

## Hoja 4: Logaritmos y exponenciales

<p>1</p>	<p>Calcular (sin calculadora):</p> <p>a) <math>\log_2 128</math>   b) <math>\log_5 625</math>   c) <math>\log \sqrt{10}</math>   d) <math>\log 40 + \log 25</math>   e) <math>\log 80 - \log 8</math>   f) <math>\log_3 \sqrt[4]{3^5}</math></p>
<p>2</p>	<p>Calcula, sin calculadora:   <math>\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}</math></p>
<p>3</p>	<p>Sabiendo que <math>\log 2 = 0,301</math>, halla:   a) <math>\log \sqrt[3]{0,002}</math>   b) <math>\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}}</math>   c) <math>\log 25</math>.</p>
<p>4</p>	<p>Utilizando la fórmula del cambio de base, y con ayuda de la calculadora, calcula los siguientes logaritmos:   <math>\log_5 30</math>,   <math>\log_7 4</math>,   <math>\log_3 10</math>.</p>
<p>5</p>	<p>Expresa como un único logaritmo:   a) <math>\log 5 + \log 20 - \log 25</math>   b) <math>2 \log_4 7 + \log_4 2 - \log_4 5</math></p>
<p>6</p>	<p>Simplifica:   a) <math>\ln p^2 q - \ln \left( \frac{1}{pq} \right)</math>   b) <math>\log ab - \log \sqrt{ab}</math>   c) <math>x \log y + x \log \left( \frac{1}{y} \right)</math></p>
<p>7</p>	<p>Sea <math>\log P = x</math>, <math>\log Q = y</math> y <math>\log R = z</math>. Expresa <math>\log \left( \frac{P}{QR^3} \right)^2</math> en función de <math>x</math>, <math>y</math> y <math>z</math>.</p>
<p>8</p> <p>IBO May 2009</p> 	<p>a) Halle <math>\log_2 32</math>.</p> <p>b) Sabiendo que <math>\log_2 \left( \frac{32^x}{8^y} \right)</math> se puede escribir en la forma <math>px + qy</math>, halle el valor de <math>p</math> y de <math>q</math>.</p>
<p>9</p> <p>IBO May 2013</p> 	<p>Sean <math>\log_3 p = 6</math> y <math>\log_3 q = 7</math>.</p> <p>a) Halle <math>\log_3 p^2</math>.</p> <p>b) Halle <math>\log_3 \left( \frac{p}{q} \right)</math>.</p> <p>c) Halle <math>\log_3(9p)</math>.</p>
<p>10</p> <p>IBO May 2014</p> 	<p>Halle el valor de cada una de las siguientes expresiones, como número entero.</p> <p>a) <math>\log_6 36</math>   b) <math>\log_6 4 + \log_6 9</math>   c) <math>\log_6 2 - \log_6 12</math></p>

<p>11</p> <p>IBO May 2000</p>	<p>Si <math>\log_a 2 = x</math> y <math>\log_a 5 = y</math>, halle en función de <math>x</math> e <math>y</math>, expresiones para:</p> <p>a) <math>\log_2 5</math>      b) <math>\log_a 20</math></p>
<p>12</p> <p>IBO May 2003</p>	<p>Suponiendo que <math>\log_5 x = y</math>, escriba cada una de las siguientes expresiones en función de <math>y</math>:</p> <p>a) <math>\log_5 x^2</math>      b) <math>\log_5 \left(\frac{1}{x}\right)</math>      c) <math>\log_{25} x</math></p>
<p>13</p>	<p>Halla <math>x</math> en: a) <math>\log_8 x = 3^{-1}</math>      b) <math>8^{-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^3</math>      c) <math>\log_x 49 = 2</math></p>
<p>14</p> <p>IBO May 2002</p>	<p>Resuelva la ecuación <math>\log_{27} x = 1 - \log_{27}(x - 0,4)</math>.</p>
<p>15</p> <p>IBO May 2005</p>	<p>Halle la solución <b>exacta</b> de la ecuación <math>9^{2x} = 27^{(1-x)}</math>.</p>
<p>16</p> <p>IBO May 2010</p> 	<p>Resuelva: <math>\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3</math>, para <math>x &gt; 2</math>.</p>
<p>17</p>	<p>Resuelva las ecuaciones logarítmicas:</p> <p>a) <math>\log x = 1 + \log(22 - x)</math>      b) <math>2 \log x - \log(x - 16) = 2</math>  c) <math>\log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}</math>      d) <math>\log_2 x + \log_2(x - 7) = 3</math>  e) <math>\log_9 81 + \log_9 \left(\frac{1}{9}\right) + \log_9 3 = \log_9 x</math>      f) <math>\log_2(x + 2) + \log_2(x - 1) = \log_2 4</math>  g) <math>\log_7 x + \log_7 3 = \log_7(x - 1)</math>      h) <math>1 + 2 \ln(x - 1) = 2</math></p>
<p>18</p>	<p>Resuelva las ecuaciones exponenciales:</p> <p>a) <math>2^x = 1024</math>      b) <math>3^{x+1} = 729</math>      c) <math>2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7</math>  d) <math>3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0</math>      e) <math>2^{-2x+3} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0</math>      f) <math>3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = \frac{13}{9}</math></p>
<p>19</p> <p>IBO May 2006</p>	<p>Resuelva las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) <math>\ln(x + 2) = 3</math>      b) <math>10^{2x} = 500</math></p>
<p>20</p> <p>IBO May 2004</p>	<p>Escriba cada una de las siguientes expresiones en su forma más sencilla:</p> <p>a) <math>e^{\ln x}</math>      b) <math>e^{\ln x + \ln y}</math>      c) <math>\ln(e^{x+y})^2</math></p>

<p>21</p> <p>IBO May 2005</p>	<p>a) Sabiendo que <math>\log_3 x - \log_3(x - 5) = \log_3 A</math>, exprese <math>A</math> en función de <math>x</math>.</p> <p>b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, resuelva la ecuación: <math>\log_3 x - \log_3(x - 5) = 1</math>.</p>
<p>22</p>	<p>Resuelve las siguientes ecuaciones:</p> <p>a) <math>e^{2x} - 3e^x + 2 = 0</math>    b) <math>\ln \sqrt{x - 2} = 1</math>    c) <math>\frac{3}{1 + e^t} = \frac{1}{1 - e^t}</math></p> <p>d) <math>2^x = 5, 6^{x-1}</math>    e) <math>e^{-\frac{1}{4}x} = 100</math>    f) <math>-3 + e^{-x} = 2</math></p> <p>g) <math>\frac{2}{1 - e^{-2x}} = 4</math>    h) <math>2^{x-3} = 5^{1-x}</math>    i) <math>\log_x 5 = 12</math></p>
<p>23</p>	<p>El número de bacterias, <math>N</math>, <math>t</math> horas después de una infección viene dado por la fórmula: <math>N = 4,7^{t+1}</math>.</p> <p>a) ¿Cuántas bacterias habrá después de 5 horas?</p> <p>b) ¿Después de cuántas horas el número de bacterias excederá 5000?</p>
<p>24</p>	<p>Los números binarios se usan en los chips de memoria de los ordenadores. Con un número binario de <math>n</math> dígitos se pueden representar <math>2^n</math> números distintos.</p> <p>a) ¿Cuántos números distintos se pueden representar con un número binario de 6 dígitos?</p> <p>b) ¿Cuántos dígitos se necesitarían para representar 4096 números distintos?</p> <p>c) ¿Cuál es el número mínimo de dígitos binarios necesarios para representar un millón de números diferentes?</p>
<p>25</p>	<p>En un proceso de fabricación de plásticos, hay dos componentes básicos que se producen en un tanque de reacción. La cantidad de cada componente depende del tiempo, <math>t</math>, en minutos, después de cerrar el tanque:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La cantidad del compuesto A es <math>A = 0,9 \cdot 1,2^t</math>.</li> <li>• La cantidad del compuesto B es <math>B = 1,6 \cdot 1,1^t</math>.</li> </ul> <p>Halla, con dos cifras significativas, el tiempo al cual hay igual cantidad de los dos componentes.</p>
<p>26</p>	<p>En un programa de entrenamiento, un deportista estima que su nivel <math>R</math> de resistencia, <math>n</math> semanas después de empezar el programa, viene dado por la fórmula: <math>R = 2,3 \ln(n + 2)</math>, siendo <math>0 \leq n \leq 10</math>.</p> <p>a) Halla el nivel de resistencia del deportista al comienzo del entrenamiento.</p> <p>b) Halla el nivel de resistencia tras cinco semanas de entrenamiento.</p> <p>c) ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar el doble de resistencia que al comienzo del programa?</p>