PROBLEMAS DE MÓVILES CON CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL Y USO DE CALCULADORA GRÁFICA EN EXÁMENES DE BI

Ejemplo 2

Mayo 14
TZ2
P2#9

Una partícula se mueve en línea recta. Su velocidad, $v\,\text{ms}^{-1}$, en el instante t segundos, viene dada por

$$v = (t^2 - 4)^3,\ \text{para } 0 \le t \le 3.$$

(a) Halle la velocidad de la partícula para $t = 1$.

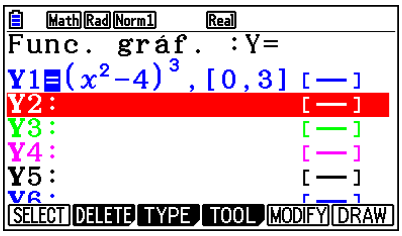
(b) Halle el valor de t en el que la partícula se encuentra en reposo.

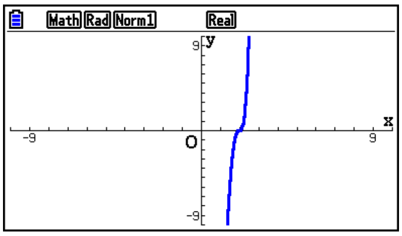
(c) Halle la distancia total que recorre la partícula en los primeros tres segundos.

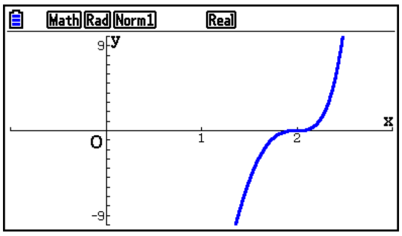
(d) Muestre que la aceleración de la partícula viene dada por $a = 6t(t^2 - 4)^2$.

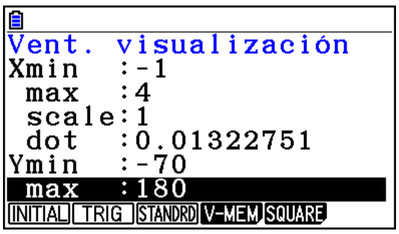
(e) Halle todos los posibles valores de t para los cuales la velocidad y la aceleración son ambas positivas o ambas negativas.

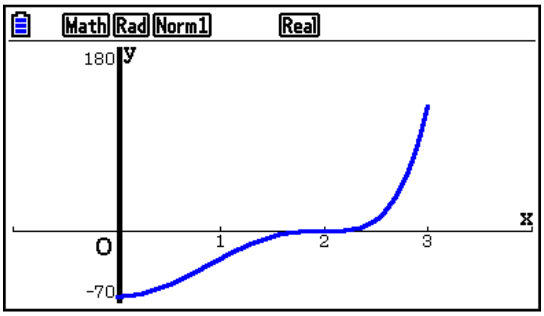
1º Abrir menú gráfico. Teclear la ecuación en el dominio correspondiente, ajustar la ventana de visualización:





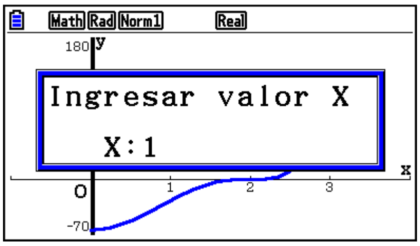


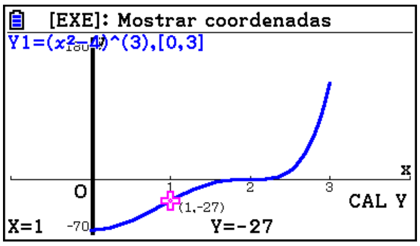




a) V(1) = -27 ms^{-1}

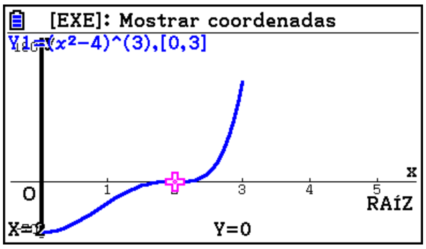
G-SOLVE, seleccionar Y-CALC





b) Se encuentra en reposo cuando v(t)=0. En t=2 s.

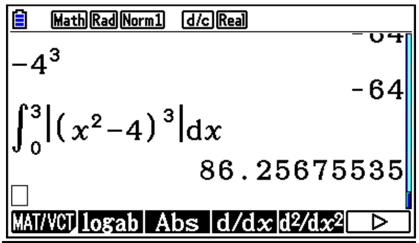
G-SOLVE ➔F6(>)➔ROOT



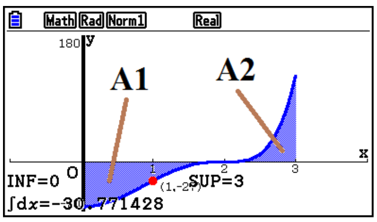
c) 3 métodos para hallarla:

<u>Método 1, directamente con el modo matemáticas de la calculadora (recomendado):</u>

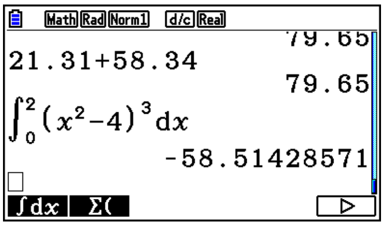
$$distancia = \int_0^3 |(t^2-4)^3|dx = |s(3)-s(0)| = 86.26\ m$$



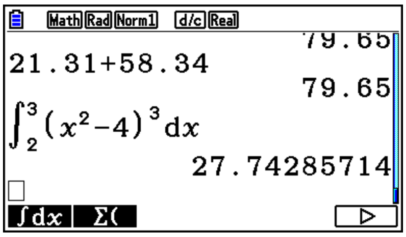
<u>Método 2, hallando las áreas una a una y sumando las que estén por encima del eje x y restando las que estén por debajo del eje x</u>



Distancia = -A1+A2



A1= - 58.51



A2=27.74

DISTANCIA = -A1+A2=-(-58.51)+27.74 = 86.25 m.

<u>Método 3, analíticamente sin calculadora (como estamos aprendiendo con calculadora utilizaremos los anteriores.</u>

d) Como la <u>aceleración instantánea</u> es la derivada respecto del tiempo de la velocidad, $a = \frac{dv}{dt}$, tenemos que hacer su derivada. (La calculadora hace derivadas de funciones en un punto concreto, pero no la función derivada)

$$a = v' = \frac{dv}{dt} = \frac{d(t^2-4)^3}{dt} = ((t^2-4)^3)' = 3(t^2-4)^2 \cdot 2t = 6t(t^2-4)^2$$

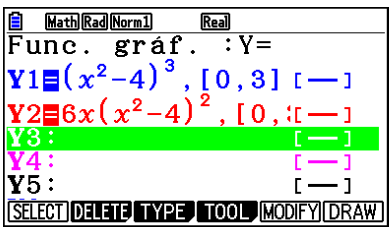
Q. E. D.

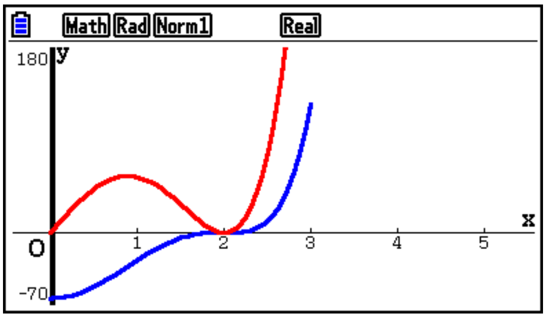
C. Q. D.

W[5]

e) Representemos la gráfica de la aceleración. La de la velocidad, ya está representada y sabemos los intervalos en que la velocidad es negativa o positiva. Por si alguien no pudo demostrar la expresión de la aceleración, cogerá entonces la que se da en el apartado d):

1º Abrir menú gráfico. Teclear la ecuación





Aceleración en rojo.

De su análisis, observamos que la aceleración siempre es positiva en todo su dominio, excepto en x=0 y en x=2, que es 0.

La velocidad (en azul) es negativa en el intervalo [0,2) y positiva en el intervalo (2, 3]

Luego, no hay ningún intervalo común en que ambas sean negativas, pero en el intervalo (2, 3] ambas, velocidad y aceleración son positivas.