GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL ESPACIO en las PAU de Asturias

Junio 94

Dados los puntos ***A***(1, 0, 1), ***B***(l, 1, 1) y ***C***(l, 6, *a*), se pide:

a) hallar para qué valores del parámetro a están alineados
b) hallar si existen valores de a para los cuales ***A***, ***B*** y ***C*** son tres vértices de un paralelogramo de área 3 y, en caso afirmativo, calcularlos
c) hallar la ecuación de la recta que pasando por el origen corte perpendicularmente a la recta AB.

Sept 94

Dado el plano de ecuación $\pi \equiv 2x+2y+z-3=0$ y los puntos ***A***(1, 0, 2) y ***B***(2, 1, *a*) sea ***C*** el pie de la perpendicular desde el punto ***A*** al plano π. Se pide determinar el valor de *a* para que el triángulo ***ABC*** sea rectángulo (ángulo recto en ***C***) y calcular su área. Hallar los dos ángulos restantes de dicho triángulo.

Junio 95

Dada la recta $r: x-1=2y=2z+2$ y los puntos ***P***(-l, 2, 0) y ***Q***(5, *b*, *c*), se pide:

a) Hallar b y c sabiendo que la recta ***PQ*** es paralela a r.
b) Hallar la distancia entre los puntos ***P*** y ***Q***.
c) Hallar el volumen del cilindro obtenido al girar el segmento ***PQ*** en torno a r

Sept 95

El vector $a=3i+j-k$ es perpendicular al plano π_1 *y* el vector $b=2i-j+k$ es perpendicular a un segundo plano π_2

a) Hallar el ángulo determinado por los dos vectores.
b) ¿Se intersecan los planos? Justifíquese la respuesta.
c) Si los dos planos se intersecan, hallar, de forma razonada, un vector paralelo a la recta de intersección.

Junio 96

Dadas las rectas r y s de ecuaciones $r: x=y=z$ $\quad s: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{2}$

a) Estudiar su posición.
b) Hallar la recta que corta a *r* y *s* y es paralela a la recta $(x,y,z)=(1,2,3)+\lambda(1,2,-1)$

Sept 96

a**)** Comprobar que los puntos *A*(1, 1, 1), *B*(0, -1, 0) y *C*(2, 3, 0) forman un triángulo y hallar su área.
b) Calcular el pie de la perpendicular trazada desde el origen al plano determinado por *A*, *B* y *C*.

Sept 96

Hallar todas las soluciones de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas del que se conoce que (1, 0, 0) (0, 2, 0) (0, 0, 3) son soluciones y el rango de la matriz de los coeficientes del sistema es mayor o igual que uno.

Junio 97

Dado el tetraedro con un vértice *O* sobre el origen de coordenadas y los otros tres *A*, *B* y *C* sobre los semiejes positivos *OX*, *OY* y *OZ* respectivamente, se pide:

a) Hallar las coordenadas de *A*, *B* y *C* sabiendo que el volumen del tetraedro es 4/3 y las aristas *OA*, *OB* y *OC* tienen igual longitud.
b) La ecuación de la altura del tetraedro correspondiente a la cara *ABC*
c) Calcular Distancia entre las rectas *AB* y *OC*.
d) Ángulo que forman las aristas *BC* y *AB*.

Sept 97

Dado el plano $\pi \equiv 2x+5y+7z+3=0$, la recta $s \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=\lambda+1 \\ z=2\lambda \end{cases}$ y el punto *A*(0, 7, 5)

a) Determinar la ecuación de la recta *r* paralela al plano π que pase por el punto *A* y sea perpendicular a la dirección de la recta *s*.
b) Determinar la posición del plano π y la recta *r*
c) Calcular la ecuación de la recta *t* que pase por *A* y corte perpendicularmente a *s*.

Junio 98

Los puntos *P* = (1, 1, 0) y *Q* = (0, 2, 1) son dos vértices contiguos de un rectángulo, un tercer vértice pertenece a la recta $r \equiv \begin{cases} y=0 \\ z=1 \end{cases}$

a) Determina los vértices de un rectángulo que verifique las condiciones anteriores.
b) ¿Qué posición relativa debería tener la recta r y la que contiene al segmento *PQ*, para que la solución fuese única? Razona la respuesta.

Sept 98 Los puntos $P = (2, 0, 0)$ y $Q = (0, 4, 2)$ son dos vértices de un triángulo isósceles.

a) Obtener las coordenadas del tercer vértice sabiendo que pertenece a la recta $r \equiv \begin{cases} z = 20 \\ y = 0 \end{cases}$

b) ¿Es única la solución? Razona la respuesta.

Junio 99 Los puntos P = (1, -1, 1) y Q = (3, -3, 3) son dos vértices opuestos de un cuadrado contenido en un plano perpendicular al plano de ecuación: x + y = 0

a) Determina las coordenadas de los otros dos vértices.
b) Calcula la ecuación de la recta que pasa por los vértices calculados.
c) Calcula el perímetro del cuadrado construido.

Sept 99 Los puntos $P = (0, 1, 0)$ y $Q = (-1, 1, 1)$ son dos vértices de un triángulo y el tercero S pertenece a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 4 \\ z = 1 \end{cases}$ y la recta que contiene a P y a S es perpendicular a la recta r

a) Determina las coordenadas de S
b) Calcula el área del triángulo PQS

Sept 99

Dado el sistema $\begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 0 & 1-a & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Determina para qué valores de a el conjunto solución son los puntos de una recta.
b) Halla un valor de a para el que se pueda construir un cuadrado de área 1, de modo que la suma de las longitudes de tres de sus lados sea mínima.

Junio 00 Los puntos $P = (2, 1, 2)$ y $Q = (0, 5, 4)$ son dos vértices opuestos de un cuadrado contenido en el plano de ecuación: $x + y - z = 1$

a) Determina las coordenadas de los otros dos vértices.
b) Calcula la ecuación de la recta que contiene al origen de coordenadas y es paralela a la que contiene a los puntos P y Q.

Sept 00

Dado el sistema: $S \equiv \begin{cases} 2x + y - 2z = 1 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$

a) Añade una tercera ecuación al sistema S de modo que la verifique el punto $P = (-4, 1, 0)$ y el sistema formado por las tres ecuaciones tenga la misma solución que S.
b) ¿Pertenecen al mismo haz de planos los definidos por cada una de las tres ecuaciones? Justifica las respuestas.

Sept 00

Sea la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + z = -1 \\ 6x - 3y + 10z = 6 \end{cases}$

a) Calcula las coordenadas de los puntos P y Q que pertenecen a la recta y distan 5 unidades del origen de coordenadas.
b) Sea M el punto medio del segmento de extremos P y Q. Calcula sus coordenadas.
c) Justifica porqué, de todos los puntos de la recta r, M es el más próximo al origen de coordenadas.

Junio 01

Dada la recta r de ecuación: $x + 1 = y - 2 = \dfrac{z-3}{4}$ y el punto $P(1,2,1)$, calcula:

a) la ecuación de la recta que pasa por P, es perpendicular a r y se apoya en r.
b) las coordenadas del punto Q simétrico de P respecto de r.

Sept 01 Dada la familia de planos $2mx + (m+1)y - 3(m-1)z + m + 4 = 0$

a) calcula la ecuación del plano de esta familia que pasa por el punto (1,-1,2)
b) calcula, si existe, la ecuación del plano de esta familia que es perpendicular a la recta $\begin{cases} x + 3z - 1 = 0 \\ y - 5z + 2 = 0 \end{cases}$

Junio 02

a) Halla la ecuación del plano que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 3+t \\ z = 1-t \end{cases}$ y al punto (2, -1, 2)

b) Calcula la distancia del plano al punto (0, 1, 0)

Sept 02

Sea el plano $\pi \equiv \begin{cases} x = 2+t \\ y = s \\ z = 1-2s+2t \end{cases}$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{3} = z$

a) Encuentra la posición relativa de los mismos

b) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(-1, 0, 2) es paralela al plano π y es perpendicular a la recta r

Junio 03

Sean los planos $\pi_1 : 2x+3y+z=2$ y $\pi_2 : x+y-z=1$

a) Determinar la posición relativa de los mismos

b) Calcular una recta que esté contenida en el plano $\pi_2 : x+y-z=1$, sea paralela a la intersección de esos dos planos y que pase por el punto (5, -3, 1)

Sept 03

Dadas las rectas $r : \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-\lambda}{1} = \dfrac{z}{-2}$ $\quad s : \dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-3}{3}$

a) Calcular λ para que se corten en un punto

b) Hallar el punto de corte para ese valor de λ

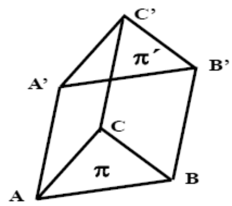
Junio 04

Sea el prisma triangular (triángulos iguales y paralelos) de la figura con A(1, –1, 0), B(1, 0, –1) C(0, 1, –1) y A'(1, –1, a). Calcula:

La ecuación del plano π que pasa por los puntos A, B y C

c) El valor de a para que el plano π’ que contiene a los puntos A', B' y C’ diste una unidad del plano π.

d) Para a = 1, el plano π’ y el volumen del prisma



Sept 04

Sean el plano $\pi : ax+2y-4z=b$ y la recta $r : \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z+3}{1}$

a) Con a = 1, estudia la posición relativa de la recta y el plano

b) Siguiendo con a = 1, calcula b para que el punto (3, 1, -3) pertenezca a la recta y al plano

c) Determina los valores de a y b para que la recta r esté contenida en el plano π

Sept 04

Sean los puntos A**(-1, 1, 0)** y B**(0, 1, 1)**. Determina:

a) Las ecuaciones paramétricas de la recta r que une los puntos

b) La ecuación del plano π que pasa por A y es perpendicular a la recta r

c) La distancia del punto B al plano π

Junio 05

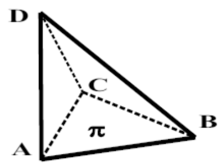
Sea el tetraedro de la figura formado por A(3, 0, 0), B(0, 2, 0) C(0, 0, 6) y D(a, 3, 1). Calcula:

a) El área del triángulo limitado por los puntos A, B y C.

b) La ecuación del plano π que pasa por los puntos A, B y C

c) El valor de a para que el vector AD sea perpendicular al plano π anterior.

d) Para a = 5, el punto D' simétrico de D respecto al plano π



Sept 05

Sea el punto A**(1, 0, 0)** y el plano $\pi : 2x+y-z=1$. Halla:

a) La ecuación de la recta que pasa por A y es perpendicular a π

b) La ecuación del plano π’ que pasa por A y no corta a π

c) La distancia entre los dos planos

Junio 06

Sean los puntos $A(1,1,1)$, $B(\boldsymbol{a},2,\boldsymbol{b})$ y $C(1,0,0)$

a) Con $\boldsymbol{a}=2$, calcula $\boldsymbol{b}$ para que los tres puntos determinen un plano que pase por el punto $P(2,0,1)$ ¿Cuál es la ecuación de dicho plano?

b) Calcula los valores de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ para que los puntos A, B y C estén alineados.

Sept 06

Dados los puntos $A(1,1,0)$ y $B(0,0,2)$ y la recta $r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1+\lambda \\ z = 1+\lambda \end{cases}$ Halla:

a) Un punto $C \in r$ de forma que el triángulo ABC sea rectángulo con el ángulo recto en C.

b) El plano π que pasa por A y B y es paralelo a r.

Junio 07

Dados el punto $A(1,1,1)$ y la recta $r : \begin{cases} x-y = -1 \\ y-z = 1 \end{cases}$ Calcula:

a) Un vector $\boldsymbol{u}$ director de la recta r.

b) El plano $\boldsymbol{\pi}$ que contiene a la recta r y al punto A.

c) La recta s que pasa por el punto A, está contenida en el plano $\boldsymbol{\pi}$ anterior, y su dirección es perpendicular a la de la recta r.

Sept 07

Dados los puntos $A(2,2,0)$, $B(0,0,2)$ y $C(0,1,2)$.

a) Halla el plano $\boldsymbol{\pi}$ que contiene a los tres puntos.

b) Calcula un punto P que esté a distancia de $2\sqrt{2}$ unidades del plano $\boldsymbol{\pi}$ y del punto medio del segmento AB.

c) Considerando $D(2,1,1)$ calcula el volumen del tetraedro limitado por los puntos A, B, C y D.

Junio 08

Sean las rectas $r : \begin{cases} 3x+y = 1 \\ x-kz = 2 \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+3t \\ z = t \end{cases}$

a) Estudie si para algún valor de k las rectas son paralelas.

b) Estudie si para algún valor de k las rectas son perpendiculares.

c) Halle la distancia del punto $A(1,1,1)$ a la recta s.

Sept 08

Se denota por r la recta $x-1 = 1-y = z-\frac{1}{2}$ y sea s la recta que pasa por $A(1,0,1)$ y $B(1,2,0)$.

a) Estudie si las rectas r y s se cortan y, si se cortan, halle el punto de intersección.

b) Halle la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

c) Halle el punto de r que equidista de A y B.

Junio 09

Se denota por r la recta $x-6 = y-7 = \frac{z-4}{-2}$ y por P el punto de coordenadas $(1,0,1)$.

a) Halle la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) Halle el punto de r más próximo a P y halle la distancia de P a r.

Sept 09

Se consideran los puntos $A(2,-1,1)$ y $B(-2,3,1)$.

a) Halle los puntos C y D que dividen al segmento AB en tres partes de igual longitud.

b) Halle el plano respecto al cual los puntos A y B son simétricos.

Junio 10 Fase especif.

Se consideran la recta r que pasa por los puntos P(1,2,3) y Q(1,-1,3), y el plano π que contiene a los puntos A(1,0,1), B(2,-1,3) y C(4,1,0).

Calcule:

a) Las ecuaciones implícitas de r y π.

b) La posición relativa de r y π.

Junio 10 Fase especif.

Considere las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z$ y $s \equiv \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = z$

a) Dé su posición relativa. (1 punto)

b) Obtenga, si es posible, un plano paralelo a s que contenga a r.

Junio 10 Fase general

Sean el punto P (-1,2,0) y la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = z$

Calcule:
a) La ecuación del plano π perpendicular a r pasando por P.
b) El punto intersección entre r y π.
c) La distancia del punto P la recta r.

Junio 10 Fase general

Dado el punto A(0,1,2) y el plano $\pi : x - y + z - 4 = 0$
a) Calcule la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto A.
b) Halle el punto intersección entre r y π.
c) Halle el punto simétrico de A respecto de π.

Sept 10 Fase especif.

Se consideran el plano π_1 que pasa por los puntos A(1,0,0), B(0,2,0) y C(0,0,-1), y el plano π_2 que pasa por los puntos P(3,0,0), Q(0,6,0) y R(0,0,-3) .
Calcule:
a) Las ecuaciones generales o implícitas de π_1 y π_2.
b) La posición relativa de π_1 *y* π_2.
c) La distancia entre π_1 *y* π_2.

Sept 10 Fase especif.

Considere los puntos A(1,0,1), B(0,1,1) y C(0,0,-1).
a) Dé las ecuaciones de la recta r que pasa por B y C.
b) Calcule el plano π que pasa por A y es perpendicular a r.
c) Halle el punto de corte entre r y π.
d) Obtenga el punto simétrico de A respecto de r.

Sept 10 Fase general

Sea el punto A= (1,-2,0) y la recta r $\equiv \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$

Halle la ecuación del plano que pasa por el punto A y contiene a la recta r.

Sept 10 Fase general

En el espacio se consideran las rectas: r, que pasa por el punto P(1,2,1) y tiene como vector director v=(1,-1,1), y s que pasa por los puntos A(2,3,2) y B(3,2,3).
a) Obtenga las ecuaciones de r y de s.
b) Dé la posición relativa de r y s.

Junio 11 Fase especif.

Sean el punto P (-1,2,0) y el plano $\pi :\ x + y - z + 2 = 0$.
Calcule:
a) La ecuación de una recta que pase por el punto P y corte al plano π .
b) La distancia del punto P al plano π .

Junio 11 Fase especif.

Se consideran los puntos en el espacio A(0,-1,2) y B(2,2,3).
a) Halle las ecuaciones implícitas de la recta r que pasa por A y B.
b) Dé la ecuación de un plano perpendicular a r pasando por A.

Junio 11 Fase general

Se considera la recta r: $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Determine el plano π que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas.
b) Halle la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el punto (1,0,1)

Junio 11 Fase general

Se consideran la recta $r : \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z}{3}$ y el plano $\pi : x + 5y - 3z = 15$

a) Halle su posición relativa.
b) En caso de cortarse, halle el corte.

Julio 11 Fase especif

Halle a y b para que las rectas r: $\dfrac{x}{2}=y=\dfrac{z}{2-a}$ y s: $\left.\begin{array}{r} x-bz=0 \\ 2x-y-z+1=0 \end{array}\right\}$ sean paralelas.

Julio 11 Fase especif

Se consideran las rectas r: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=z+1$ y s: $\begin{cases} x=1+t \\ y=m+3t \\ z=-1+3t \end{cases}$

a) Calcule m para que las rectas se corten en un punto.
b) Para ese m halle el punto de corte.

Julio 11 Fase general

Halle una ecuación del plano que pasa por el punto P(1,1,2) y es paralelo a las rectas

r: $\begin{cases} x=-t \\ y=3t \\ z=t \end{cases}$ y s: $\left.\begin{array}{r} 2x-2y=4 \\ y-z=-3 \end{array}\right\}$.

Julio 11 Fase general

Halle la posición relativa de las rectas

$r:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{4}$ y $s:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$

Junio 12 Fase especif

a) Obtenga la posición relativa de los planos π_1, que pasa por los puntos A(1,0,0), B(0,2,0) y C(0,0,-1), y π_2, que pasa por A'(3,0,0), B'(0,6,0) y C'(0,0,-3).

b) Busque la mínima distancia entre los planos anteriores.

Junio 12 Fase especif

a) Halle la posición relativa de la recta $r:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$ y el plano $\pi: 2x+4y-3z=15$.

b) En caso de cortarse, halle el corte.

Junio 12 Fase general

Encuentre una ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas, es paralelo al plano determinado por el punto P (1,-1,0) y la recta que pasa por el punto Q(2,2,2) y tiene vector director v=(1,2,3).

Junio 12 Fase general

Se consideran la recta y planos siguientes:

$r:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-5-5t \\ z=-3+2t \end{cases}$; $\pi_1: x+2y+3z-1=0$; $\pi_2: x+2y+4z-2=0$

a) Determine la posición relativa de la recta respecto a cada uno de los planos.
b) Determine la posición relativa de los dos planos.
c) Calcule la distancia de r al plano π_2.

Julio 12 Fase especif

Dado el punto O(0,0,0), busque un punto O' del espacio tal que la recta que pasa por O y O' sea perpendicular al plano π de ecuación $x+y+z=3$, y las distancias de O a π y de O' a π coincidan.

Julio 12 Fase especif

Se consideran los puntos en el espacio: A(1,0,0), B(0,2,0) y C(0,3,0).

a) Halle la ecuación general o implícita del plano π que contiene a esos puntos.
b) Calcule la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas y encuentre el punto de intersección de la recta y el plano.

Julio 12 Fase general

Considere los planos $\pi_1 : 2x - y + z = 0$ y $\pi_2 : z - 3 = 0$.

a) Estudie la posición relativa de π_1 y π_2.

b) Encuentre, si es posible, una recta paralela a π_1 y a π_2 que pase por el punto (2,2,-1).

Julio 12 Fase general

a) Determine el valor de k para que los puntos A(0,2,1), B(1,-2,0), C(2,0,3) y D(1,1,k) se encuentren en el mismo plano.

b) Halle la distancia del origen de coordenadas al plano determinado por los puntos A, B y C.

Junio 13 Fase general

Sean el punto P (-1,2,0) y el plano $\pi :\ 2x - 3y + z = 8$.

Calcule:

a) Las ecuaciones de una recta que pase por el punto P y sea perpendicular al plano π.

b) La distancia d del punto P al plano π.

c) La ecuación de otro plano, paralelo a π y distinto de él, que diste de P la misma distancia d.

Junio 13 Fase general

Se consideran los puntos en el espacio A(1,-1,1) y B(2,2,2).

a) Halle el punto medio de A y B.

b) Dé la ecuación del plano respecto al cual A y B son puntos simétricos.

Junio 13 Fase especif

Halle los planos que pasando por A(0,2,0) y B(0,0,2), corten al eje OX en un punto C tal que el área del triángulo de vértices A, B y C sea 6.

Junio 13 Fase especif

Considere el plano $\pi \ : x + y - z = 0$ y la recta $r : \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ y - z = 0 \end{array}\right\}$

a) Halle la posición relativa de la recta y el plano.

b) Encuentre una recta perpendicular a ambos.

c) Busque la mínima distancia entre la recta y el plano dados.

Julio 13 Fase general

Las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo ABC son M(1,0,0), N(0,1,0) y P(0,0,1).

a) Obtenga las coordenadas de los vértices A, B y C del triángulo.

b) Halle el área del triángulo.

Julio 13 Fase general

Halle una ecuación del plano que pasa por el punto (1, 1, 1) y es paralelo a las rectas

$$r: \left.\begin{array}{r} 3x + y = 0 \\ 4x + z = 0 \end{array}\right\} \quad y \quad s: \left.\begin{array}{r} x - y = 2 \\ y - z = -3 \end{array}\right\}$$

Julio 13 Fase especif

Sea s la recta que pasa por los puntos A(1, 1, 0) y B(0, 1, 0). Considere la recta $r : \left.\begin{array}{r} y = 0 \\ z = 2 \end{array}\right\}$

a) Escriba unas ecuaciones cartesianas de la recta s.

b) Dé la posición relativa de las rectas r y s.

c) Obtenga la distancia entre r a s.

Julio 13 Fase especif

Considere un movimiento en el espacio tal que a cada punto de coordenadas (a, b, c) lo mueve al punto de coordenadas (a+b, a+b+c, a+b).

a) Busque el conjunto de puntos que se mueven al origen de coordenadas.

b) Dé una ecuación cartesiana del plano π que determinan los puntos del apartado a) y el punto (1,1,1).

c) Busque la distancia del origen de coordenadas al plano π.

Junio 14 Fase general

Considere el punto P (-1,0,1) y el plano $\pi:\ x-y+z+2=0$.

Calcule:

a) Las ecuaciones de una recta que pase por el punto P y sea perpendicular al plano π.

b) La distancia d del punto P al plano π.

Junio 14 Fase general

Se consideran los puntos en el espacio A(0,-1,2), B(2,2,3) y C(0,0,3)

a) Halle la ecuación general o implícita del plano π que pasa por A, B y C.

b) Dé las ecuaciones de una recta perpendicular a π pasando por A.

Junio 14 Fase especif

Considere los puntos A(1,2,-3) y O(0,0,0).

a) Dé la ecuación de un plano π_1 que pase por A y O, y sea perpendicular a $\pi_2 : 3x-5y+2z=11$.

b) Encuentre la distancia del punto medio de A y O a π_2.

Junio 14 Fase especif

Considere el plano $\pi : x-y+z=-1$ y el punto P(1,0,1).

a) Obtenga el punto P' simétrico de P respecto de π.

b) Halle el punto de corte del plano π con la recta que pasa por P y P'.

Julio 14 Fase general

Considere las rectas $r_1 : x=z=0$ y $r_2 : \begin{cases} x+y+z=5 \\ 2x-y+3z=1 \end{cases}$

a) Estudie la posición relativa de r_1 y r_2.

b) Encuentre, si es posible, un plano paralelo a r_1 y que contenga a r_2.

Julio 14 Fase general

Halle el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano $x+y-2z-1=0$ con los ejes coordenados.

Julio 14 Fase especif

Considere las rectas $r_1 : \begin{cases} x-z=2 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ y $r_2 : \begin{cases} x+y=1 \\ 2y-z=-1 \end{cases}$

a) Estudie la posición relativa de r_1 y r_2.

b) Encuentre, si es posible, un plano paralelo a r_1 que contenga a r_2.

c) Encuentre la distancia entre r_1 y r_2.

Julio 14 Fase especif

Busque el área del polígono de vértices A(4,7,8), B(2,3,4), C(-1,-2,1) y D(1,2,5).

Junio 15 Fase general

Considere las rectas $r_1 : \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-z=2 \end{cases}$ y $r_2 : \begin{cases} 2x-y=2 \\ y-2z=-2 \end{cases}$.

a) Estudie la posición relativa de r_1 y r_2.

b) Encuentre, si es posible, la ecuación implícita de un plano perpendicular a ambas rectas pasando por A(0,-2,0).

c) Encuentre la distancia entre r_1 y r_2.

Junio 15 Fase general

Considere la recta r: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

a) Obtenga el punto P' simétrico de P(1,2,1) respecto de r.

b) Halle la distancia de P a r.

c) Halle la distancia de P a P'.

Junio 15 Fase especif

Considere los planos $\pi_1 : 2x+2y+az=1$, $\pi_2 : 2x+ay+2z=-2$ y $\pi_3 : ax+2y+2z=1$ donde a es un número real.

Calcule:

a) El valor de a para que los planos contengan una recta común.

b) Halle un vector director de dicha recta.

c) Escriba unas ecuaciones paramétricas de la recta común a los tres planos dados.

Junio 15 Fase especif

Considere las rectas r: $\left.\begin{array}{r} x-y+z=2 \\ 2x-2y+z=2 \end{array}\right\}$ y s: $\left.\begin{array}{r} x+y=0 \\ z=1 \end{array}\right\}$.

a) Encuentre la posición relativa de las rectas r y s.

b) Halle, si es posible, la ecuación implícita de un plano paralelo a r que contiene a s.

c) Obtenga la mínima distancia entre r y s.

Julio 15 Fase general

Considere el plano $\pi \ : x+y-z=0$ y el punto P(1,1,-1).

Obtenga:

a) Un punto Q en el plano π tal que la recta r determinada por P y Q sea perpendicular al plano π.

b) Los puntos P' en la recta r tales que la distancia de P' a π sea el doble de la distancia de P a π.

Julio 15 Fase general

Los puntos A(1, 0, 0) y B(0, 2, 1) son los vértices que forman el lado desigual de un triángulo isósceles. Se sabe que el tercer vértice pertenece a la recta $r : \left.\begin{array}{r} y=0 \\ z=10 \end{array}\right\}$.

a) Halle las coordenadas del tercer vértice.

b) Encuentre el área del triángulo.

Julio 15 Fase especif

a) Estudie la posición relativa de la recta $r\left\{\begin{array}{r} x-2=0 \\ y+z+1=0 \end{array}\right.$ y el plano $\pi : x-y-z+2=0$.

b) Halle la distancia entre la recta r y el plano π.

Julio 15 Fase especif

Encuentre el área del triángulo determinado por el eje OX y las rectas $r\left\{\begin{array}{r} x-2=0 \\ x+y+z-2=0 \end{array}\right.$ y $s\left\{\begin{array}{r} x+y-z-4=0 \\ y+z=0 \end{array}\right.$.

Junio 16 Fase general

Considere la recta $r : \left\{\begin{array}{r} x+y-z+1=0 \\ y-z=0 \end{array}\right.$.

a) Escriba la ecuación implícita de un plano π perpendicular a r pasando por el punto A(-1, 2, 2).

b) Obtenga el punto proyección ortogonal de P(-1, 3, 3) sobre el plano π.

Junio 16 Fase general

a) Encuentre m tal que los puntos A(2,-5,2), B(4,m,2) y C(5,-2,2) estén alineados .

b) Obtenga las ecuaciones implícitas de la recta determinada por los puntos anteriores.

c) Halle la distancia del origen de coordenadas a la recta encontrada en b).

Junio 16 Fase especif

a) Obtenga el punto proyección ortogonal de P(1,3,4) sobre el plano $\pi : 2x-y+z-3=0$.

b) Halle el punto simétrico de P respecto del plano π.

Junio 16 Fase especif	Obtenga las ecuaciones implícitas de una recta que pasa por el punto A(2,-1,-1), es paralela al plano $\pi : 4x + y + z + 2 = 0$ y es perpendicular a la recta $s : x = \frac{y}{-2} = z - 5$.
Julio 16 Fase general	Considere los planos $\pi_1 : x + z = 0$ y $\pi_2 : z - 3 = 0$. a) Estudie la posición relativa de π_1 y π_2. b) Encuentre, si es posible, las ecuaciones implícitas de una recta paralela a π_1 y a π_2.
Julio 16 Fase general	a) Obtenga la ecuación implícita del plano π que pasa por los puntos A(0,2,1), B(1,2,0) y C(2,0,-3). b) Halle la distancia del origen de coordenadas al plano π.
Julio 16 Fase especif	Obtenga la ecuación implícita del plano π que contiene la intersección de los planos $\pi_1 : x + y + z - 6 = 0$ y $\pi_2 : 2x + 3y + z + 5 = 0$, siendo perpendicular al plano $\pi_3 : z = 0$.
Julio 16 Fase especif	Obtenga los posibles valores del número real a para que el triángulo de vértices A(-2,-3,0), B(1,-1,0) y C(-8,a,0) tenga área 6.
Modelo 17 (El mismo de Junio 11 Fase general)	Se considera la recta $r : \begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$ a) Halla la ecuación del plano π que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas. b) Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el punto $(1, 0, 1)$.
Modelo 17	a) Estudia la posición relativa de la recta $r : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-21}{3}$ y el plano $\pi : 2x + 4y - 3z = 15$. b) En caso de cortarse, determina la intersección.