

## Hoja 8: Combinatoria. Teorema del binomio

1	<p>Un marcador luminoso se compone de los focos A, B, C, D, E y F, puestos en orden horizontal.</p> <p>a) Una señal consiste en encender consecutivamente tres de ellos (repetidos o no).</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ¿Cuántas señales distintas hay?</li><li>• ¿Cuántas de ellas empiezan por el foco A?</li><li>• ¿Cuántas de ellas acaban con el foco B?</li><li>• ¿Cuántas empiezan por el foco A y acaban con el B?</li></ul> <p>b) Contesta a las mismas preguntas del apartado anterior, pero no pudiéndose repetir el encendido de un foco cualquiera.</p>
2	<p>A un concierto gratuito acuden 602 personas. Como la sala sólo tiene 600 asientos, se sortea para ver quienes entran al concierto. ¿Cuántos resultados distintos pueden ocurrir en ese sorteo?</p>
3	<p>¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con las cifras pares 2, 4, 6 y 8 sin que se repita ninguna? ¿Cuántos terminan en 64? ¿Cuántos serán mayores de 500?</p>
4	<p>Tenemos seis tarjetas marcadas con las letras A, B, C, D, E, F. Las barajamos y las vamos descubriendo una detrás de otra.</p> <p>a) ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener?</p> <p>b) ¿Cuántos de ellos empiezan por A?</p> <p>c) ¿Cuántos terminan en DE?</p> <p>d) ¿Cuántos de ellos contienen la sílaba BE?</p>
5	<p>Sabiendo que los números de teléfono fijo tienen nueve cifras y empiezan por 9:</p> <p>a) ¿Cuántos números de este tipo pueden existir?</p> <p>b) ¿Cuántos de estos números tienen sus nueve cifras distintas?</p> <p>c) ¿Cuántos números están formados por tres 9, tres 8 y tres 7?</p>
6	<p>¿Cuántas maneras diferentes hay de formar un tren con 3 coches de segunda clase, 3 de primera, 2 coches cama y un vagón de correos?</p>
7	<p>Una caja contiene 24 objetos distintos, de los que 8 son defectuosos. Indica de cuántas maneras se pueden escoger 6 objetos de modo que:</p> <p>a) Los 6 sean defectuosos.</p> <p>b) Haya 3 sin defecto y el resto con defecto.</p> <p>c) Los 6 no tengan defecto.</p>

<p><b>8</b></p>	<p>Desarrolla las siguientes expresiones mediante el binomio de Newton:</p> <p>a) <math>\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^4</math>    b) <math>\left(2p + \frac{5}{p}\right)^3</math>    c) <math>\left(q + \frac{2}{p^3}\right)^5</math></p>
<p><b>9</b></p>	<p>Halla el coeficiente de <math>x^3y^8</math> en el desarrollo de <math>(3x - 2y^2)^7</math>.</p>
<p><b>10</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2001</i></p>	<p>Use el teorema del binomio para completar este desarrollo:</p> $(3x + 2y)^4 = 81x^4 + 216x^3y + \dots$
<p><b>11</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2002</i></p>	<p>Tomemos el desarrollo de <math>\left(3x^2 - \frac{1}{x}\right)^9</math>.</p> <p>a) ¿Cuántos términos contiene el desarrollo?</p> <p>b) Halle el término constante de este desarrollo.</p>
<p><b>12</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2003</i></p>	<p>Halle el término que contiene <math>x^{10}</math> en el desarrollo de <math>(5 + 2x^2)^7</math>.</p>
<p><b>13</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2004</i></p>	<p>a) Complete la fila del triángulo de Pascal que empieza por 1, 6, 15,.....</p> <p>b) Halle el coeficiente del término en <math>x^8</math> en el desarrollo de <math>(1 + x^2)^6</math>.</p>
<p><b>14</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2005</i></p>	<p>Considere el desarrollo de <math>(x^2 - 2)^5</math>.</p> <p>a) Escriba el número de términos de este desarrollo.</p> <p>b) Los cuatro primeros términos del desarrollo, en potencias decrecientes de <math>x</math>, son</p> $x^{10} - 10x^8 + 40x^6 + Ax^4 + \dots$ <p>Halle el valor de <math>A</math>.</p>
<p><b>15</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2007</i></p>	<p>Uno de los términos de la expansión de <math>(x + 2y)^{10}</math> es <math>ax^8y^2</math>. Halle el valor de <math>a</math>.</p>
<p><b>16</b></p> <p><i>IBO</i> <i>May 2008</i></p> 	<p>Halle el término en <math>x^3</math> del desarrollo de <math>\left(\frac{2}{3}x - 3\right)^8</math>.</p>

<p>17</p> <p>IBO May 2009</p> 	<p>El quinto término del desarrollo del binomio <math>(a + b)^n</math> viene dado por <math>\binom{10}{4} p^6 (2q)^4</math>.</p> <p>a) Escriba el valor de <math>n</math>.</p> <p>b) Escriba <math>a</math> y <math>b</math>, en función de <math>p</math> y/o <math>q</math>.</p> <p>c) Escriba una expresión correspondiente al sexto término del desarrollo.</p>
<p>18</p> <p>IBO May 2010</p> 	<p>Halle el término en <math>x^4</math> del desarrollo de <math>\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^5</math>.</p>
<p>19</p> <p>IBO May 2012</p> 	<p>Sabiendo que <math>\left(1 + \frac{2}{3}x\right)^n (3 + nx)^2 = 9 + 84x + \dots</math>, halle el valor de <math>n</math>.</p>
<p>20</p> <p>IBO May 2013</p> 	<p>En el desarrollo de <math>\left(\frac{x}{a} + \frac{a^2}{x}\right)^6</math>, donde <math>a \in \mathbb{Z}</math>, el término constante es igual a 1280. Halle <math>a</math>.</p>
<p>21</p> <p>IBO May 2014</p> 	<p>Considere el desarrollo de <math>x^2 \left(3x^2 + \frac{k}{x}\right)^8</math>. El término constante es 16 128. Halle <math>k</math>.</p>
<p>22</p> <p>IBO May 2015</p> 	<p>El tercer término del desarrollo de <math>(x + k)^8</math> es <math>63x^6</math>. Halle los posibles valores de <math>k</math>.</p>