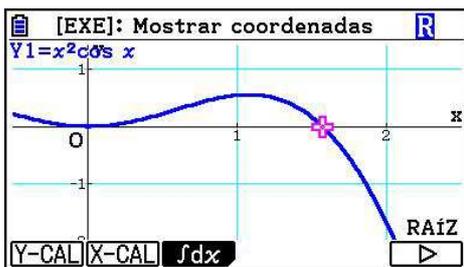


ii) La integral es la siguiente: $R = \int_0^{1.57} x^2 \cos x \, dx$

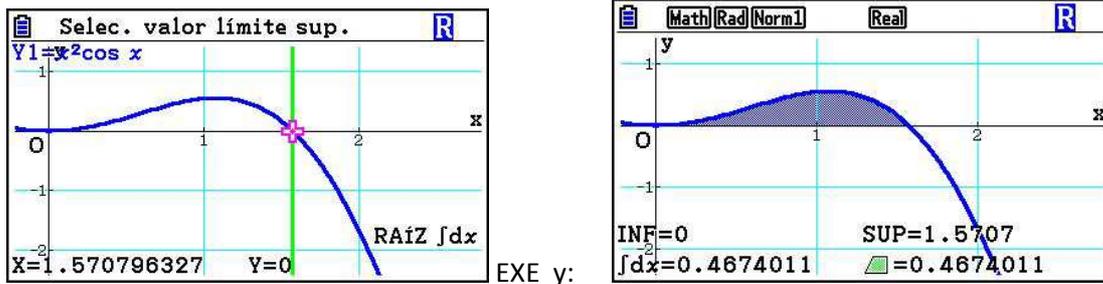
- d) $R=0.4674011$ con la calculadora gráfica como señala el gráfico anterior.

CÁLCULO DEL APARTADO d) GRÁFICAMENTE:

El apartado d) se calcula, en G-SOLVE, tecleando F6 para ir más menús, se escoge el de la integral, (F3), y para este caso, como vamos a escoger como límites las raíces, escogemos F2 (ROOT), (también podemos establecer nosotros los límites con F1, Si hubiera 2 gráficas, la intersección de las dos con F3, y F4, la calculadora, nos da a elegir uno a uno todos los posibles valores como límites, raíces o intersecciones ...)



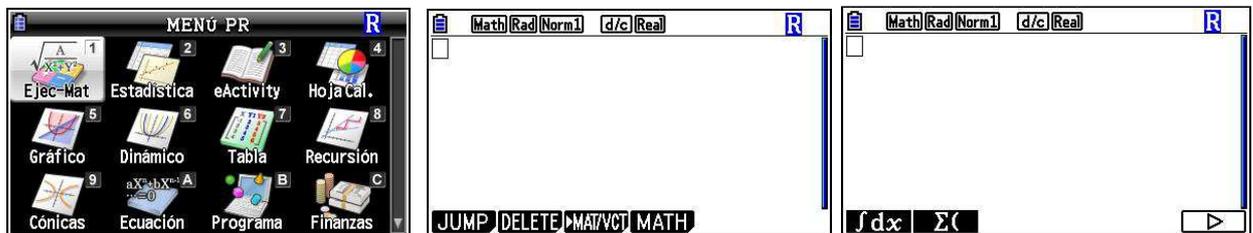
tecleamos EXE, y después hacia la derecha con el CURSOR



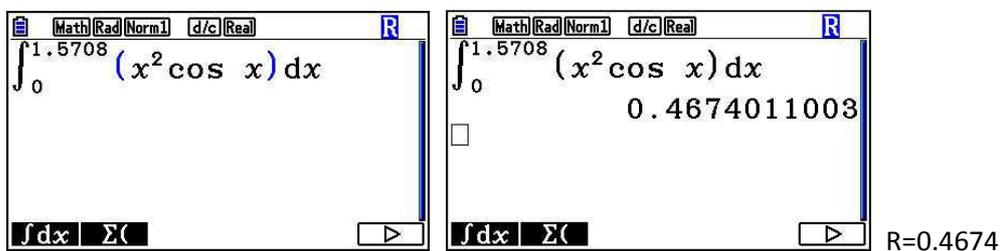
Da el área de la región: R= 0.4674011

OTRA FORMA:

Menú matemáticas, escoger F4 (MATH), después F1 (Integrales)



Tecleamos la integral y calculamos



OTRA FORMA:

Hay algunos modelos de calculadoras que no tienen la posibilidad de hacer integrales matemáticamente (pero sí gráficamente, como el ejemplo anterior). Aún así, en el problema dan la PRIMITIVA o antiderivada, y aplicando la regla de BARROW sería hallar lo siguiente:

$$R = \int_0^{1.57} x^2 \cos x \, dx = |x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x|_0^{1.57}$$

$$R = (1.57^2 \sin 1.57 + 2 \cdot 1.57 \cos 1.57 - 2 \sin 1.57) - (0^2 \sin 0 + 2 \cdot 0 \cos 0 - 2 \sin 0) =$$

$$R = 0.4674 - 0 = 0.4674$$

Directamente con la calculadora:

