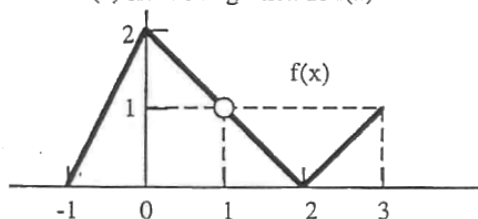


Cálculo Diferencial en las PAU de Asturias

Jun
94

- i) Interpreta razonadamente el concepto geométrico de derivada.
 ii) Como aplicación del apartado anterior y sin calcular la expresión analítica de $f(x)$, obtener la representación gráfica de $f'(x)$ siendo la gráfica de $f(x)$



(Nota: el símbolo "o" de la gráfica quiere significar que la función $f(x)$ no está definida en $x = 1$).
 Razona las respuestas.

Sept
94

Dada la función $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x^3 + 2ax^2 + bx + 3}$

se pide: i) Determinar a y b sabiendo que la función $f(x)$ presenta una discontinuidad evitable en el punto $x = 1$. ii) Definir una función $g(x)$ que sea continua en $x = 1$ y que coincida con $f(x)$ en el dominio de definición de ésta.
 Razona las respuestas.

Sept
94

Hallar los coeficientes de la ecuación $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para que la curva correspondiente presente en el punto $(2, 1)$ una inflexión con tangente paralela al eje OX , pasando dicha curva por el origen de coordenadas.

Jun
95

- i) Esbozar la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla, a la vez, que: en $x = -3$ tenga una discontinuidad evitable, en $x = -1$ tenga una discontinuidad de salto (admita límites laterales finitos distintos), en $x = 1$ tenga una discontinuidad asintótica con $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$, y además $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.
 ii) Obtener la expresión analítica de una de tales funciones.
 Razona las respuestas.

Sept
95

- i) Obtener, de forma razonada, la gráfica de una función continua $y = f(x)$ que cumpla las siguientes condiciones: $f(-2) = f(0) = f(2) = 0$, $f(-1) = 1$, $f(1) = -1$, $f'(-1) = f'(1) = 0$, $f'(x) < 0$ para $|x| < 1$, $f'(x) > 0$ para $1 < |x| < 2$, $f'(x) = -1$ para $|x| > 2$, $f''(x) < 0$ para $-2 < x < 0$, $f''(x) > 0$ para $0 < x < 2$.
 ii) ¿Existe algún punto donde $f(x)$ no sea derivable? ¿Cuáles son los máximos y mínimos relativos de $f(x)$? ¿Admite la función asíntotas? Justifica todas las respuestas.

Jun
96

- i) Dibujar la gráfica de la función $f(x) = \ln x$, atendiendo a los siguientes puntos: dominio de definición, corte con los ejes, asíntotas verticales, intervalos de monotonía e intervalos de concavidad.
 ii) A partir de la gráfica anterior, establecer razonadamente cómo serían las gráficas de las funciones: a) $\ln |x|$, b) $|\ln x|$, c) $\ln(x-2)$.
 (Nota: $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x).

Sept
96

Dada la función $f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{|x| + 1}$

- i) Estudiar, a partir de la definición, la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en los puntos $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$. ii) Determinar el dominio y la expresión de la función derivada.
 Razona las respuestas.

Jun
97

El propietario de un inmueble dispone de 40 apartamentos para alquilar. Piensa que podría alquilarlos todos si el precio del alquiler fuese de 50.000 ptas. mensuales por cada uno de ellos, pero que si el precio fuera superior le quedarían algunos apartamentos sin alquilar. Por experiencia, sabe que por cada 2.500 ptas. que aumente el precio del alquiler de cada apartamento, alquilará un apartamento menos. ¿Cuál debe ser el precio del alquiler de cada apartamento para conseguir la máxima ganancia?

Sept
97

- i) Definir mínimo relativo y mínimo absoluto.
 ii) Como aplicación, demostrar que para cualquier valor positivo de x , se verifica la desigualdad

$$x + \frac{1}{x} \geq 2.$$

- Jun 98** i) Calcula para que valor de α la función $f(x) = (x - \alpha)^2 + \cos(x)$ tiene un extremo en el punto de abscisa $x = 0$. ¿De qué tipo de extremo se trata?
- ii) Para el valor de α calculado, determina los cortes de la curva con los ejes y los dominios de monotonía.

- Sept 98** i) Representa gráficamente las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 3$ y $g(x) = |x|$
- ii) Utiliza las gráficas anteriores para obtener las de las funciones

$$y = f(g(x)) \quad y = g(f(x))$$

- Jun 99** Sea $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- i) Determina los cortes con ejes
- ii) Calcula los dominios de monotonía.
- iii) Analiza los máximos y mínimos.
- iv) Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- v) Esboza la gráfica de la función f

- Jun 99** Sea $y = x^2 + \alpha$
- Calcula el valor de α para el que las tangentes a la curva en los puntos de abscisa de valor absoluto uno, pasan por el origen de coordenadas.

- Sept 99** Determina las medidas de los lados de un rectángulo de área 1, de modo que la suma de las longitudes de tres de sus lados sea mínima.

- Jun 00** Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verificando que $f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- i) Analiza el crecimiento y decrecimiento de la función $g(x) = f(e^x)$
- ii) ¿Tiene algún extremo relativo la función $h(x) = e^{-f(x)}$? Justifica las respuestas.

- Sept 00** Sea $f(x) = \sqrt{1-x^2}$
- De todos los rectángulos con un lado contenido en el eje de abscisas y siendo dos vértices opuestos los puntos $P = (-1, 0)$ y $Q = (x, f(x))$ calcula las longitudes de los lados del de área máxima.

- Sept 00** Sea $f(x) = (x-1)^2$
- Determina la ecuación de la recta r que pasa por el punto $(0,6)$ y es paralela a la recta tangente a la curva en el punto de abscisa $x = 2$.

- Jun 01** Sea f la función definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 3 \\ 2x + a & x < 3 \end{cases}$

- a) Encuentra el valor de a para que f sea continua
- b) Comprueba si es derivable en $x = 3$ a partir de la definición.

- Sept 01** Sea la función $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$
- a) Estudia la derivabilidad en $x=0$.
- b) Calcula los puntos de corte con los ejes.
- c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Calcula los máximos y los mínimos relativos.
- e) Haz una representación gráfica aproximada de esta función.

- Jun 02** a) Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x + 5 & x \geq 1 \\ 5x + b & x < 1 \end{cases}$
- b) Determinar los valores de a y b para que sea continua y derivable en todo número real.

Sept
02Sea $f(x) = \frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$. Se pide

- Dominio de definición.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Comprobar si la función es continua en $x=3$.
- Calcular el límite de la función cuando x tiende a -3 .

Jun
03Sea la función $y = 2\sqrt{\frac{2}{x}-1}$

- Indicar su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos de inflexión y asíntotas.
- Realizar una representación gráfica aproximada de la misma.

Sept
03Determinar los puntos de la curva $y^2 = 4x$ que están a distancia mínima de $(4,0)$ Jun
04Dadas las funciones $f(x) = (x+1)^2$, $g(x) = (x-1)^2$ y $h(x) = \sin x$ calcula los siguientes límites

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{h(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{g(x)-1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)-2}{(h(x))^2}$

Jun
04

Dibuja aproximadamente la gráfica de la función $f(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$ calculando su dominio de definición, sus asíntotas, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y mínimos, sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión.

Sept
04

Con 60 centímetros de alambre se construyen dos triángulos equiláteros cuyos lados miden x e y . ¿Qué valores de x e y hacen que la suma de las áreas de los triángulos sea mínima?

Sept
04

Sea la curva descrita por la función $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ para valores de $x > 2$. Calcula:

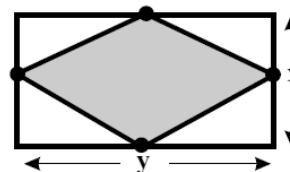
- La recta tangente a la gráfica en el punto P de la curva de abscisa $x=3$.
- El punto de corte entre esa recta tangente y la asíntota horizontal de la curva.

Jun
05

Sea la función con valores reales $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ (se considera sólo la raíz positiva). Calcula: a) La recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $(0,0)$.

Jun
05

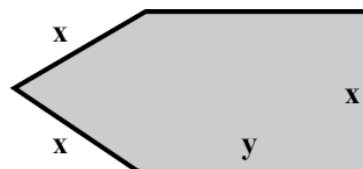
Se dispone de una tela metálica de 100 metros de longitud para vallar una región rectangular. ¿Cuáles son los valores x e y , dimensiones del rectángulo, que hacen que el área del romboide, formado por la unión de los puntos medios de los lados, sea máxima?

Jun
05

Dibuja aproximadamente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ calculando su dominio de definición, sus asíntotas, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y mínimos, sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión.

Sept
05

Se dispone de una tela metálica de 100 metros de longitud para vallar una región como la de la figura. ¿Cuáles son los valores de x e y que hacen que el área encerrada sea máxima?

Sept
05

Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 - 4 & x < 0 \\ -a(x-2)^2 + 4a & x \geq 0 \end{cases}$

- Determina los valores de a que hacen continua la función en $x=0$.
- Determina los valores de a que hacen derivable la función en $x=0$.

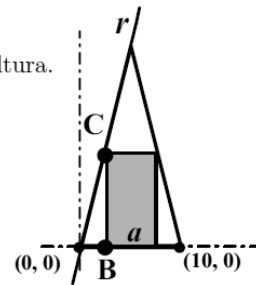
Sept
05Sea la función $f(x) = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$ Calcula:

- a) Su dominio de definición. Sus máximos y mínimos en el intervalo
- $[0, 2\pi]$
- .

Jun
06

El triángulo isósceles, descrito en la figura, mide 10 cm de base y 20 cm de altura.

- a) ¿Cuál es la ecuación de la recta r señalada en la figura que contiene el lado del triángulo?
- b) Dado el rectángulo inscrito cuya base mide a , calcula las coordenadas de los puntos B y C en función de a .
- c) Halla el valor de a que hace máxima el área del rectángulo.

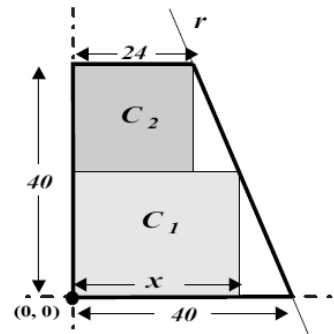
Jun
06Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + 8 & x \leq -2 \\ 2x + 4 & -2 < x \leq 0 \\ a \cos x & x > 0 \end{cases}$

- a) Estudia su continuidad en toda la recta real en función de a .
- b) Estudia su derivabilidad en toda la recta real en función de a .
- c) Para $a = 4$, haz un dibujo aproximado de su gráfica.

Sept
06

Un campo tiene forma de trapecio rectángulo. La longitud de las bases son: 24m y 40m, y la de su altura 40m. Se divide en dos campos rectangulares C_1 y C_2 . Situando el origen de coordenadas como muestra la figura, calcula:

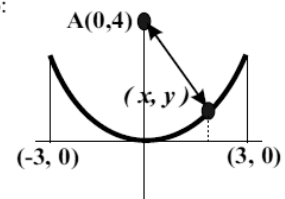
- a) La ecuación de la recta r que contiene el lado inclinado del trapecio.
- b) El área de los campos en función de la anchura x de C_1 .
- c) Se quiere sembrar maíz en el campo C_1 y trigo en C_2 . El beneficio del maíz es de 1.2 euros por m^2 y el del trigo 1 euro ¿cuáles son las dimensiones de los campos que hacen el beneficio máximo?

Sept
06Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - \cos x}{\sin^2 x}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ Jun
07Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}$ b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2^n - 8}{2^{n+1}}\right)$

(Se considera la raíz positiva)

Jun
07Un río describe la curva $y = \frac{1}{4}x^2$ con $x \in [-3, 3]$. En el punto $A(0, 4)$ hay un pueblo:

- a) Expresa la función distancia entre un punto cualquiera del río y el pueblo en función de la abscisa x .
- b) ¿Cuáles son los puntos de este tramo del río que están más alejados y más cercanos al pueblo? (Sugerencia: estudia los máximos y mínimos del cuadrado de la función hallada en el apartado anterior)
- c) ¿Hay algún punto del río que esté a una distancia menor que 2 del pueblo?

Sept
07Dada la función $y = x^4 e^{-x}$

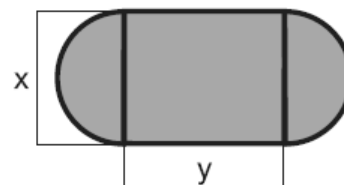
- a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- c) Dibuja aproximadamente su gráfica.

Sept
07Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ determina las constantes a, b, c, d de manera que simultáneamente:

- Su gráfica pase por el origen de coordenadas y por el punto $(2, 2)$.
- La función posea un punto de inflexión en $x = 0$.
- La función posea un mínimo en $x = 1$.

Jun
08

Se dispone de 200 m de tela metálica y se desea vallar un recinto formado por un rectángulo y dos semicírculos como indica la figura. Determine las dimensiones de x e y para que el área encerrada sea máxima.

Jun
08

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 3, & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$

- Determine su dominio de definición, estudie su continuidad y halle las asíntotas.
- Esboce una gráfica de la función.
- Halle los puntos donde la recta tangente es paralela a la recta $x + 4y = 0$.

Jun
08

Se considera la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

- Halle sus asíntotas, máximos y mínimos.
- Represente gráficamente la función.

Sept
08

Se dispone de una chapa de acero que puede representarse por la región del plano determinada por la parábola $y = -x^2 + 4$ y la recta $y = 1$.

- Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede obtener a partir de dicha chapa con la condición de que uno de sus lados esté en la recta $y = 1$.

Sept
08

Se considera la función $f(x) = 2 - \frac{x}{x^2 + 1}$

- Halle los máximos, mínimos y puntos de inflexión
- Para $x \in [0, 5]$, esboce la gráfica de la función

Sept
08

Calcule los límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^4 + 1} - 1}{x^4} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

Jun
09

Se desea construir un prisma recto de base cuadrada cuya área total sea 96 m^2 . Determine las dimensiones del lado de la base y de la altura para que el volumen sea máximo.

Jun
09

Sea $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$

- Determine el dominio de definición, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Halle las asíntotas y represente aproximadamente la gráfica de la función.

Sept
09

Dado $a \in \mathbb{R}$, se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3ax - 6}{x - 3}, & \text{si } x < 3, \\ x^2 - 1, & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$ Determine

los valores de a para los que la función es continua.

Sept
09

Se considera la función $f(x) = \frac{x - 1}{x^2}$

- Estudie el dominio de definición y calcule las asíntotas.
- Estudie los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad.
- Halle los máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Esboce la gráfica de la función.

Jun
10E

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm. Halle las dimensiones de los catetos de forma que el área del triángulo sea máxima.

Jun
10E

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x \ln x & \text{si } x > 0 \\ ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Determine los valores de a , b y c para que la función sea continua, tenga un máximo en $x = -1$ y la tangente en $x = -2$ sea paralela a la recta $y = 2x$

Nota: $\ln x$ denota el logaritmo neperiano de x .

Jun

10G

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < 0 \\ 5\operatorname{sen} x - 2\cos x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Determine el valor de b para que la función sea continua en el punto $x = 0$
- Calcule el valor de a y b para que la función sea derivable en el punto $x = 0$

Jun

10G

Se considera la función $y = \frac{x^2}{1+x}$

- Determine las asíntotas de la función anterior.
- Halle, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Dibuje aproximadamente su gráfica.

Sept

10E

Dada la función $y = 5xe^{x-1}$

- Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- Halle, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Dibuje aproximadamente su gráfica.

Sept

10E

Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^x$

Sept

10G

Sabiendo que $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq 0 \\ 4-x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Estudie su continuidad en el punto $x = 0$. (1 punto)
- Usando la definición de derivada calcule, si existe, la derivada de la función f en $x = 0$.
- Dibuje la gráfica de la función.

Sept

10G

Calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 2\cos x)^{\frac{1}{\cos x}}$

Jun

11E

Una ventana rectangular tiene un perímetro de 12 metros.

Calcule las medidas de los lados del rectángulo para que el área de la ventana sea máxima.

Jun

11E

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 7+ax & \text{si } x < 1 \\ a\sqrt{x} + \frac{b}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Determine los valores de a y b para que la función sea derivable en todo su dominio.

Jun

11G

Se desea diseñar un libro de forma que cada página tenga 600 cm^2 de área. Sabiendo que los márgenes superior e inferior son de 4cm cada uno y los laterales de 2cm, calcule las dimensiones de cada página para que el área impresa se máxima.

Jun

11G

Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{9x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\tan(x)}$ Nota: $\tan = \text{tangente}$.

Jul

11E

Dada la curva $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x$

- Obtenga sus máximos, mínimos y puntos de inflexión.
- Encuentre sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Jul
11E Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{(\ln x)^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^4 + e^x)^{\frac{1}{x}}$

Jul
11E De todos los cilindros inscritos en una esfera de radio 1 metro, halle el volumen del que lo tenga máximo.

Jul
11G Sabiendo que el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - m \operatorname{sen} x}{x^2}$ es finito, calcule el valor de m y halle el límite.

Jul
11G Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por: $f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Calcule los valores de a y b para que la función sea derivable en todos los números reales.
b) Para esos valores de a y b halle los extremos de la función y dibuje su gráfica.

Jun
12E Se considera la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$

a) Halle el punto de la curva en el que la recta tangente a su gráfica tiene pendiente máxima.

b) Calcule el valor de esa pendiente. (1 punto)

Jun
12E a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ siendo $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

b) ¿Es la función f derivable en $x=1$? Justifique su respuesta.

Jun
12G Halle el rectángulo de mayor área inscrito en una circunferencia de radio 3.

Jun
12G Obtenga una función polinómica de tercer grado $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tal que tenga un mínimo en el punto $(1,1)$ y un punto de inflexión en el punto $(0,3)$.

Jul
12E El perímetro de una cara lateral de un prisma recto de base cuadrada es de 60 centímetros. Calcule sus dimensiones de forma que su volumen sea máximo.

Jul
12E Calcule a para que las siguientes funciones tengan el mismo límite en el punto 0.

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x} \qquad g(x) = \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$$

Jul
12G Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

Nota: $\ln x$ denota el logaritmo neperiano de x .

Jul
12G Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x = 0 \\ \frac{m(e^x - 1)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$

donde $m \in \mathbb{R}$.

a) Calcule m para que la función sea continua en $x = 0$.

b) Para el valor de m calculado estudie, usando la definición de derivada, si la función f es derivable en $x = 0$.

Jun
13G Considere la curva $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - \frac{2}{3}x - 4$.

- a) Halle los puntos de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta $0 = 2x + 3y - 4$.
b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la curva en $x = 1$. (0,5 puntos)

Jun
13G Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{1}{1-x}}$

Jun
13E Considere la función $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

- a) Halle las asíntotas de la función f .
- b) Halle los máximos y mínimos de la función f .
- c) Represente gráficamente la función f .

Jun
13E Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\tan(3x)}$.

Jul
13G Calcule los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{1 - \cos x}$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cot g x$. Nota: $\cot g x = \cotangente \text{ de } x$

Jul
13G El coste diario de una máquina que muele trigo para hacer harina depende de las toneladas molidas y viene dado por la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x + 93$ donde x es el número de toneladas molidas.

- a) Obtenga la producción diaria óptima para minimizar los costes.
- b) ¿Cuál es el coste mínimo diario?

Jul
13E Se considera la función real $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números reales. Encuentre los valores de a , b y c para los que las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos de abscisas $x = 2$ y $x = 4$ sean paralelas al eje OX, sabiendo además que el punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ está en el eje OX.

Jul
13E Calcule: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right) \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

Jul
13E Considere la función real de variable real $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$

- a) Calcule la ecuación de sus asíntotas, si existen.
- b) Estudie sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como las abscisas de sus extremos relativos, si los tiene, y clasifíquelos.

Jun
14G Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

- a) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- b) Halle, si existen, los máximos y mínimos de la función.
- c) Dibuje aproximadamente su gráfica.

Jun
14G Un agricultor hace un estudio para plantar árboles en una finca. Sabe que si planta 24 árboles la producción media de cada uno de ellos será de 600 frutos. Estima que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos.

- a) ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?
- b) ¿Cuál es esa producción?

Jun
14E Encuentre el punto de la curva $y = \sqrt{x}$ más próximo al punto A(4,0).

Jun
14E Obtenga $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$.

Jul

14G

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$

a) Determine razonadamente el valor del parámetro k para que la función sea continua para todos los números reales.

b) Estudie si esta función es derivable cuando $x = 0$, y en caso afirmativo halle $f'(0)$.

Jul

14G

Considere la función $f(x) = ax + 3 + \frac{b}{x^2}$.

a) Determine el valor de los números reales a y b para que en el punto de abscisa $x = 1$ su gráfica admita como tangente la recta $y = 3x$.

b) Halle las asíntotas de la curva cuando $a = 1$ y $b = -1$.

Jul

14E

Considere la función $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

a) Determine la recta tangente en el punto en que la función alcanza su máximo relativo.

Jul

14E

Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$.

Jul

14E

Considere la función $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2}$.

a) Halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.

b) Determine sus asíntotas.

c) Dibuje la gráfica de $y = f(x)$.

Jun

15G

Obtenga $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot ax - \frac{1}{x} \right)$.

Jun

15G

El propietario de la empresa "Asturfábril" ha estimado que si compra " x " máquinas y contrata " y " empleados, el número de unidades de producto que podía fabricar vendría dado por la función $f(x, y) = 9x \cdot y^2$. Sabiendo que tiene un presupuesto de 22500 €, que cada máquina supone una inversión de 2500 € y cada contrato de un nuevo empleado 1500 €, determine el número de obreros que debe contratar y el número de máquinas que debe comprar para optimizar la producción.

Jun

15E

Calcule a y b , números reales, de forma que la curva $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ pase por el punto $(-1, 6)$ y su recta tangente en $x = 1$ forme ángulo 45° con el eje OX.

Jun

15E

Se desea construir un contenedor con forma de paralelepípedo rectangular de 100 m^3 de volumen de manera que el largo de su base sea $\frac{4}{3}$ de la anchura x de su base. Se sabe que los precios de un metro cuadrado de suelo, de techo y de pared lateral son, respectivamente, 225 €/m², 300 €/m² y 256 €/m². Determine razonadamente:

a) El valor x de la anchura de la base que minimiza el coste.

b) Dicho coste mínimo.

Jun

15E

Calcule el número real m para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + mx)}{\sin(2x)} = 3$.

Jul

15E

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x + b \sin x}{x^3}$ es un número finito, determine el valor del parámetro b , y calcule el límite.

Jul

15E

Un campo rectangular es cercado y dividido a la mitad mediante una valla que une los puntos medios de dos lados opuestos. Encuentre el área máxima de un campo cercado de la manera anteriormente descrita, si se dispone de 480 metros de valla.

Jul 15E Dada la función $f(x) = x + xe^{-x}$, calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x)$ que sea paralela a la recta $x - y + 3 = 0$.

Jul 15G De todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 cm, encuentre la longitud de los catetos del triángulo que tiene el perímetro máximo.

Jul 15G Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{x \cdot \sin x}$.

Jun 16G a) Calcule los valores de a y b para que la función $f(x) = \frac{bx}{x-a}$ tenga como asíntota vertical la recta $x = 2$, y como asíntota horizontal la recta $y = 3$.

b) Dados a y b distintos de cero, razone si la función tiene algún extremo relativo.

Jun 16G En un concurso se da a cada participante un alambre de dos metros de longitud para que doblándolo convenientemente hagan con el mismo un cuadrilátero con los cuatro ángulos rectos. Aquellos que lo logren reciben como premio tantos euros como decímetros cuadrados tenga de superficie el cuadrilátero construido. Calcule razonadamente la cuantía del máximo premio que se puede obtener en este concurso.

Jun 16E Dada la curva $y = x - x \ln(x)$, calcule la recta tangente a dicha curva que es paralela a la recta $x + y + 2 = 0$.

Jun 16E Obtenga el centro $C(a,b)$ y el radio r de la circunferencia $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ para que dicha circunferencia pase por los puntos $(1,0)$ y $(0,1)$ siendo su radio mínimo.

Jul 16G Sabiendo que el $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{m}{2x} \right)$ es finito, calcule el valor del número real m y halle el valor del límite.

Jul 16G Partiendo en dos trozos un alambre recto de 340 centímetros de longitud, se construyen un cuadrado y un rectángulo. Sabiendo que la base del rectángulo mide el doble que su altura, calcule las longitudes de cada uno de los trozos de alambre para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

Jul 16E Encuentre $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec(x) - \cos(x)}{3x^2}$.

Jul 16E La sección de un túnel tiene la forma de un rectángulo sobre el que se apoya un semicírculo (ver dibujo). Si el perímetro de dicha sección es de 18 metros, ¿cuál es el radio del semicírculo para que el área de la sección sea máxima?



Sección del túnel

Modelo 17 El perímetro de una cara lateral de un prisma recto de base cuadrada es de 60 cm. Calcula sus dimensiones de forma que su volumen sea máximo.

(Es el de Jul 12E)