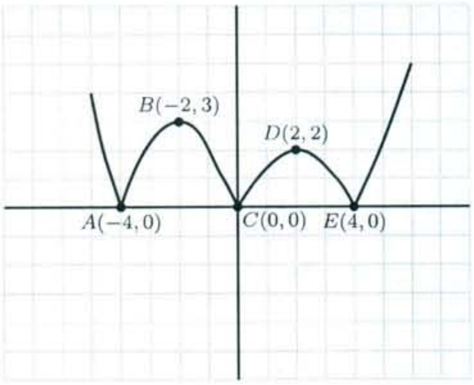
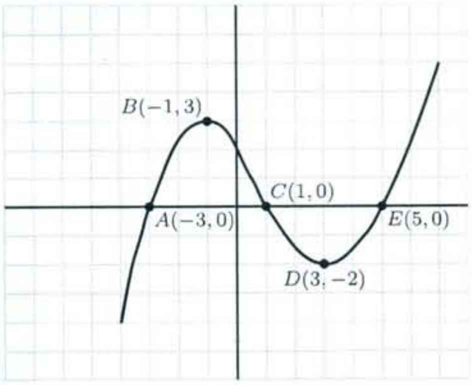
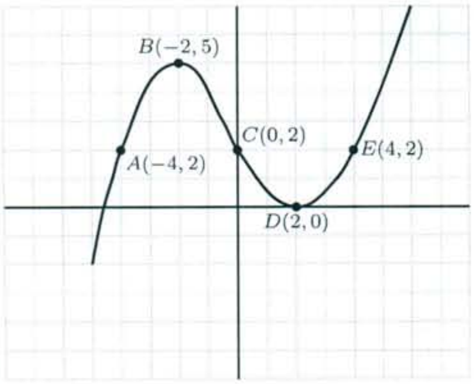
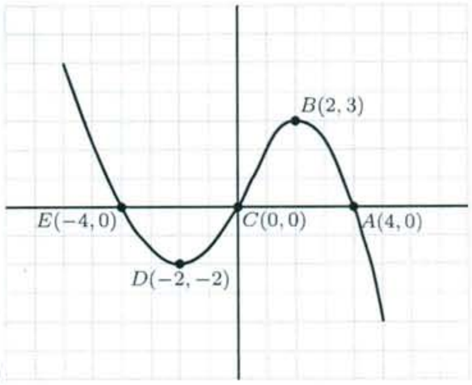
FUNCIONES: TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS. SOLUCIONES (hoja 11)

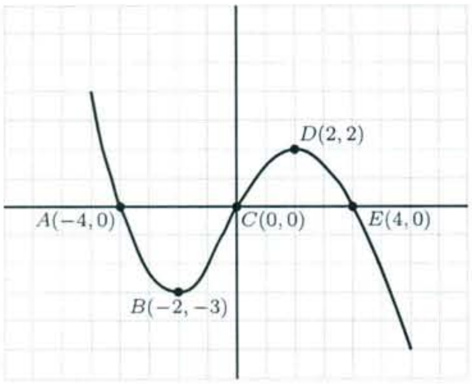
1. **Solución:**

a) 

b) 

c) 

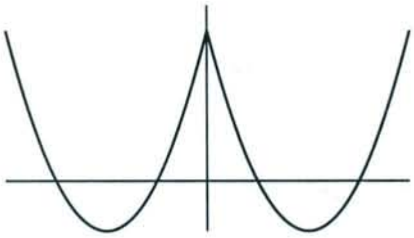
d) 

e) 

2. **Solución:**

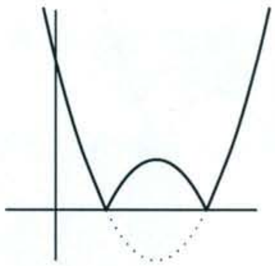
- $y = f(g(x)) = f(|x|) = |x|^2 + 4|x| + 3$

  Para dibujar $f(|x|)$ basta trazar la función $f(x)$ para valores positivos de la variable x, y realizar la simétrica respecto del eje OY:

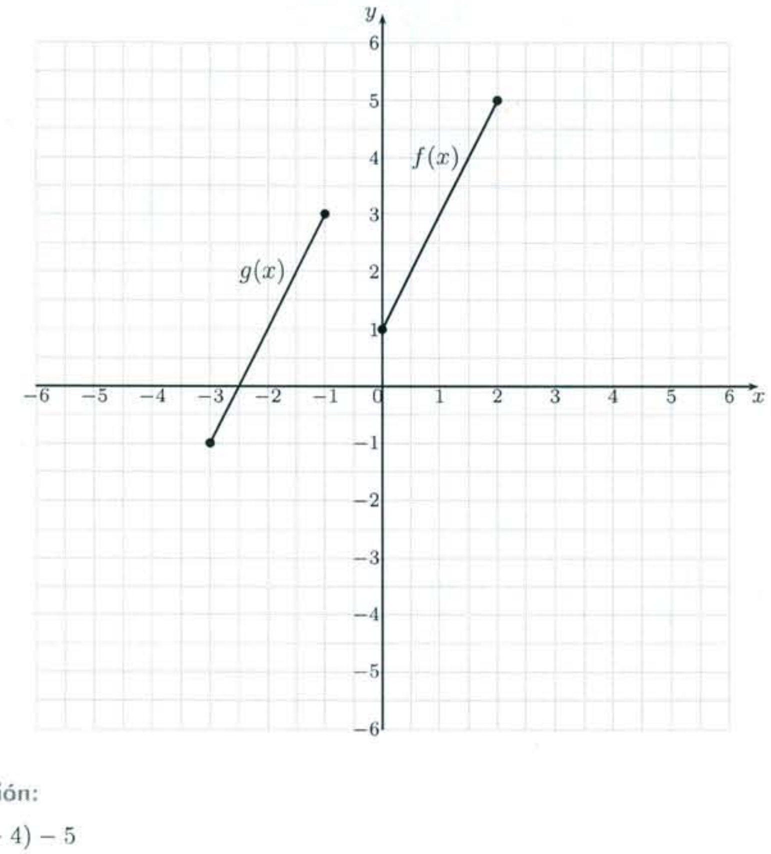


- $y = g(f(x)) = g(x^2 - 4x + 3) = |x^2 - 4x + 3|$

  Para representar el valor absoluto de una función, primero se representa sin valor absoluto, y aquellos trozos situados por debajo del eje OX los situamos por encima, de forma simétrica:



3. **Solución:**



4. **Solución:**

$y = f(x-4) - 5$

5. **Solución:**

- $y = x^2 \to y = -x^2$
- $y = -x^2 \to y = -3x^2 \qquad (k = 3)$
- $y = -3x^2 \to y = -3(x-4)^2 \qquad (p = 4)$
- $y = -3(x-4)^2 \to y = 5 - 3(x-4)^2 \qquad (q = 5)$

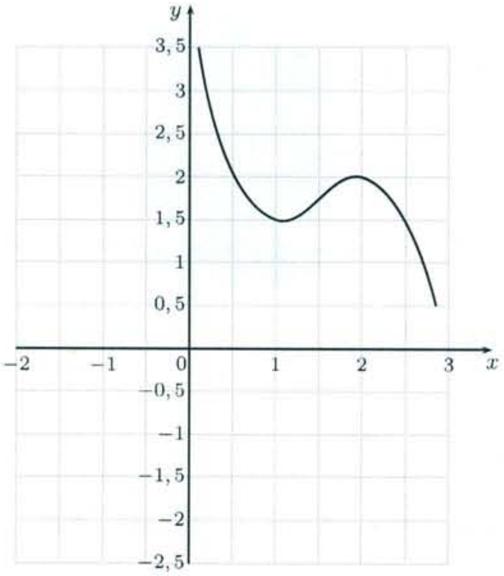
6. **Solución:**

- Línea punteada: simétrica respecto del eje OY.
  $y = f(-x) = (-x)^3 + (-x) + 2 = -x^3 - x + 2$

- Línea discontinua: simétrica respecto del eje OX.
  $y = -f(x) = -(x^3 + x + 2) = -x^3 - x - 2$

8. Solución:

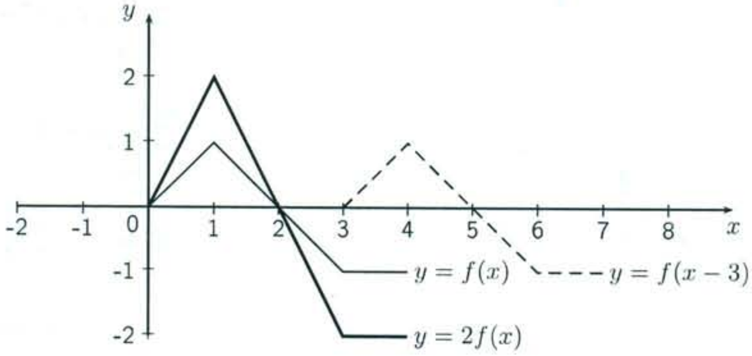
a)



b) Mínimo: $(1, \frac{3}{2})$ Máximo: $(2, 2)$

10. Solución:

a)



b) $-f(x)$ es simétrica de $f(x)$ respecto del eje OX: el punto $(3, -1)$ se transforma en $(3, 1)$.
$-f(x) + 1$: traslación vertical de 1 unidad, luego el punto $(3, 1)$ se transforma en $(3, 2)$.
Por tanto, $A'(3, 2)$.
O también: $f(3) = -1$; $-f(3) + 1 = -(-1) + 1 = 2$; $A'(3, 2)$

(7) a) $y = 2x^2 - 12x + 23 = 2\left(x^2 - 6x + \frac{23}{2}\right) = 2\left(x^2 - 6x + 9 - 9 + \frac{23}{2}\right) =$

$= 2\left[(x-3)^2 + \frac{5}{2}\right] = 2(x-3)^2 + 5$

b) $y = x^2$

- $y = 2x^2 \quad (K = 2)$
- $y = 2(x-3)^2 \quad (p = 3)$
- $y = 2(x-3)^2 + 5 \quad (q = 5)$

---

(9) a) $f(x) = 3(x+1)^2 - 12 = 3(x^2 + 2x + 1) - 12 = 3x^2 + 6x + 3 - 12 =$

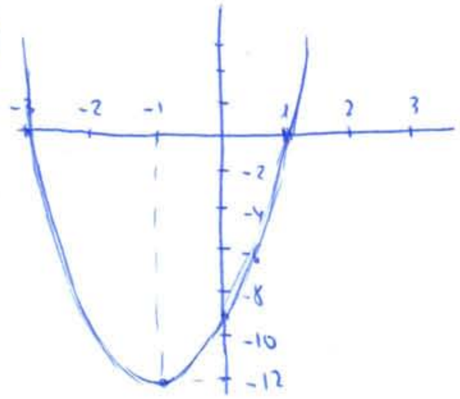
$= 3x^2 + 6x - 9$

b) i) $V(-1, -12)$

ii) Corte eje OY : $(0, -9)$

iii) $3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} -3 \Rightarrow (-3, 0) \\ 1 \Rightarrow (1, 0) \end{cases}$

c)



d) $g(x) = x^2$

$3 \cdot g(x) = 3x^2 \Rightarrow \boxed{t = 3}$

$3g(x+1) - 12 = 3(x+1)^2 - 12 = f(x)$

luego $\binom{p}{q} = \binom{-1}{-12}$

---

(11) a) $f(x) = 3x^2 - 6x + p = 0$

i) $\Delta = 36 - 4 \cdot 3 \cdot p = 36 - 12p$; ii) $\Delta = 0 \Rightarrow 36 - 12p = 0 \rightarrow p = 3$

b) $f(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2 \Rightarrow V(1, 0)$

c) $f(x) = 0 \Rightarrow 3(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$

d) $f(x) = 3(x-1)^2 \rightarrow a = 3 \; ; \; h = 1 \; ; \; k = 0.$

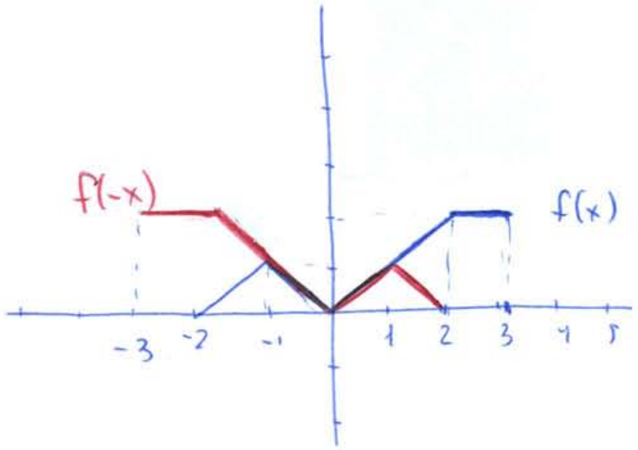
e) · Simetría respecto al eje OX: $-f(x) = -3x^2 + 6x - 3$

· Traslación según $\binom{0}{6}$: $g(x) = -3x^2 + 6x - 3 + 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow g(x) = -3x^2 + 6x + 3$

———— o ————

12 a)



b) $f(x) \xrightarrow[\text{resp. OX}]{\text{simetría}} -f(x) \xrightarrow[\text{vertical} (\times 2)]{\text{estiramiento}} -2f(x) \xrightarrow[\text{según } \binom{1}{0}]{\text{traslación horizontal}}$

$\rightarrow -2f(x-1) + 0 = -2f(x-1)$ $\nearrow a = -2$ $\searrow b = -1.$

———— o ————