

Hoja 3: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas

1	<p>Resuelve las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) $\frac{3}{4}(2x - 4) = x - 5$ b) $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$ c) $6\left(\frac{1}{8} - \frac{2x-3}{16}\right) - \frac{9}{4}x = \frac{9x-6}{8}$</p>
2	<p>Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado por el método de completar el cuadrado:</p> <p>a) $x^2 = 6x + 11$ b) $x^2 - 2x - 5 = 0$ c) $x + x^2 = 42$ d) $2x^2 - 4x - 9 = 0$ e) $-x^2 + 4x - 12 = 0$ f) $x^2 + 5x - 84 = 0$</p>
3	<p>Resuelve las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) $3x^2 + 2x = 0$ b) $5x^2 - 20 = 0$ c) $9x - 3x^2 = -30$ d) $(5x - 4)(2x + 3) = 5$ e) $(7x - x^2)(16x^2 - 9) = 0$ f) $(2x + 1)^2 + 3(2x + 1) = 0$ g) $x^4 = 13x^2 - 36$ h) $x^2 + 1 = \frac{1}{x^2}$ i) $\frac{3x+5}{4} - \frac{2x+5}{3} = \frac{(x-1)(x-5)}{12}$ j) $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$ k) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$ l) $25x^2(x^2 - 1) + 11(x^4 + 1) - 7 = 0$</p>
4	<p>Halla los valores de k para que las siguientes ecuaciones tengan solución única:</p> <p>a) $3x^2 - 8x - 3k = 0$ b) $(k - 1)x^2 + 2(k + 1)x + k = 0$</p>
5 <i>IBO May 2000</i>	<p>La ecuación cuadrática $4x^2 + 4kx + 9 = 0$, $k > 0$ tiene exactamente una solución en x. Halle el valor de k.</p>
6 <i>IBO Nov 2003</i>	<p>La ecuación $kx^2 + 3x + 1 = 0$ tiene una única solución. Halle el valor de k.</p>
7 <i>IBO May 2004</i>	<p>La ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$ tiene dos raíces reales distintas. Halle el conjunto de todos los posibles valores de k.</p>
8 <i>IBO May 2009</i>	<p>La ecuación cuadrática $kx^2 + (k - 3)x + 1 = 0$ tiene dos raíces reales iguales.</p> <p>a) Halle los posibles valores de k.</p> <p>b) Escriba los valores de k para los cuales $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ tiene dos raíces reales iguales.</p>



<p>9</p> <p>IBO May 2012</p> 	<p>Considere la ecuación $x^2 + (k - 1)x + 1 = 0$, donde k es un número real. Halle los valores de k para los cuales la ecuación tiene dos soluciones reales iguales.</p>
<p>10</p> <p>IBO Nov 2012</p> 	<p>La ecuación $x^2 - 3x + k^2 = 4$ tiene dos raíces reales distintas. Halla los posibles valores de k.</p>
<p>11</p>	<p>Resuelva las siguientes ecuaciones con radicales:</p> <p>a) $\sqrt{28 + 2x} = 4 + \sqrt{x}$ b) $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x + 4} = 6$ c) $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 3$ d) $\sqrt{2 + \sqrt{x - 5}} = \sqrt{13 - x}$ e) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$ f) $\sqrt{7 + 2x} - \sqrt{3 + x} = 1$</p>
<p>12</p>	<p>Resuelva las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) $\frac{2 - x}{2} + \frac{4}{x + 2} = 1$ b) $x - \frac{9}{x} = \frac{3}{x} - 1$</p>
<p>13</p>	<p>Resuelve:</p> <p>a) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + \frac{6}{y} = 2 \\ 3x - y = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + y = 3 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$</p>
<p>14</p>	<p>Resuelve: $\frac{5}{6}(3 - x) - \frac{1}{2}(x - 4) \geq \frac{2x - 3}{3} - x$, expresando la solución en forma de intervalo.</p>
<p>15</p>	<p>Resuelva las siguientes inecuaciones:</p> <p>a) $x^2 - (3x + 1) < (x - 1)(x + 2)$ b) $-2x^2 + x + 1 \geq -2x - 4$ c) $x^3 - 4x^2 > 5x$ d) $x^2 + 6 \geq 5x + 2$</p>
<p>16</p>	<p>Resuelva las inecuaciones:</p> <p>a) $\frac{x + 4}{x^2 - 9} < 0$ b) $\frac{2 - x}{x + 3} < 2$</p>
<p>17</p>	<p>Resuelva las ecuaciones polinómicas:</p> <p>a) $x^3 - x^2 - 4 = 0$ b) $6x^3 + x^2 - 26x - 21 = 0$ c) $6x^4 - 17x^3 + 7x^2 + 8x - 4 = 0$ d) $x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16 = 0$</p>

18	Resuelve el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} \frac{2}{3} - x \leq 2x + \frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} - \frac{2-x}{2} \geq x \end{cases}$
19	Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x - 2y < 1 \\ 3x + y \geq 2 \end{cases}$
20	Cierta empresa de software informático cobra por sus servicios 60 €, más 4,5 € por hora de programación. Otra de la competencia establece sus honorarios en 600 €, cualesquiera que sean las horas de programación. ¿En qué condiciones interesará una u otra? Resuélvelo planteando una inecuación.
21	Se dispone de un terreno en forma de triángulo rectángulo en el que un cateto tiene triple longitud que el otro. ¿A partir de qué longitud del lado menor la superficie del terreno es superior a 37,5 m ² ?
22	Hace tres años, la edad de un niño era igual a la raíz cuadrada de la edad que tendrá dentro de tres años. Plantea una ecuación y halla la edad que tiene ahora.
23	Se tienen tres segmentos de longitudes 8, 22 y 24 cm, respectivamente, con los cuales no se puede formar un triángulo rectángulo. ¿Qué igual longitud hay que añadir a los tres para que sí se pueda construir? ¿Cuánto medirán entonces los catetos y la hipotenusa?
24	Hay un número natural cuyo cubo es igual a la suma de los cubos de los tres números naturales anteriores. Hallarlo y probar que es el único que cumple la condición.
25	Los animales de un laboratorio deben mantenerse bajo una dieta estricta. Cada animal recibe 10 g de proteínas y 3 g de grasas. Se dispone de dos tipos de alimentos: el tipo A con el 5% de proteínas y el 3% de grasas y el tipo B con el 10% de proteínas y el 1% de grasas. ¿Cuántos gramos de cada alimento pueden utilizarse para obtener la dieta correcta de un único animal?
26	El doble de la edad de Ana más la de su hermano Benito son 44 años. Y dentro de dos años la edad de Ana será el doble que la de Benito, ¿cuántos años tienen cada uno?
27	Si se aumenta el numerador de una fracción en 3 unidades y el denominador en 5 unidades, la fracción se transforma en 2/3, pero si se restan 2 unidades al numerador y 1 al denominador ésta se transforma en 1/2. Encontrar dicha fracción.
28	Un examen de Matemáticas que consta de 30 preguntas, se califica del siguiente modo: cada respuesta correcta suma 1 punto y cada respuesta equivocada resta medio punto (las preguntas no contestadas ni suman ni restan puntos). Un alumno que ha obtenido 17,5 puntos tiene tantas respuestas equivocadas como no contestadas. Determinar el número de respuestas correctas y equivocadas de este alumno.

29	Un librero piensa adquirir por 252 € un cierto número de ejemplares de una novela. Al hacer el pedido a la editorial, ésta le contesta que el precio de cada ejemplar ha subido 0,3 €. Entonces el librero calcula que, si ha de invertir la misma cantidad, ha de adquirir 4 ejemplares menos de los que pensó en un principio. ¿Cuántos ejemplares pensó adquirir y a qué precio?
30	En una comunidad de vecinos ha de hacerse una obra. Cada vecino debe pagar 240 €, pero tres vecinos no quieren colaborar. Los demás calculan que prescindiendo de esos tres, deberán pagar 300 €. ¿Cuántos vecinos hay? ¿Cuánto vale la obra?
31	Un grupo de personas ha contratado un viaje por 36 000 €. En el último momento, seis personas deciden no viajar, y para no suspender el viaje, la agencia propone hacer un 5% de descuento y que el resto de turistas asuma el gasto ocasionado, lo que les supone desembolsar 225 € más a cada uno. ¿Cuántos turistas había en el grupo al principio? ¿Cuál es el coste del viaje por persona?
32	Una persona adquirió en el mercado por 11,6 € un total de 9 kg de ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas al precio de 1, 1,20 y 1,50 €/kg, respectivamente. Además sabemos que compró 1 kg más de naranjas que de manzanas. Halla cuántos kilos compró de cada alimento.
33	Cierta estudiante obtuvo, en un control que constaba de 3 preguntas, una calificación de 8 puntos. En la segunda pregunta sacó dos puntos más que en la primera y un punto menos que en la tercera. Halla cuántos puntos obtuvo en cada pregunta.
34	Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. Averigua cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.
35	Una autoescuela tiene abiertas tres sucursales en la ciudad. El número total de matriculados es 352, pero los matriculados en la tercera son tan sólo una cuarta parte de los matriculados en la primera. Además, la diferencia entre los matriculados en la primera y los matriculados en la segunda es inferior en dos unidades al doble de los matriculados en la tercera. Averigua el número de alumnos matriculados en cada sucursal.
36	En una confitería envasan los bombones en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg a un precio de 40€ el kilo. Cierta día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 g) que de tamaño mediano (500 g). Sabiendo que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 €, determina cuántas cajas se han envasado de cada tipo.