Hoja 10: Funciones reales de variable real

1	Determina gráficamente el dominio y recorrido de cada una de las siguientes funciones: **a)** $f(x) = \sqrt{x}$ **b)** $f(x) = \frac{1}{x^2}$ **c)** $f(x) = \sqrt{4-x}$ **d)** $f(x) = x + \frac{1}{x}$ **d)** $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ **e)** $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$
2	Siendo $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$, halla simplificando al máximo: **a)** $f(x+4)$ **b)** $f(2-x)$ **c)** $f(-x)$ **d)** $f(x^2)$
3	Dada la función $g(x) = \frac{2x-3}{x-4}$: **a)** Halla su dominio y recorrido algebraicamente. **b)** Halla x si $g(x) = -3$.
4	Halla a y b en $f(x) = ax + \frac{b}{x}$, siendo $f(1) = 1$ y $f(2) = 5$.
5	Dada la función $f(x) = \frac{x}{x+1}, \quad x \in [0, 10]$: **a)** ¿Cuál es su dominio? **b)** Halla $f(0)$ y $f(10)$. **c)** Halla el valor del dominio que tiene 5 por imagen.
6	Dada la función $f(x) = \frac{x+10}{x-8}$, $x \geq 0$, halla el valor de a tal que $f(a) = a$.
7	Un cilindro tiene por radio de la base x, siendo su altura el doble del radio de la base. Calcula la fórmula de la función que relaciona el radio de la base x con: **a)** El volumen del cilindro. **b)** La superficie total del cilindro. ¿Cuál es el dominio en cada caso?
8	Expresa el área y de un triángulo equilátero en función de la medida x de un lado.
9	Halla el dominio de las siguientes funciones (analíticamente): **a)** $f(x) = x^5 - 6x$ **b)** $f(x) = \sqrt{4x-8}$ **c)** $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-4}}$ **d)** $f(x) = \frac{1}{x^3+1}$ **e)** $f(x) = \frac{2}{5x-x^2}$

10

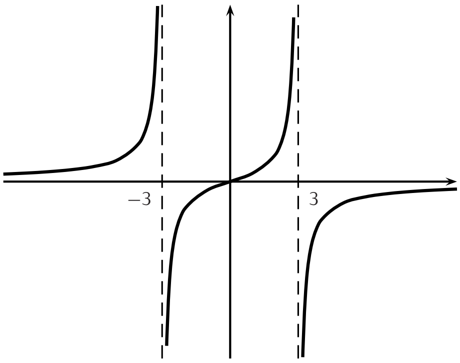
Halla el dominio de las funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si} \quad x<0 \\ \sqrt{x} & \text{si} \quad 0<x\leq 4 \\ \dfrac{x^2-2}{x-5} & \text{si} \quad x>4 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2-1} & \text{si} \quad x<1 \\ \dfrac{3x+5}{4} & \text{si} \quad 1\leq x\leq 2 \\ \sqrt{x^2-4} & \text{si} \quad x\geq 2 \end{cases}$

11

Sea f la función cuya gráfica es la siguiente:



a) Halla el dominio y recorrido.

b) ¿Existe $f(-3)$?

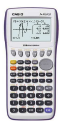
c) ¿Es periódica?

d) ¿Tiene algún tipo de simetría?

e) ¿Tiene alguna asíntota?

f) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y absolutos.

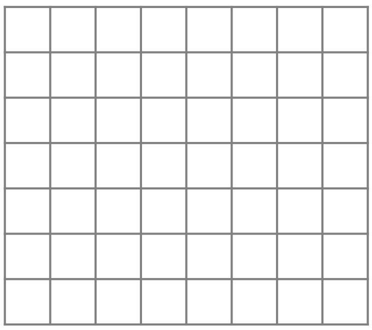
12



La función f está definida por $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{9-x^2}}$.

a) Halla el dominio de f.

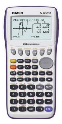
b) Dibuja aproximadamente la gráfica de f en la cuadrícula provista a continuación.



c) Escribe la ecuación de cada asíntota vertical.

d) Escribe el recorrido de la función f.

13



Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+2}$, y determina:

a) Dominio y recorrido.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos.

d) Simetrías.

e) Asíntotas.

14	Estudia analíticamente si las siguientes funciones tienen algún tipo de simetría: **a)** $f(x) = x^2 - 6x + 8$ **b)** $f(x) = x\|x\|$ **c)** $f(x) = \|x^3\|$ **d)** $f(x) = \dfrac{x^3}{1-x^2}$ **e)** $f(x) = \dfrac{x^2}{x-2}$ **f)** $f(x) = \dfrac{x^4}{1+x^2}$ **g)** $f(x) = \sqrt[3]{x^3+1}$ **h)** $f(x) = \sqrt[5]{x^5+x^3}$
15	Las funciones f y g quedan definidas por $f : x \mapsto 3x$, $g : x \mapsto x + 2$. **a)** Halla una expresión para $(f \circ g)(x)$. **b)** Comprueba que $f^{-1}(18) + g^{-1}(18) = 22$.
16	Considera las funciones $f(x) = 2x$ y $g(x) = \dfrac{1}{x-3}$, $x \neq 3$. **a)** Calcula $(f \circ g)(4)$. **b)** Halla $g^{-1}(x)$. **c)** Escribe el dominio de g^{-1}.
17	Halla la inversa de las funciones: **a)** $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$ **b)** $f(x) = \dfrac{x+1}{2}$ **c)** $f(x) = \dfrac{2x-3}{x}$ **d)** $f(x) = \dfrac{2x^3-5}{x^3}$ **e)** $f(x) = \dfrac{3x+4}{2x-3}$
18	Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = 3x - 1$ y $h(x) = x^2$, ¿cómo debemos componerlas para obtener cada una de las siguientes? **a)** $y = \sqrt{3x-1}$ **b)** $y = 3\sqrt{x} - 1$ **c)** $y = 3x^2 - 1$ **d)** $y = (3x-1)^2$
19	**a)** Escribe la expresión $x^2 + 6x + 2$ en la forma $(x+a)^2 + b$, donde a y b son constantes a determinar. **b)** Dado que $(f \circ g)(x) = x^2 + 6x + 2$ y $g(x) = x + 3$, determina $f(x)$.
20 *IBO May 2000*	Dos funciones f, g se definen como sigue: $f : x \mapsto 3x + 5$ $g : x \mapsto 2(1 - x)$ Halle: **a)** $f^{-1}(2)$; **b)** $(g \circ f)(-4)$.
21 *IBO May 2001*	La función f se define por $f : x \mapsto \sqrt{3-2x}, \quad x \leq \dfrac{3}{2}$ Calcule $f^{-1}(5)$.

22

IBO May 2002

Sean $f(x) = 2^x$, y $g(x) = \dfrac{x}{x-2}$, $(x \neq 2)$. Halle:

a) $(g \circ f)(3)$

b) $g^{-1}(5)$

23

IBO May 2004

Sean $f(x) = \dfrac{8}{x}$ y $g(x) = x^2$.

a) Halle $f^{-1}(x)$.

b) i) Escriba $(f^{-1} \circ g)(x)$.

ii) Resuelva la ecuación $(f^{-1} \circ g)(x) = x$.

24

IBO May 2013

Sean $f(x) = 4x - 2$ y $g(x) = -2x^2 + 8$.

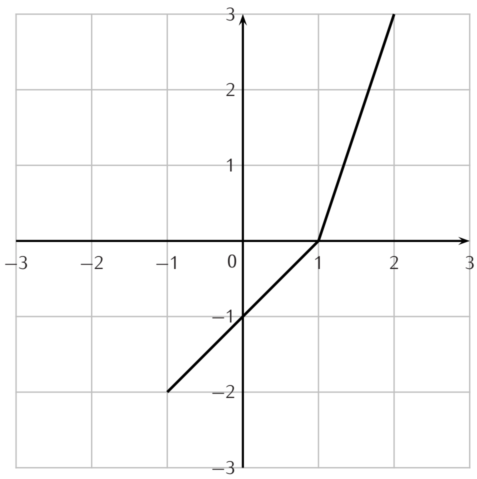
a) Halle $f^{-1}(x)$.

b) Halle $(f \circ g)(1)$.

25

IBO May 2013

La figura que aparece a continuación muestra la gráfica de un función f, para $-1 \leq x \leq 2$.



a) Escriba el valor de

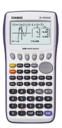
i) $f(2)$;

ii) $f^{-1}(-1)$.

b) Dibuje aproximadamente la gráfica de f^{-1} en la cuadrícula dada.

26

IBO May 2015

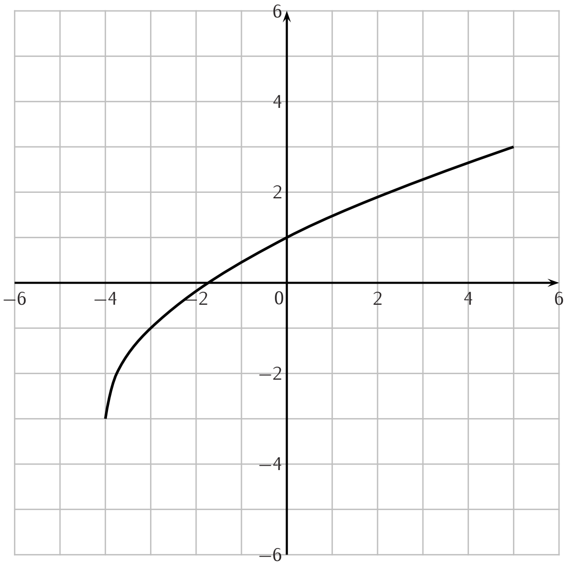


Sean $f(x) = kx^2 + kx$ y $g(x) = x - 0,8$. Los gráficos de f y g se cortan en dos puntos distintos. Halle los posibles valores de k.

27

IBO
May 2014

La siguiente figura muestra el gráfico de $y = f(x)$, para $-4 \leq x \leq 5$.



a) Escriba el valor de

i) $f(-3)$;

ii) $f^{-1}(1)$.

b) Halle el dominio de f^{-1}

c) En la cuadrícula anterior, dibuje aproximadamente el gráfico de f^{-1}.