

Hoja 5: Sucesiones y aritmética mercantil

<p>1</p> <p>IBO May 2000</p>	<p>En una sucesión aritmética, el primer término es 5 y el cuarto término es 40. Halle el segundo término.</p>
<p>2</p> <p>IBO May 2011</p> 	<p>En una progresión aritmética, $u_1 = 2$ y $u_3 = 8$.</p> <p>a) Halle d. b) Halle u_{20}. c) Halle S_{20}.</p>
<p>3</p> <p>IBO May 2002</p>	<p>En una sucesión aritmética el primer término es -2, el cuarto término es 16, y el n-ésimo término es 11 998.</p> <p>a) Halle la diferencia común d. b) Halle el valor de n.</p>
<p>4</p> <p>IBO May 2003</p>	<p>Gwendolyn sumó los múltiplos de 3, desde 3 hasta 3750, y halló que $3 + 6 + 9 + \dots + 3750 = s$. Calcule s.</p>
<p>5</p>	<p>Dada la sucesión aritmética $100, 96, 92, \dots$, calcula la diferencia. Halla dos valores de n para los cuales S_n sea igual a 1036.</p>
<p>6</p> <p>IBO 2014</p> 	<p>En una progresión aritmética el primer término es -7 y la suma de los 20 primeros términos es 620.</p> <p>a) Halle la diferencia de la progresión.</p> <p>b) Halle el valor del 78º término.</p>
<p>7</p> <p>IBO Nov 2009</p> 	<p>En una progresión aritmética, $S_{40} = 1900$ y $u_{40} = 106$. Halle el valor de u_1 y el de d.</p>
<p>8</p> <p>IBO May 2005</p>	<p>Sea S_n la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética, cuyos tres primeros términos son u_1, u_2, y u_3. Se sabe que $S_1 = 7$ y $S_2 = 18$.</p> <p>a) Escriba u_1.</p> <p>b) Calcule la diferencia común de la progresión.</p> <p>c) Calcule u_4.</p>

<p>9</p>	<p>Halla $\sum_{n=1}^{20} (3 - 2n)$.</p>
<p>10</p> <p>IBO Nov 2007</p>	<p>a) Escriba los tres primeros términos de la sucesión $u_n = 3n$, para $n \geq 1$.</p> <p>b) Halle: i) $\sum_{n=1}^{20} 3n$ ii) $\sum_{n=21}^{100} 3n$.</p>
<p>11</p>	<p>Una corredora se entrena cada día para una carrera de 10 km. El primer día corre 1000 m, y luego va aumentando la distancia en 250 m cada día.</p> <p>a) ¿Qué día corre una distancia de 10 km en su entrenamiento?</p> <p>b) ¿Cuál será la distancia total que habrá recorrido en su entrenamiento al final de este día? Dé una respuesta exacta.</p>
<p>12</p> <p>IBO Nov 2006</p>	<p>Clara acomoda latas, organizándolas en pilas triangulares, de modo que cada fila tiene una lata menos que la fila de abajo.</p> <p>a) Una pila tiene 20 latas en la fila inferior. Compruebe que la pila contiene 210 latas.</p> <p>b) En una pila hay 3240 latas. ¿Cuántas latas hay en la fila inferior?</p> <p>c) i) Hay S latas acomodadas en una pila triangular, con n latas en la fila inferior. Compruebe que $n^2 + n - 2S = 0$</p> <p>ii) Clara tiene 2100 latas. Explique por qué no es posible acomodarlas en una pila triangular.</p>
<p>13</p> <p>IBO May 2012</p> 	<p>Los tres primeros términos de una sucesión aritmética son 36, 40, 44, ...</p> <p>a) i) Escriba el valor de d.</p> <p>ii) Halle u_8.</p> <p>b) i) Muestre que $S_n = 2n^2 + 34n$.</p> <p>ii) A partir de lo anterior, escriba el valor de S_{14}.</p>
<p>14</p>	<p>En una sucesión geométrica el segundo término es $\frac{2}{9}$ y el quinto $\frac{16}{243}$. Calcula la razón y la suma de los diez primeros términos.</p>
<p>15</p> <p>IBO May 2000</p>	<p>Halle la suma de los infinitos términos de la serie geométrica $\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots$</p>
<p>16</p> <p>IBO Nov 2007</p>	<p>Los cuatro primeros términos de una sucesión son 18, 54, 162, 486.</p> <p>a) Use los cuatro términos anteriores para mostrar que es una sucesión geométrica.</p> <p>b) i) Halle una expresión para el término n-ésimo de esta sucesión geométrica.</p> <p>ii) Si el término n-ésimo de la sucesión es 1 062 882, halle el valor de n.</p>

<p>17</p> <p>IBO May 2006</p>	<p>Considere la serie geométrica infinita $405 + 270 + 180 + \dots$</p> <p>a) Halle la razón común para esta serie, dando su respuesta como una fracción en su forma más simple.</p> <p>b) Halle el decimoquinto término de esta serie.</p> <p>c) Halle el valor exacto de la suma de la serie infinita.</p>
<p>18</p> <p>IBO May 2006</p>	<p>Considere la sucesión $x - 3, x + 1, 2x + 8, \dots$</p> <p>a) Cuando $x = 5$, la sucesión es geométrica.</p> <p>i) Escriba los tres primeros términos.</p> <p>ii) Halle la razón común.</p> <p>b) Halle el otro valor de x para el cual la sucesión es geométrica.</p> <p>c) Para este valor de x halle:</p> <p>i) la razón común.</p> <p>ii) la suma de la serie infinita.</p>
<p>19</p> <p>IBO May 2007</p>	<p>Considere la sucesión geométrica infinita $25, 5, 1, 0.2, \dots$</p> <p>a) Halle la razón común.</p> <p>b) Halle:</p> <p>i) el término 10°;</p> <p>ii) una expresión para el término n-ésimo.</p> <p>c) Halle la suma de la serie infinita.</p>
<p>20</p> <p>IBO May 2008</p> 	<p>Considere la progresión geométrica infinita $3000, -1800, 1080, -648, \dots$</p> <p>a) Halle la razón común.</p> <p>b) Halle el décimo término.</p> <p>c) Halle la suma exacta de la progresión infinita.</p>
<p>21</p> <p>IBO May 2009</p> 	<p>En una serie geométrica $u_1 = \frac{1}{81}$ y $u_4 = \frac{1}{3}$.</p> <p>a) Halle el valor de r.</p> <p>b) Halle el menor valor de n para el cual $S_n > 40$.</p>
<p>22</p> <p>IBO Nov 2005</p>	<p>El primer término de una sucesión geométrica infinita es 18 y el tercer término es 8. Hay dos sucesiones posibles. Halle la suma de cada sucesión.</p>

<p>23</p> <p>IBO May 2012</p> 	<p>El primer término de una progresión geométrica es 200 y la suma de los cuatro primeros términos es igual a 324,8.</p> <p>a) Halle la razón común.</p> <p>b) Halle el décimo término.</p>															
<p>24</p> <p>IBO May 2013</p> 	<p>La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica es igual a 62,755 y la suma de los infinitos términos de la progresión es igual a 440. Halle la razón común.</p>															
<p>25</p> <p>IBO May 2009</p> 	<p>a) Desarrolle $\sum_{r=4}^7 2^r$ como la suma de cuatro términos.</p> <p>b) i) Halle el valor de $\sum_{r=4}^{30} 2^r$.</p> <p>ii) Explique por qué no se puede determinar el valor de $\sum_{r=4}^{\infty} 2^r$.</p>															
<p>26</p> <p>IBO May 2015</p> 	<p>Ramiro va todas las mañanas andando al trabajo. En el primer minuto recorre 80 metros. A partir de ahí, cada minuto recorre un 90% de la distancia recorrida en el minuto anterior. La distancia entre su casa y el trabajo es de 660 metros. Ramiro sale de su casa a las 08:00 y tiene que estar en el trabajo a las 08:15.</p> <p>Explique por qué no va a llegar a tiempo al trabajo.</p>															
<p>27</p> <p>IBO May 2004</p>	<p>La siguiente tabla muestra cuatro series numéricas. Una de ellas es una serie geométrica, otra es una serie aritmética, y las otras dos no son ni geométricas ni aritméticas.</p> <p>a) Complete la tabla estableciendo el tipo de serie de que se trata en cada caso.</p> <table border="1" data-bbox="379 1653 1366 1980"> <thead> <tr> <th>Serie</th> <th></th> <th>Tipo de serie</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(i)</td> <td>$1 + 11 + 111 + 1111 + 11111 + \dots$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>(ii)</td> <td>$1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>(iii)</td> <td>$0,9 + 0,875 + 0,85 + 0,825 + 0,8 + \dots$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>(iv)</td> <td>$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \dots$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>b) La serie geométrica es convergente. Halle la suma.</p>	Serie		Tipo de serie	(i)	$1 + 11 + 111 + 1111 + 11111 + \dots$		(ii)	$1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots$		(iii)	$0,9 + 0,875 + 0,85 + 0,825 + 0,8 + \dots$		(iv)	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \dots$	
Serie		Tipo de serie														
(i)	$1 + 11 + 111 + 1111 + 11111 + \dots$															
(ii)	$1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64} + \dots$															
(iii)	$0,9 + 0,875 + 0,85 + 0,825 + 0,8 + \dots$															
(iv)	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \dots$															

<p>28</p>	<p>Un concesionario nuevo espera vender 20 coches durante su primer mes, 23 el segundo mes, 26 el tercero, y así sucesivamente.</p> <p>a) ¿Cuántos coches habrá vendido al cabo de un año?</p> <p>b) ¿Durante qué mes venderá su 1000º coche?</p>
<p>29</p>	<p>Un concesionario nuevo espera vender 20 coches durante su primer mes, y aumentar las ventas en un 5% cada mes.</p> <p>a) ¿Cuántos coches habrá vendido al cabo de un año?</p> <p>b) ¿Durante qué mes venderá su 1000º coche?</p>
<p>30</p> <p>IBO Nov 2013</p> 	<p>Los tres primeros términos de una progresión geométrica infinita son $m - 1$, 6, $m + 4$, donde $m \in \mathbb{Z}$.</p> <p>a) i) Escriba una expresión para la razón común r. ii) A partir de lo anterior, compruebe que m satisface la ecuación $m^2 + 3m - 40 = 0$.</p> <p>b) i) Halle los dos posibles valores de m. ii) Halle los posibles valores de r.</p> <p>c) La progresión tiene una suma finita. i) Indique cuál es el valor de r que conduce a esta suma y justifique su respuesta. ii) Calcule la suma de los términos de la progresión.</p>
<p>31</p> <p>IBO Nov 2011</p> 	<p>a) Considere una progresión geométrica infinita con $u_1 = 40$ y $r = \frac{1}{2}$. i) Halle u_4. ii) Halle la suma de los infinitos términos de la progresión.</p> <p>b) Considere una progresión aritmética con n términos, cuyo primer término es -36 y cuyo octavo término es -8. i) Halle la diferencia común. ii) Compruebe que $S_n = 2n^2 - 38n$.</p> <p>c) La suma de los infinitos términos de la progresión geométrica es igual al doble de la suma de los términos de la progresión aritmética. Halle n.</p>
<p>32</p> <p>IBO May 2014</p> 	<p>Las sumas de los términos de una progresión siguen el patrón</p> $S_1 = 1 + k, S_2 = 5 + 3k, S_3 = 12 + 7k, S_4 = 22 + 15k, \dots, \text{ donde } k \in \mathbb{Z}.$ <p>a) Sabiendo que $u_1 = 1 + k$, halle u_2, u_3 y u_4.</p> <p>b) Halle una expresión general para u_n.</p>

<p>33</p> <p>IBO May 2002</p>	<p>Rosa y Clara son nadadoras y se están entrenando para una competición.</p> <p>a) Rosa se entrena 12 horas durante la primera semana. Decide aumentar el tiempo que dedica al entrenamiento en 2 horas cada semana. Halle el total de horas que dedica al entrenamiento durante las primeras 15 semanas.</p> <p>b) También Clara se entrena 12 horas durante la primera semana. Decide entrenarse cada semana un 10% más que la semana anterior.</p> <p>a) Muestre que durante la tercera semana se entrena 14,52 horas.</p> <p>b) Halle el total de horas que dedica al entrenamiento durante las primeras 15 semanas.</p> <p>c) ¿Durante qué semana superará el tiempo dedicado por Clara al entrenamiento, por primera vez, las 50 horas?</p>
<p>34</p> 	<p>Nicole y Penélope comienzan un programa de entrenamiento. Durante la primera semana Nicole corre 10 km, durante la segunda corre 11 km, durante la tercera corre 12 km, y así sucesivamente. Penélope corre 5 km la primera semana, y después incrementa la distancia en un 20% cada semana sucesiva.</p> <p>a) ¿Cuándo excederá la distancia semanal recorrida por Penélope a la recorrida por Nicole?</p> <p>b) ¿Cuándo excederá la distancia total recorrida por Penélope a la recorrida por Nicole?</p>
<p>35</p>	<p>Un ordenador pierde el 30% de su valor cada año.</p> <p>a) Escribe una fórmula para el valor del ordenador después de n años.</p> <p>b) ¿Cuántos años pasarán antes de que el valor del ordenador caiga por debajo del 10% de su valor original?</p>
<p>36</p> <p>IBO May 2000</p>	<p>La compañía aseguradora <i>Acme</i> vende dos planes de ahorro, el plan A y el plan B. En el plan A un inversor comienza con un depósito inicial de 1000\$ y aumenta esta cantidad en 80\$ cada mes, de modo que en el segundo mes, el depósito es de 1080\$, en el siguiente mes es de 1160\$, etc. En el plan B, el inversor comienza de nuevo con 1000\$ y cada mes deposita un 6% más que en el mes anterior.</p> <p>a) Escriba la cantidad de dinero invertido en el plan B en el segundo y tercer mes. <i>Dé sus respuestas a los apartados (b) y (c) aproximando al dólar.</i></p> <p>b) Halle la cantidad de dinero de la 12ª imposición en cada plan.</p> <p>c) Halle la cantidad total de dinero invertido durante los 12 primeros meses</p> <p>a) en el plan A;</p> <p>b) en el plan B.</p>
<p>37</p>	<p>Se calcula que un bosque tiene 24 000 m³ de madera, y que aumenta en un 3,5% al año. ¿Cuánta madera tendrá al cabo de 12 años?</p>
<p>38</p>	<p>Colocado cierto capital a interés compuesto durante n años se obtiene un capital final de 2530 €. Si lo dejamos dos años más se obtendrán 2789,33 €. ¿A qué tipo de interés se ha colocado dicho capital?</p>

<p>39</p>	<p>Un banco tiene dos clases de depósitos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uno con un interés simple del 4,75% anual durante cinco años. • Otro que también tiene una duración de cinco años, con un interés simple del 6% anual durante los tres primeros años, y en el que regalan un televisor valorado en 580 euros por los dos últimos años. <p>Si invierto 5 000 euros, ¿qué depósito es más ventajoso?</p>
<p>40</p>	<p>Se invierte una suma de 5000 \$ a interés compuesto de tasa 6,3% anual.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Escribe una expresión para el valor de la inversión después de n años completos. b) ¿Cuál será el valor de la inversión al cabo de cinco años? c) El valor de la inversión superará los 10 000 \$ después de n años completos. <ol style="list-style-type: none"> a) Escribe una inecuación que represente esta información. b) Calcula el valor mínimo de n.
<p>41</p>	<p>Una persona tiene 30 000 € para depositar en una cuenta bancaria, pudiendo mantener el depósito durante 5 años. Estudia las condiciones de diferentes bancos:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) El banco A le ofrece un interés del 7,8% abonando los intereses anualmente. b) El banco B ofrece el 7,7% con intereses liquidables trimestralmente. c) El banco C, el 7,65% e intereses abonados mensualmente. <p>¿En qué banco le interesa más depositar su dinero?</p>
<p>42</p> <p>IBO May 2001</p>	<p>Cada año durante los pasados cinco años la población de cierto país ha aumentado con una tasa constante del 2,7% anual. Actualmente la población es de 15,2 millones.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) ¿Qué población había hace un año? b) ¿Qué población había hace cinco años?
<p>43</p> <p>IBO May 2007</p>	<p>La población de una ciudad a finales de 1972 era de 250 000 habitantes. La población aumenta un 1,3% anual.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Escriba cuántos habitantes tendrá a finales de 1973. b) Halle cuántos habitantes tendrá a finales de 2002.
<p>44</p> <p>IBO Nov 2002</p>	<p>Se invierten 1000 \$ al 15% de interés compuesto anual, que se compone mensualmente. Calcule el mínimo número de meses necesario para que la inversión exceda los 3000 \$.</p>
<p>45</p> <p>IBO Nov 2000</p>	<p>Se invierten 1000 \$ al principio de cada año durante 10 años. La tasa de interés es del 7,5% anual, que se compone anualmente. Calcule, redondeando sus respuestas al dólar:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) en cuánto se convierten los 1000 primeros dólares al cabo de los diez años. b) el valor total de la inversión al cabo de los diez años.

<p>46</p> <p>IBO May 2001</p>	<p>Michele invirtió 1500 francos con una tasa de interés anual del 5,25%, que se compone anualmente.</p> <p>a) Halle el valor de la inversión de Michele pasados 3 años. Dé su respuesta aproximada al franco.</p> <p>b) ¿Cuántos años necesitará la inversión inicial de Michele para doblar su valor?</p> <p>c) ¿Cuál sería la tasa de interés para que la inversión inicial de Michele doblara su valor al cabo de 10 años?</p>																					
<p>47</p>	<p>Juan contrata un plan de jubilación al 3% anual, con aportaciones de 960 euros al año. Si actualmente tiene 48 años, ¿qué capital obtendrá a las siguientes edades de jubilación?</p> <p>a) A los 60 años.</p> <p>b) A los 65 años</p>																					
<p>48</p>	<p>Compramos una vivienda por un valor de 240 000 euros. Damos una entrada de 20 000 euros y el resto se financia mediante una hipoteca al 5% de interés anual durante 20 años. ¿Cuál será el importe de cada cuota anual?</p>																					
<p>49</p>	<p>Calcula el tiempo necesario para que, ingresando 3 000 euros anuales a un interés del 4% anual, obtengamos 90 000 euros.</p>																					
<p>50</p>	<p>Tenemos un préstamo de 60 000 euros al 4,5% a 15 años. Al cabo de 15 cuotas anuales nos toca la lotería y cancelamos el préstamo. ¿Cuál es el capital pendiente en ese momento?</p>																					
<p>51</p>	<p>Halla la TAE de un depósito financiero que ofrece el 4,75% de interés anual con abonos de intereses trimestrales.</p>																					
<p>52</p>	<p>La siguiente tabla muestra el número de defunciones en una ciudad durante las últimas décadas:</p> <table border="1" data-bbox="608 1464 1070 1693"> <thead> <tr> <th>Año</th> <th>Población</th> <th>Nº defunciones</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1950</td> <td>35 940</td> <td>389</td> </tr> <tr> <td>1960</td> <td>32 330</td> <td>404</td> </tr> <tr> <td>1970</td> <td>37 659</td> <td>322</td> </tr> <tr> <td>1980</td> <td>42 358</td> <td>325</td> </tr> <tr> <td>1990</td> <td>51 256</td> <td>358</td> </tr> <tr> <td>2000</td> <td>50 345</td> <td>315</td> </tr> </tbody> </table> <p>a) Elabora una tabla de números índice tomando los datos de 1950 como referencia.</p> <p>b) Representa gráficamente la tabla anterior para estudiar la evolución del número de defunciones a lo largo de estas décadas.</p>	Año	Población	Nº defunciones	1950	35 940	389	1960	32 330	404	1970	37 659	322	1980	42 358	325	1990	51 256	358	2000	50 345	315
Año	Población	Nº defunciones																				
1950	35 940	389																				
1960	32 330	404																				
1970	37 659	322																				
1980	42 358	325																				
1990	51 256	358																				
2000	50 345	315																				