Examen PAU Julio 2015 Fase General – Matemáticas Aplicadas a las CCSS

Opción A

1. Luis tiene ahora mismo m veces la edad de Javier. Dentro de m años, Luis tendrá el triple de años que Javier.

a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean la edad de Luis y de Javier, respectivamente. Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que Luis tenga ahora mismo el triple de años que Javier?

b) Resuelve el sistema para $m = 5$. ¿Cuántos años tiene Luis en este caso?

a)

	HOY	DENTRO 'm' años
LUIS	x	$x+m$
JAVIER	y	$y+m$

$x = my$; $x+m = 3(y+m)$

$$\left.\begin{array}{l} x = my \\ x+m = 3(y+m) \end{array}\right\} \longrightarrow \boxed{\left.\begin{array}{l} x - my = 0 \\ x - 3y = 2m \end{array}\right\}}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -m \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -m \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -3 + m \longrightarrow m = 3$$

- Si $m \neq 3 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r(M) = 2 \\ r(M^*) = 2 \\ n = 2 \end{array}\right| \longrightarrow$ S. Compatible Determinado (Solución única)

- Si $m = 3 \longrightarrow M^* = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -3 & 0 \\ 1 & -3 & -6 \end{array}\right)$ $\left.\begin{array}{l} |1| = 1 \neq 0 \Rightarrow r(M) = 1 \\ \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -6 \end{vmatrix} = -6 \neq 0 \Rightarrow r(M^*) = 2 \end{array}\right\} \longrightarrow$ Sist. Incompat.

No es posible que Luis Tenga hoy el Triple de años que Javier

b) $\underline{m = 5}$

$$\left.\begin{array}{l} x - 5y = 0 \\ x - 3y = 10 \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 10 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{50}{2} = 25 \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 10 \end{vmatrix}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$\longrightarrow$ **Luis tiene hoy 25 años y Javier 5**

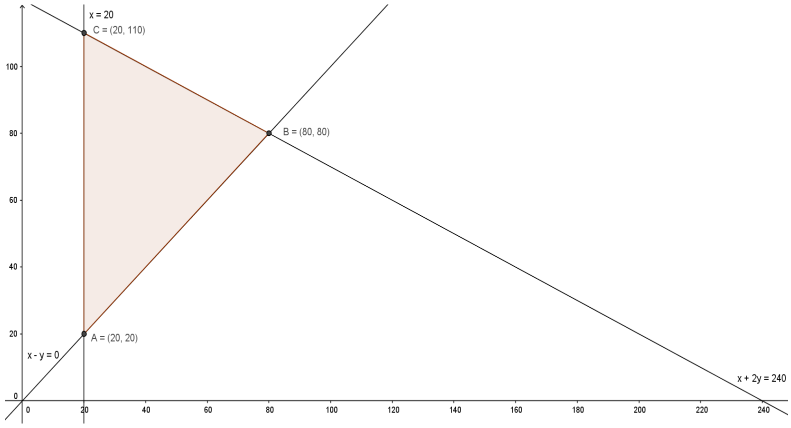
2. Una compañía dispone de 96 000 euros para comprar ordenadores y licencias de un determinado software. Se sabe que necesita adquirir al menos 20 ordenadores y que el número de licencias debe ser mayor o igual que el de ordenadores. Además se tiene que el precio de cada ordenador es de 400 euros y el de cada licencia de 800 euros.

a) ¿Cuántos ordenadores y cuántas licencias puede comprar para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

b) ¿Cuántos ordenadores y cuántas licencias debe comprar para que el coste total de la compra sea mínimo? ¿y para que el número de licencias sea máximo?

x = nº ordenadores a comprar
y = nº licencias a comprar

$$\begin{cases} x \geq 20 \\ y \geq x \\ 400x + 800y \leq 96\,000 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 20 \\ y \geq x \\ x + 2y \leq 240 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



El número de ordenadores y licencias que se pueden comprar son los puntos pertenecientes a la zona factible señalada en el gráfico.

1^er^ Objetivo: Minimizar Costes

Función Objetivo: $C = 400x + 800y$

$$A(20,\,20) \rightarrow Costes = 48\,000€$$
$$B(80,\,80) \rightarrow Costes = 192\,000€$$
$$C(20,\,110) \rightarrow Costes = 96\,000€$$

Minimizará los costes (48 000€) comprando 20 ordenadores y 20 Licencias.

2º Objetivo: Maximizar nº Licencias.

Función Objetivo: $L = y$

$$A(20,\,20) \rightarrow Licencias = 20$$
$$B(80,\,80) \rightarrow Licencias = 80$$
$$C(20,\,110) \rightarrow Licencias = 110$$

Conseguirá un máximo de 110 Licencias, comprando 20 ordenadores y 110 Licencias.

3. La temperatura de cierto proceso químico se puede relacionar con el tiempo mediante la siguiente expresión ($f(x)$ representa la temperatura, en grados centígrados, y x es el tiempo transcurrido, en minutos, desde que se inicia el proceso):

$$f(x) = x^2 + 2x, \qquad x > 0.$$

a) Estudia y representa gráficamente la función f. ¿Disminuye en algún momento la temperatura?

b) El proceso se detendrá por cuestiones de seguridad si la temperatura sube de 120ºC. ¿Será necesario detener el proceso en algún instante de tiempo?

$f(x) = x^2 + 2x \quad (x > 0) \longrightarrow f'(x) = 2x + 2$

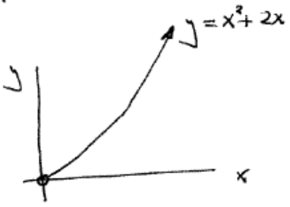
a) $f'(x) = 0 \rightarrow 2x + 2 = 0$; $\cancel{x = -1}$ que está fuera de su dominio.

f': (0, $+\infty$) $+$
f: $\nearrow$

Por lo tanto f es creciente en su dominio. No decrecerá nunca la temperatura.

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

x	y
0^+	0
$+\infty$	$+\infty$



b) $y = 120 \Rightarrow x^2 + 2x = 120$; $x^2 + 2x - 120 = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 480}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{484}}{2} = \frac{-2 \pm 22}{2}$ $\nearrow 10$, $\searrow \cancel{-12}$

Se detendrá a los $\boxed{x = 10 \text{ minutos}}$

4. Hace un año el 20 % de los niños de cierta región tenía colesterol. Se hizo entonces una campaña educativa sobre hábitos alimenticios saludables. Para contrastar si fue efectiva, se ha tomado una muestra aleatoria de 500 niños y se ha obtenido que 80 de ellos padecen colesterol.

a) Plantea un test para contrastar la hipótesis de que la campaña no ha sido efectiva, frente a la alternativa de que sí ha disminuido el porcentaje de niños con colesterol.

b) ¿A qué conclusión se llega con el contraste anterior para un nivel de significación del 5 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
$F(0'2) = 0'579$, $F(1'64) = 0'95$, $F(1'96) = 0'975$ y $F(2'24) = 0'987$.)

a) $H_0: p \geq 0'20$
$H_a: p < 0'20$ | Siendo p la proporción de niños con colesterol.

b) $p_0 = 0'20$
$\hat{p} = \frac{80}{500} = 0'16$
$n = 500$
$\alpha = 5\% \rightarrow z_\alpha = 1'64$

¿ $0'16 \in \left(0'20 - 1'64\sqrt{\frac{0'20 \cdot 0'80}{500}}, +\infty\right)$?

$0'16 \notin (0'171, +\infty)$ Valor significativo

Conclimos entonces, con un nivel de significación del 5%, que debemos rechazar la hipótesis nula, creyendo que la proporción de niños con colesterol sí ha bajado del 20%

Opción B

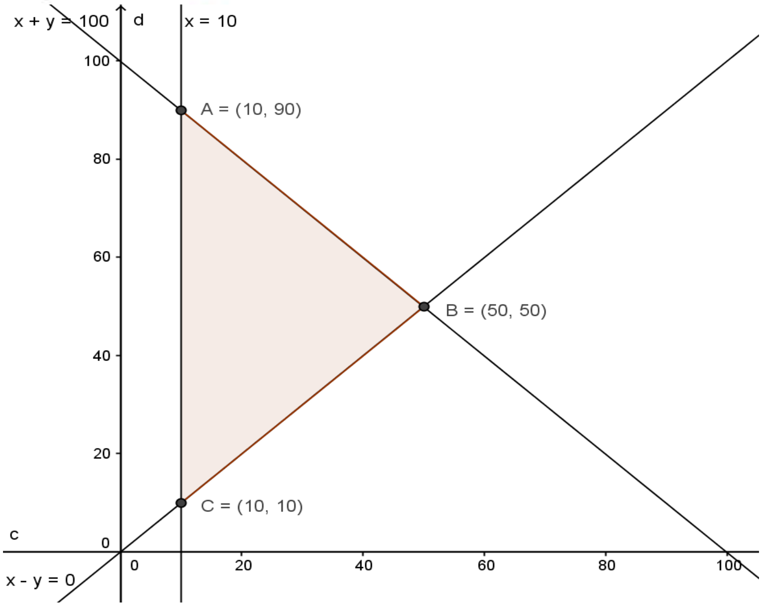
1. Un instituto de investigación está planificando la compra de proyectores de dos tipos *A* y *B*. Por un convenio firmado con el proveedor, deben adquirirse al menos 10 proyectores de tipo *A* y nunca menos de este tipo que del tipo *B*. Por limitaciones de espacio se pueden adquirir como mucho 100 proyectores en total.

a) ¿Cuántos proyectores de cada tipo puede comprar para cumplir con todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

b) Si cada proyector de tipo *A* cuesta 3000 euros y cada proyector de tipo *B* cuesta 7000 euros, ¿cuántos tendría que comprar de cada tipo para minimizar el coste? ¿a cuánto ascendería dicho coste?

x = nº proyectores tipo A comprados
y = nº proyectores tipo B comprados

$$\begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq y \\ x + y \leq 100 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 10 \\ x - y \leq 0 \\ x + y \leq 100 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



El número de proyectores de cada tipo que se pueden comprar son los puntos pertenecientes a la zona factible señalada en el gráfico.

Objetivo: Minimizar Costes.
Función Objetivo: $C = 3000x + 7000y$

$A(10, 90) \rightarrow C = 660\,000€$

$B(50, 50) \rightarrow Ben = 500\,000€$

$C(10, 10) \rightarrow C = 100\,000€$

El menor coste será de 100 000€ comprando 10 proyectores tipo A y 10 proyectores tipo B.

2. Dada la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$, se pide:

a) Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(3) = 2$.

b) Estudiar y representar gráficamente la función f. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 3$.

$f(x) = x^2 - 3x + 2$

a) $F(x) = \int (x^2 - 3x + 2)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + C$

$F(3) = 2 \Rightarrow \frac{27}{3} - \frac{3 \cdot 9}{2} + 2 \cdot 3 = C \; ; \; C = \frac{3}{2}$; $\boxed{F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + \frac{3}{2}}$

b) $y = x^2 - 3x + 2$

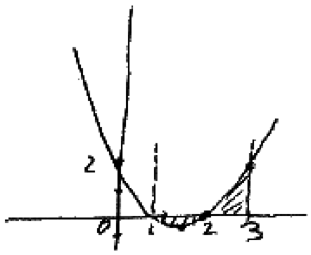
$y' = 2x - 3$

$y' = 0 \rightarrow x = 3/2 \rightarrow y = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 2 = -\frac{1}{4}$

$y = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$ ↗ 2 ↘ 1

	x	y
	0	2
	1	0
V	3/2	-1/4
	2	0
	3	2



y		1		2	
	+		−		+

$\text{Area} = -\int_1^2 (x^2 - 3x + 2)\,dx + \int_2^3 (x^2 - 3x + 2)\,dx =$

$= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x\right]_1^2 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x\right]_2^3 =$

$= -\frac{8}{3} + \frac{12}{2} - 4 + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 + \frac{27}{3} - \frac{27}{2} + 6 - \frac{8}{3} + \frac{12}{2} - 4 = \boxed{1}$ u.s.

3. El 30 % del café que vende un determinado supermercado es descafeinado. De éste, el 20 % es de marca blanca, mientras que del café vendido que no es descafeinado, sólo un 10 % es de marca blanca.

a) ¿Qué porcentaje del café vendido es de marca blanca y descafeinado?

b) ¿Qué porcentaje del café vendido es de marca blanca?

D = 'Café Descafeinado'

B = 'Cafe marca Blanca'

$P(D) = 0'30$

$P(B/D) = 0'20$

$P(B/\bar{D}) = 0'10$

$$\begin{array}{llll} & & \xrightarrow{0'20} & B \\ \xrightarrow{0'30} & D & & \\ & & \xrightarrow{0'80} & \bar{B} \\ & & \xrightarrow{0'10} & B \\ \xrightarrow{0'70} & \bar{D} & & \\ & & \xrightarrow{0'90} & \bar{B} \end{array}$$

a) $P(D \cap B) = 0'30 \cdot 0'20 = 0'06 = \boxed{6\%}$

b) $P(B) = P(D) \cdot P(B/D) + P(\bar{D}) \cdot P(B/\bar{D}) = 0'30 \cdot 0'20 + 0'70 \cdot 0'10 = 0'13 = \boxed{13\%}$

4. La edad media de los adictos a una determinada droga en cierta región era de 18 años. Después de cinco años de campañas de concienciación social en colegios e institutos, se ha tomado una muestra aleatoria de 100 personas adictas a dicha droga y se ha obtenido que su edad media es de $19'5$ años. Se supone además que la edad de este tipo de personas sigue una distribución normal con desviación típica 1 año.

a) Plantea un test para contrastar la hipótesis de que las campañas no han sido efectivas, frente a la alternativa de que sí lo han sido al aumentar la edad media de los adictos.

b) ¿A qué conclusión se llega con el contraste anterior para un nivel de significación del 5 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(0'05) = 0'52$, $F(0'95) = 0'83$, $F(1'64) = 0'95$, $F(1'96) = 0'975$ y $F(15) = 1'00$.)

a) $H_0: \mu \leq 18$
$H_a: \mu > 18$ | Siendo μ la edad media de los adictos

b) $\bar{x} = 19'5$
$n = 100$
$\sigma = 1$
$\alpha = 5\% \rightarrow z_\alpha = 1'64$

¿ $19'5 \in \left(-\infty,\ 18 + 1'64 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}}\right)$?

$19'5 \notin (-\infty,\ 18'164)$ Valor significativo

Pensamos entonces, al 5% de significación, que debemos rechazar la hipótesis nula, aceptando más bien que después de las campañas de concienciación social, la edad media de los adictos sí ha aumentado.

Examen PAU Julio 2015 Fase Específica – Matemáticas Aplicadas a las CCSS

Opción A

1. Un taller tiene contratados operarios de dos tipos. En una hora cualquiera de trabajo, cada operario de tipo A cobra 10 euros, cada operario de tipo B cobra $2m$ euros y la empresa paga al total de sus operarios 780 euros por esa hora de trabajo. En el taller, por cada operario de tipo B hay $m-1$ operarios de tipo A.

a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el número de operarios de cada tipo contratados en el taller.

b) Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que los operarios de tipo B cobren 6 euros por hora? En caso afirmativo, ¿cuántos operarios de tipo A trabajan en el taller?

a)

$x =$ nº operarios tipo A $(10€/h)$

$y =$ " " " B $(2m€/h)$

$$\left.\begin{array}{l}10x+2my=780\\ x=(m-1)y\end{array}\right\} \longrightarrow \left.\begin{array}{l}5x+my=390\\ x-(m-1)y=0\end{array}\right\}$$

b)

$$M=\begin{pmatrix}5 & m\\ 1 & 1-m\end{pmatrix}$$

$$|M|=\begin{vmatrix}5 & m\\ 1 & 1-m\end{vmatrix}=5-5m-m=5-6m$$

$$|M|=0 \longrightarrow m=5/6$$

- Si $m\neq 5/6 \longrightarrow \left.\begin{array}{l}r(M)=2\\ r(M^*)=2\\ n=2\end{array}\right\} \longrightarrow$ S. Compatible Determinado (Solución única)

- Si $m=5/6 \longrightarrow M^*=\left(\begin{array}{cc|c}5 & 5/6 & 390\\ 1 & 1/6 & 0\end{array}\right)$ $\left.\begin{array}{l}|5|=5\neq 0 \Rightarrow r(M)=1\\ \begin{vmatrix}5 & 390\\ 1 & 0\end{vmatrix}=5\neq 0 \Rightarrow r(M^*)=2\end{array}\right\} \to$ Sistema Incompatible

Por lo tanto, si $\underline{\underline{m=3}}$, el sistema tendrá solución.

$$\left.\begin{array}{l}5x+3y=390\\ x-2y=0\end{array}\right\} \quad x=\frac{\begin{vmatrix}390 & 3\\ 0 & -2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}5 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}}=\frac{-780}{-13}=\boxed{60 \text{ operarios tipo A}} \longrightarrow y=30 \text{ operarios tipo B}$$

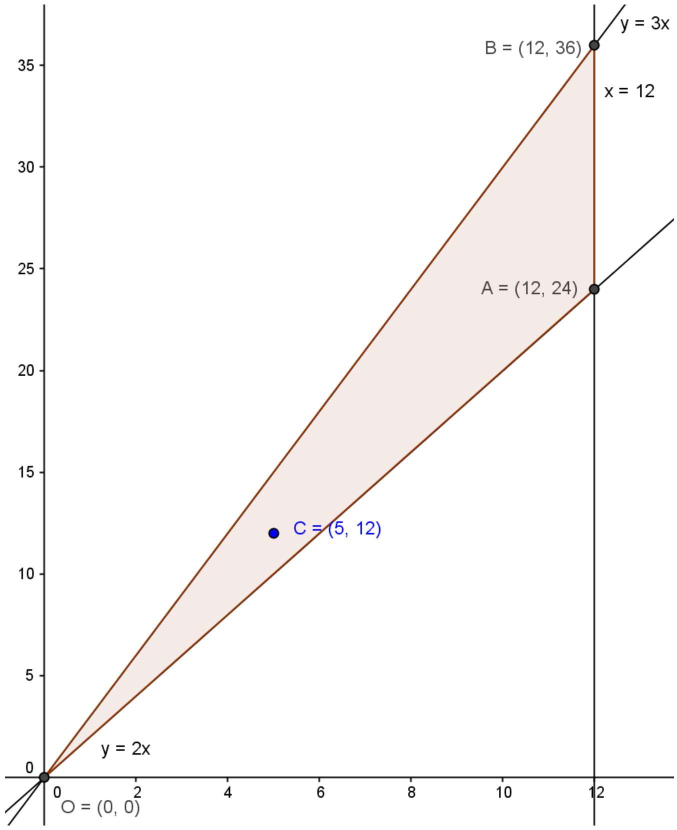
2. Un empresario abrirá en breve una fábrica de mermeladas y debe contratar dos tipos de empleados: personal especializado para elaborar el producto y personal no cualificado para empaquetarlo. Sólo ha recibido el curriculum de 12 personas especializadas, de modo que como mucho podrá contratar a esa cantidad de personas para la fase de producción. Por experiencias previas, el empresario sabe que debe tener al menos el doble de empleados no cualificados que especializados y como mucho, el triple.

a) ¿Cuántos empleados de cada tipo puede contratar? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría contratar a 5 empleados especializados y 12 no cualificados?

b) Según la legislación correspondiente, la empresa recibirá una subvención de 100 euros mensuales por cada empleado no cualificado que contrate. La subvención será de 120 euros si el personal es especializado. ¿Cuántos empleados de cada tipo debe contratar para maximizar los ingresos por subvenciones? ¿a cuánto ascienden tales ingresos?

x = nº empleados especializados
y = nº empleados no cualificados

$$\begin{cases} x \le 12 \\ y \ge 2x \\ y \le 3x \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$



El número de empleados de cada tipo que se pueden contratar son los puntos pertenecientes a la zona factible señalada en el gráfico.

Podrá contratar 5 empleados especializados y 12 no cualificados ya que, como se ve en el gráfico, dicho punto pertenece a la zona factible. Es decir, que cumple todas las inecuaciones.

Objetivo: Maximizar los ingresos por subvenciones.

Función Objetivo: $I = 120x + 100y$

$0(0,\ 0) \to I = 0€$

$A(12,\ 24) \to I = 3\,840€$

$B(12{,}36) \to I = 5\,040€$

Conseguiremos maximizar estos ingresos contratando 12 empleados especializados y 36 no cualificados, consiguiendo un total de 5 040€ de subvenciones

3. Dada la función $f(x) = x^2 - x$, se pide:

a) Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(6) = 50$.

b) Estudiar y representar gráficamente la función f y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

$f(x) = x^2 - x$

a) $F(x) = \int (x^2 - x)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C$

$F(6) = 50 \Rightarrow \frac{6^3}{3} - \frac{6^2}{2} + C = 50$; $C = -4$; $\boxed{F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 4}$

b) $y = x^2 - x$

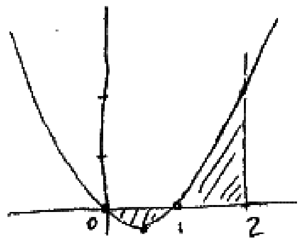
$y' = 2x - 1$

$y' = 0 \longrightarrow x = 1/2 \longrightarrow y = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$

$y = 0 \longrightarrow x^2 - x = 0$; $x(x-1) = 0$; $x = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

	0		1	
y	+		−		+

x	y
0	0
1/2	−1/4
1	0
2	2



$\text{Area} = -\int_0^1 (x^2 - x)\,dx + \int_1^2 (x^2 - x)\,dx =$

$= -\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)_1^2 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{8}{3} - \frac{4}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \boxed{1}$ u.s.

4. El 30% de los clientes de una compañía de seguros tiene asegurado su coche. De ellos, el 45% tiene además asegurada su vivienda. Entre los que no tienen asegurado su coche, el 70% tiene asegurada su vivienda. Si se elige un cliente al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga asegurado su coche y su vivienda en la compañía?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga asegurada su vivienda en la compañía?

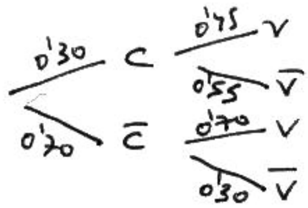
C = 'Tener Asegurado el Coche'

V = 'Tener Asegurada la Vivienda'

$P(C) = 0'30$

$P(V/C) = 0'45$

$P(V/\overline{C}) = 0'70$



a) $P(C \cap V) = 0'30 \cdot 0'45 = \boxed{0'135}$

b) $P(V) = P(C) \cdot P(V/C) + P(\overline{C}) \cdot P(V/\overline{C}) = 0'30 \cdot 0'45 + 0'70 \cdot 0'70 = \boxed{0'625}$

Opción B

1. Los empleados de un banco deben rellenar cada tarde el cajero automático de su sucursal con billetes de 20 y de 50 euros. Por motivos de seguridad, la máquina nunca contiene más de 20 000 euros. Por otro lado, dado que los clientes prefieren los billetes de 20, deben introducir al menos el doble de billetes de 20 que de 50 euros. Finalmente, siempre incluyen al menos 100 billetes de 50 euros.

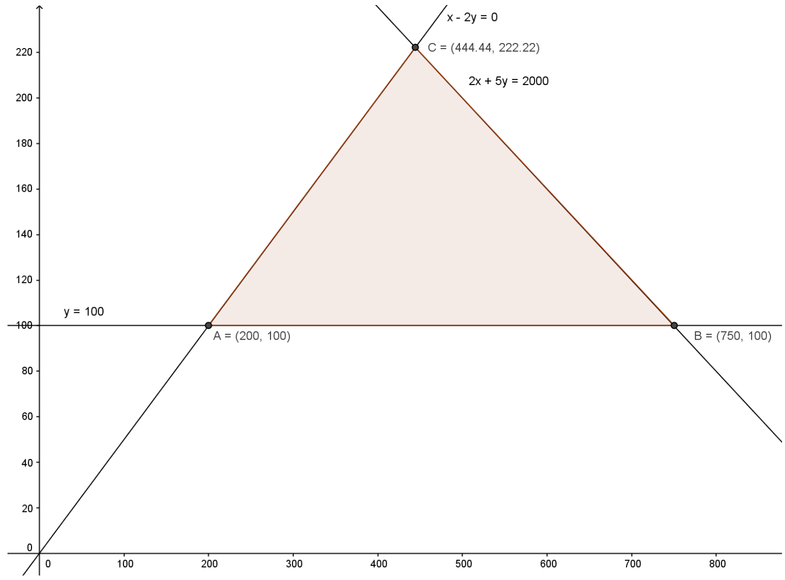
a) Suponiendo que el cajero está vacío, ¿cuántos billetes de cada tipo puede haber en el cajero cuando se rellena? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

b) Si quieren que el cajero tenga el menor número de billetes posible, ¿cuántos deben rellenar de cada tipo? ¿cuánto dinero habrá en el cajero en ese caso?

x = nº billetes de 20€ introducidos
y = nº billetes de 50€ introducidos

$$\begin{cases} 20x+50y \le 20000 \\ x \ge 2y \\ y \ge 100 \\ x \ge 0 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+5y \le 2000 \\ x \ge 2y \\ y \ge 100 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

El número de billetes que se pueden introducir son los puntos pertenecientes a la zona factible señalada en el gráfico.



Objetivo: Minimizar nº total de billetes.
Función Objetivo: $N = x + y$

$$A(200,100) \to N = 300$$

$$B(750,100) \to N = 850$$

$$C\left(\frac{4000}{9},\frac{2000}{9}\right) \to N = \frac{6000}{9} \approx 666{,}66$$

Como mínimo deberemos introducir en el cajero 300 billetes: 200 de 20€ y 100 de 50€, que sumarán entonces un total de 9 000€.

2. En un restaurante han estudiado el dinero que los clientes gastan en cenas en función de la edad. El gasto estimado en euros viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = -\frac{x^2}{30} + 3x - 5, \qquad 18 \leq x \leq 65$$

donde x representa la edad, en años, del cliente.

a) ¿Disminuye el gasto estimado a alguna edad?

b) ¿A qué edad los clientes tienen un gasto estimado mayor? ¿Cuánto se estima que gastan a esa edad? ¿A qué edad tienen un gasto estimado menor?

c) Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $[18, 65]$.

$f(x) = -\frac{x^2}{30} + 3x - 5 \quad (18 \leq x \leq 65) \longrightarrow f'(x) = -\frac{x}{15} + 3$

a) $f'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{x}{15} + 3 = 0 \ ; \ x = 45$

	18 – 45	45 – 65
f'	+	−
f	↗	↘

El gasto disminuye a partir de los 45 años

b) El mayor gasto sería a los 45 años y sería: $-\frac{45^2}{30} + 3 \cdot 45 - 5 = \boxed{62'5\ €}$

El menor gasto podría estar en 18 años ó en 65 años, Tenemos que comparar:

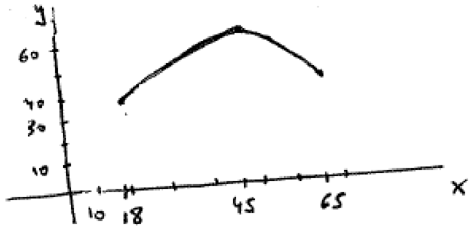
$f(18) = -\frac{18^2}{30} + 3 \cdot 18 - 5 = 38'2$

$f(65) = -\frac{65^2}{30} + 3 \cdot 65 - 5 = 49'1\widehat{6}$

El menor gasto, 36'4 €, estaría en los 18 años

c)

x	y
18	38'2
45	62'5
65	49'1$\widehat{6}$



3. En un banco saben que el 60 % de los clientes tienen contratado algún tipo de préstamo. De ellos, el 20 % ha tenido alguna vez un descubierto. Por otra parte, saben que el 8 % de los clientes no tienen contratado ningún préstamo y han tenido alguna vez un descubierto.

a) ¿Qué porcentaje de los clientes del banco ha tenido alguna vez un descubierto?

b) Dentro del grupo de clientes que ha tenido alguna vez un descubierto, ¿qué porcentaje no tiene contratado ningún préstamo?

C = 'Tener Contratado un préstamo'

D = 'Haber Tenido un Descubierto'

$P(C) = 0'60$

$P(D/C) = 0'20$

$P(\overline{C} \cap D) = 0'08$

$\rightarrow P(D/C) = \dfrac{P(D \cap C)}{P(C)}$; $0'20 = \dfrac{P(D \cap C)}{0'60}$; $P(D \cap C) = 0'12$

	D	$\overline{D}$	
C	0'12	0'48	0'60
$\overline{C}$	0'08	0'32	0'40
	0'20	0'80	1

a) $P(D) = P(C \cap D) + P(\overline{C} \cap D) = 0'12 + 0'08 = 0'20 = \boxed{20\%}$

b) $P(\overline{C}/D) = \dfrac{P(\overline{C} \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0'08}{0'20} = \dfrac{8}{20} = 0'04 = \boxed{40\%}$

4. El contrato laboral de un empleado exige que el tiempo medio de procesado por pieza sea menor de 40 minutos. Para comprobar si el empleado está cumpliendo con dicho contrato, el gerente consideró una muestra aleatoria de 49 piezas fabricadas por él y obtuvo que en ellas el tiempo medio de procesado fue de 37′5 minutos. Se supone además que el tiempo de procesado de dicho empleado se distribuye normalmente con una desviación típica de 5 minutos.

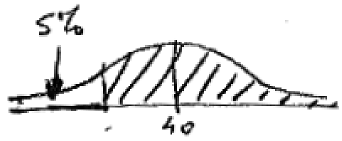
a) Plantea un test para contrastar la hipótesis de que el empleado no cumple el contrato frente a la alternativa de que sí lo cumple, puesto que el tiempo medio de procesado por pieza es menor de 40 minutos.

b) ¿A qué conclusión se llega en el contraste anterior para un nivel de significación del 5 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(0'05) = 0'52$, $F(0'95) = 0'83$, $F(1'64) = 0'95$, $F(1'96) = 0'975$, $F(3'5) = 0'9998$.)

a) $H_0: \mu \geq 40$
$H_a: \mu < 40$ | Siendo μ el Tiempo medio de procesado en minutos.

b) $\overline{x} = 37'5$
$n = 49$
$\sigma = 5$
$\alpha = 5\% \rightarrow z_\alpha = 1'64$



¿$37'5 \in \left(40 - 1'64 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{49}}, +\infty\right)$?

$37'5 \notin (38'83, +\infty)$ Valor Significativo

Con un nivel de significación del 5%, concluimos que debemos rechazar la hipótesis nula, pensando que el Tiempo medio de procesado sí ha disminuido, es decir, que el empleado sí está cumpliendo lo acordado.