

# 1 Experimentos aleatorios

Un **experimento aleatorio** es aquel del que no podemos predecir su resultado, es decir, que depende de la suerte o el azar.

Cuando conocemos el resultado del experimento antes de realizarlo, decimos que es un **experimento determinista**.

## Ejemplo

- 1 Determina cómo son los siguientes experimentos.
  - a) Lanzar un dado y anotar la puntuación que aparece en la cara superior.
  - b) Medir la temperatura de ebullición del agua destilada.
    - a) Sabemos los posibles resultados, pero no podemos predecir el resultado que va a aparecer al lanzar un dado, ya que puede aparecer 1, 2, 3, 4, 5 o 6. Decimos que el experimento es aleatorio.
    - b) En las mismas condiciones físicas, cada vez que realicemos el experimento, el resultado será siempre el mismo: la temperatura de ebullición del agua destilada es 100 °C. Decimos que el experimento es determinista.

## Se escribe así

$E$  → Espacio muestral (contiene todos los sucesos elementales).

$\emptyset$  → Conjunto vacío (no contiene ningún suceso elemental).

## No olvides

Los sucesos compuestos se determinan con los sucesos elementales que contienen.

## 1.1. Espacio muestral. Sucesos

El **espacio muestral** de un experimento aleatorio está formado por todos los posibles resultados que se pueden producir al realizar el experimento, y se denota  $E$ .

- Un **suceso elemental** es cada uno de los posibles resultados del espacio muestral.
- Un **suceso compuesto** es el formado por dos o más sucesos elementales.

## Ejemplo

- 2 Consideramos el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado y anotar la puntuación obtenida.
  - a) Describe el espacio muestral y define sus sucesos elementales.
  - b) Da dos sucesos compuestos.
    - a) El espacio muestral es  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .  
Los sucesos elementales son:  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$  y  $\{6\}$ .
    - b) Dos sucesos compuestos son:  
 $A = \text{«Obtener un número par»} = \{2, 4, 6\}$   
 $B = \text{«Obtener un divisor de 6»} = \{1, 2, 3, 6\}$

## ACTIVIDADES

- 1 Describe tres experimentos aleatorios y otros tres deterministas.
- 2 Indica los sucesos elementales y el espacio muestral de cada uno de los experimentos aleatorios de la actividad anterior.
- 3 Halla experimentos aleatorios que tengan:
  - a) Cuatro sucesos elementales.
  - b) Seis sucesos elementales.
- 4 Razona por qué no se puede encontrar ningún experimento aleatorio con un solo suceso elemental.

Cuando dos sucesos pueden ocurrir simultáneamente, decimos que son **compatibles**; en caso contrario, se dice que son **incompatibles**.

Un **suceso** es **seguro** cuando ocurre siempre y un **suceso** es **imposible** cuando no ocurre nunca.

### Date cuenta



Los sucesos elementales son siempre incompatibles.

A los sucesos incompatibles también se les puede llamar mutuamente excluyentes.

### Ejemplo

- 3 En el experimento aleatorio consistente en lanzar un dado y observar la puntuación obtenida, encuentra dos sucesos compatibles y dos sucesos incompatibles. Escribe un suceso seguro y otro imposible.

Consideramos los sucesos:  $A = \text{«Salir número par»} = \{2, 4, 6\}$

$B = \text{«Salir múltiplo de 3»} = \{3, 6\}$

$C = \text{«Salir potencia de 2»} = \{1, 2, 4\}$

Los sucesos  $A$  y  $B$  son compatibles, porque si sale 6 es par y múltiplo de 3.

Los sucesos  $B$  y  $C$  son incompatibles, porque ningún número puede ser múltiplo de 3 y potencia de 2 al mismo tiempo.

Suceso seguro:  $D = \text{«Salir número menor que 10»}$

Suceso imposible:  $G = \text{«Salir 7»}$

## 1.2. Diagrama de árbol

El diagrama de árbol es una técnica muy utilizada para calcular el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio.

### Hazlo así

#### CÓMO CALCULAMOS EL ESPACIO MUESTRAL CON UN DIAGRAMA DE ÁRBOL

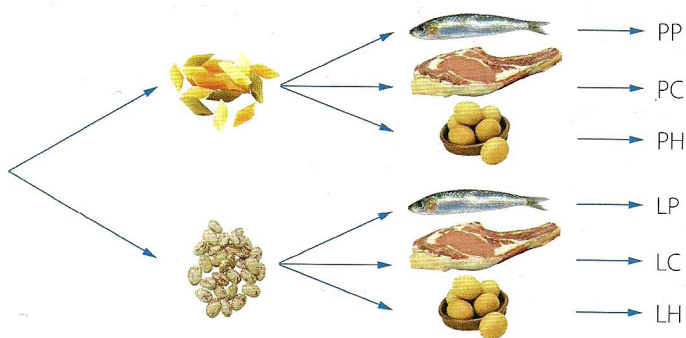
Eligiendo al azar un primer plato (pasta o legumbres) y un segundo plato (pescado, carne o huevos) de la carta de un restaurante, ¿cuáles son los posibles menús?

**PRIMERO.** Fijamos la primera posibilidad de elección.

En este caso, elegir el primer plato: pasta o legumbres.

**SEGUNDO.** Añadimos el resto de posibilidades y escribimos los resultados finales.

Añadimos las posibilidades de escoger el segundo plato.



Los posibles menús forman el espacio muestral:  $E = \{PP, PC, PH, LP, LC, LH\}$

### ACTIVIDADES

- 5 Con ayuda de un diagrama de árbol, calcula el espacio muestral asociado al experimento aleatorio que consiste en lanzar tres monedas y anotar el número de caras y cruces.
- 6 En el experimento aleatorio que consiste en lanzar 3 monedas, encuentra dos sucesos compatibles y dos incompatibles. Escribe dos sucesos seguros y dos imposibles.

## 2 Operaciones con sucesos

### Date cuenta

Cualquier suceso compuesto se puede expresar como unión de sus sucesos elementales.

Dos sucesos son incompatibles cuando  $A \cap B = \emptyset$ .

### Se escribe así

«Que ocurra A o B»  $\rightarrow A \cup B$

«Que ocurran A y B»  $\rightarrow A \cap B$

### Date cuenta

La unión de un suceso y su contrario es el espacio muestral.

$$A \cup \bar{A} = E$$

La intersección de un suceso y su contrario es el conjunto vacío.

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

- La **unión de dos sucesos**, A y B, es otro suceso formado por los sucesos elementales que hay en A y en B, y se escribe  $A \cup B$ .
- La **intersección de dos sucesos**, C y D, es otro suceso que está formado por los sucesos elementales comunes de C y de D, y se escribe  $C \cap D$ .

### Ejemplo

- 4** Si extraemos una carta de una baraja española, expresa en forma de uniones e intersecciones los siguientes sucesos.

- a)  $A = \text{«Salir carta menor que 4 y mayor que 2»}$

$$\{\text{Salir carta menor que 4}\} \cap \{\text{Salir carta mayor que 2}\} = \{3O, 3C, 3B, 3E\}$$

En estos sucesos, se indica el número de la carta y el palo: 3O = Tres de oros.

- b)  $B = \text{«Salir un as o un caballo»}$

$$\{\text{Salir as}\} \cup \{\text{Salir caballo}\} = \{1O, 1C, 1B, 1E, 11O, 11C, 11B, 11E\}$$

En estos sucesos, se indica el número de la carta y el palo: 1O = As de oros.

El **suceso contrario** o **complementario** de un suceso A es otro suceso, que escribimos como  $\bar{A}$ , formado por todos los sucesos elementales del espacio muestral que no están en A.

La **diferencia de dos sucesos**,  $A - B$ , es la intersección del primer suceso con el contrario del segundo:  $A - B = A \cap \bar{B}$

### Hazlo así

#### CÓMO CALCULAMOS EL SUCESO CONTRARIO DE UN SUCESO DADO

En el experimento aleatorio consistente en lanzar un dado y una moneda, calcula el suceso contrario,  $\bar{A}$ , del suceso  $A = \text{«Sacar divisor de 10 en el dado»}$ .

**PRIMERO.** Calculamos el espacio muestral y el suceso A.

$$E = \{1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 6+\} \quad A = \{1C, 2C, 5C, 1+, 2+, 5+\}$$

**SEGUNDO.** Quitamos del espacio muestral los sucesos elementales que están en A.

El suceso contrario está formado por todos los sucesos elementales que no están en A.

$$E = \{\cancel{1C}, \cancel{2C}, 3C, 4C, \cancel{5C}, 6C, \cancel{1+}, \cancel{2+}, 3+, 4+, \cancel{5+}, 6+\} \quad \bar{A} = \{3C, 4C, 6C, 3+, 4+, 6+\}$$

### Propiedades

El contrario de la unión es la intersección de los contrarios:  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

El contrario de la intersección es la unión de los contrarios:  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

El contrario del suceso contrario coincide con el suceso de partida:  $\overline{\bar{A}} = A$

### ACTIVIDADES

- 7** Al extraer una carta de una baraja española, expresa estos sucesos en forma de uniones e intersecciones.

a)  $A = \text{«Salir una figura de copas»}$

b)  $B = \text{«Salir una sota o bastos»}$

- 8** Pon un ejemplo y comprueba las siguientes igualdades.

a)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

b)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

### 3 Probabilidad de un suceso

La **probabilidad**,  $P$ , es una función que a cada suceso de un experimento aleatorio le asocia un número entre 0 y 1, y mide la facilidad de que ocurra dicho suceso. Cada suceso,  $A$ , de un experimento aleatorio verifica que:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Cuanto más se acerque la probabilidad de un suceso a 1, mayor será la facilidad para que ocurra, y recíprocamente, cuanto más se acerque a 0, más difícil es que ocurra.

- La probabilidad de un suceso seguro,  $A$ , vale 1,  $P(A) = 1$ .
- La probabilidad de un suceso imposible,  $B$ , es 0,  $P(B) = 0$ .

#### No olvides



- $P(E) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$

#### Ejemplos

5 Realizamos el experimento aleatorio que consiste en extraer, al azar, una bola de una bolsa donde hay 4 bolas de igual tamaño y peso, pero de distinto color: blanco, rojo, azul y verde.

a) Describe el espacio muestral. Da un suceso seguro y otro imposible.

b) ¿Qué probabilidad le asignarías a cada suceso elemental?

a)  $E = \{\text{bola blanca, bola roja, bola azul, bola verde}\}$

Suceso seguro:  $A = \text{«Sacar una bola que no sea amarilla»}$

Suceso imposible:  $B = \text{«Sacar una bola de dos colores»}$

Evidentemente,  $P(A) = 1$ , por ser un suceso seguro; por el contrario, para el suceso imposible tenemos que  $P(B) = 0$ .

b) Hay cuatro bolas iguales en tamaño y peso. Si extraemos una bola de la bolsa, la probabilidad de coger una u otra bola será igual. Repartimos la probabilidad total, que es 1, entre los sucesos elementales.

$$P(\text{Blanca}) = \frac{1}{4} \quad P(\text{Roja}) = \frac{1}{4} \quad P(\text{Azul}) = \frac{1}{4} \quad P(\text{Verde}) = \frac{1}{4}$$

6 ¿Podrías calcular la probabilidad de que, al dejar caer un cilindro, quede apoyado en una de sus bases o descanse sobre su superficie lateral?

Los dos sucesos que se pueden presentar son:

$A = \text{«Quedar sobre una de sus bases»}$      $B = \text{«Quedar sobre su superficie lateral»}$

En este caso no podríamos dividir la probabilidad total, que es 1, entre ambos sucesos porque las superficies no son iguales.

Para calcular la probabilidad, podemos realizar el experimento, muchas veces y asignar la probabilidad a cada suceso de manera experimental.

#### ACTIVIDADES

9 Lanzamos 2 monedas y contamos el número de caras.

a) Describe el espacio muestral.

b) ¿Podrías asignarle alguna probabilidad a los sucesos elementales?

10 En un llavero hay 3 llaves de las que solo una llave abre un cofre.

a) ¿Qué probabilidad hay de abrir en un intento?

b) ¿Y de abrir en tres intentos o menos?

## 4 Regla de Laplace

Un **experimento** es **regular** cuando todos sus sucesos elementales tienen la misma probabilidad, es decir, son sucesos equiprobables.

### No olvides



Para aplicar la regla de Laplace, los sucesos elementales tienen que ser equiprobables.

### Date cuenta



En la regla de Laplace, el número de casos favorables es el número de sucesos elementales que contiene el suceso, y el número de casos posibles es el número total de sucesos elementales.

### Regla de Laplace

En un experimento aleatorio regular, la probabilidad de un suceso,  $A$ , es:

$$P(A) = \frac{\text{n.º de casos favorables a } A}{\text{n.º de casos posibles}}$$

### Hazlo así

#### CÓMO CALCULAMOS PROBABILIDADES UTILIZANDO LA REGLA DE LAPLACE

Mario tiene en su bolsillo 5 canicas: 1 verde, 2 azules y 2 transparentes. Si saca una canica al azar, calcula la probabilidad de que sea verde. ¿Y de que sea azul?

**PRIMERO.** Comprobamos si el experimento es regular.

En este caso lo es porque hay idéntica probabilidad de coger cualquier canica.

**SEGUNDO.** Contamos el número de sucesos elementales que hay en el espacio muestral y los sucesos elementales que están contenidos en cada suceso.

Sucesos elementales = 5 canicas  $\begin{cases} \rightarrow \text{«Verde»} = 1 \text{ canica} \\ \rightarrow \text{«Azul»} = 2 \text{ canicas} \end{cases}$

**TERCERO.** Aplicamos la regla de Laplace para calcular las probabilidades.

$$P(\text{Verde}) = \frac{\text{n.º de canicas verdes}}{\text{n.º de canicas}} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$P(\text{Azul}) = \frac{\text{n.º de canicas azules}}{\text{n.º de canicas}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

### Ejemplo

**7** Halla la probabilidad de acertar los 6 números en el sorteo de la Lotería Primitiva.

En la Lotería Primitiva se sacan 6 bolas de una urna que contiene 49 bolas con la misma probabilidad de salir, por lo que es un experimento regular y podemos aplicar la regla de Laplace.

El número de casos posibles es las combinaciones de 49 elementos, tomados de 6 en 6, porque no influye el orden ni se pueden repetir los elementos.

$$P(\text{Premio}) = \frac{\text{n.º de casos favorables}}{\text{n.º de casos posibles}} = \frac{1}{C_{49,6}} = \frac{1}{13.983.816} = 0,0000000715$$

$$C_{49,6} = \binom{49}{6} = \frac{49!}{6! \cdot 43!} = 13.983.816$$

### ACTIVIDADES

**11** Se lanza un dado de 6 caras donde hay marcados tres 1, dos X y un 2.

Calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) «Salir 1»    b) «Salir X»    c) «Salir 2»

**12** De 20 alumnos hay que elegir a 3 representantes para formar un grupo de trabajo.

Calcula la probabilidad de que los representantes sean Marta, Julia y Rodrigo.

## 5 Frecuencia y probabilidad

La probabilidad se puede definir también como el número hacia el que tienden las frecuencias relativas de un suceso cuando repetimos el experimento aleatorio un número muy elevado de veces.

Esta propiedad se conoce como **ley de los grandes números**.

### Hazlo así

#### CÓMO CALCULAMOS PROBABILIDADES DE MANERA EXPERIMENTAL

En un saco tenemos mezclados 50 kg de judías blancas y judías pintas. Explica cómo se calcula la probabilidad de que, al sacar una judía del saco, sea una judía pinta.

**PRIMERO.** Realizamos el experimento muchas veces y anotamos los resultados que vamos obteniendo.

Vamos extrayendo muestras de judías y apuntamos las frecuencias que se obtienen de judías pintas.

| N.º de judías | N.º de judías pintas ( $f_i$ ) | Frecuencia relativa ( $h_i$ ) |
|---------------|--------------------------------|-------------------------------|
| 10            | 3                              | 0,3                           |
| 100           | 32                             | 0,32                          |
| 1.000         | 316                            | 0,316                         |

**SEGUNDO.** Observamos la tendencia de las frecuencias relativas, a medida que se incrementa el número de observaciones. Así, las frecuencias relativas estarán próximas al verdadero valor de la probabilidad.

Las frecuencias relativas tienden a 0,3; luego asignaremos esa probabilidad:

$$P(\text{Judía pinta}) = 0,3$$

### Date cuenta

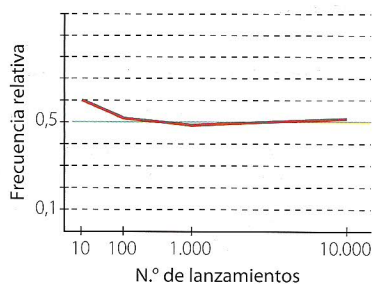


Cuando no sea posible calcular la probabilidad mediante la regla de Laplace, utilizaremos las frecuencias relativas.

### Ejemplo

- 8 Calcula, sin utilizar la regla de Laplace, la probabilidad de que al lanzar una moneda salga cara.

| N.º de lanzamientos | N.º de caras ( $f_i$ ) | Frecuencia relativa ( $h_i$ ) |
|---------------------|------------------------|-------------------------------|
| 10                  | 6                      | 0,6                           |
| 100                 | 52                     | 0,52                          |
| 1.000               | 489                    | 0,489                         |
| 10.000              | 5.009                  | 0,5009                        |



Las frecuencias relativas se aproximan a 0,5; que coincide con la probabilidad hallada mediante la regla de Laplace.

### ACTIVIDADES

- 13 En una empresa de rodamientos tienen una máquina que fabrica arandelas.

Diseña un método para calcular la probabilidad de que la máquina fabrique una arandela que sea defectuosa.

- 14 Al lanzar un dado se han obtenido estos resultados.

|       |    |    |    |    |    |     |
|-------|----|----|----|----|----|-----|
|       | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   |
| $f_i$ | 51 | 48 | 52 | 50 | 49 | 102 |

¿Qué conclusión puedes deducir?

## 6 Propiedades de la probabilidad

- La probabilidad de cualquier suceso es mayor o igual que cero y menor o igual que 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

- La probabilidad del suceso seguro es 1 y la probabilidad del suceso imposible es 0.

$$P(E) = 1 \quad P(\emptyset) = 0$$

- La probabilidad de cualquier suceso es igual a 1 menos la probabilidad de su contrario.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

- Cuando dos sucesos son incompatibles, la probabilidad de su unión es la suma de sus probabilidades.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- Para dos sucesos cualesquiera,  $A$  y  $B$ , se verifica siempre que la probabilidad de su unión es igual a la suma de sus probabilidades menos la de la intersección.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

### Ejemplo

- 9 La probabilidad de que una persona use gafas es 0,6; la probabilidad de que tenga los ojos claros es 0,6, y la probabilidad de que use gafas y tenga los ojos claros es 0,52. Calcula la probabilidad de que, elegida una persona al azar:

- No use gafas.
- Use gafas o tenga los ojos claros.
- No use gafas o no tenga los ojos claros.

Consideramos los sucesos:

$A$  = «Usar gafas»

$B$  = «Tener ojos claros»

$A \cap B$  = «Usar gafas y tener ojos claros»

Escribimos las probabilidades conocidas.

$$P(A) = 0,6 \quad P(B) = 0,6 \quad P(A \cap B) = 0,52$$

- a) «No usar gafas» =  $\bar{A}$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

- b) «Usar gafas o tener ojos claros» =  $A \cup B$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,6 - 0,52 = 0,68$$

- c) «No usar gafas o no tener ojos claros» =  $\bar{A} \cup \bar{B}$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,52 = 0,48$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$$

### ACTIVIDADES

- 15 Si  $P(A) = 0,2$ ;  $P(B) = 0,7$  y  $P(A \cap B) = 0,1$ ; calcula.

- $P(A \cup B)$
- $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
- $P(A - B)$
- $P(\bar{B} - A)$

- 16 Razona las siguientes afirmaciones.

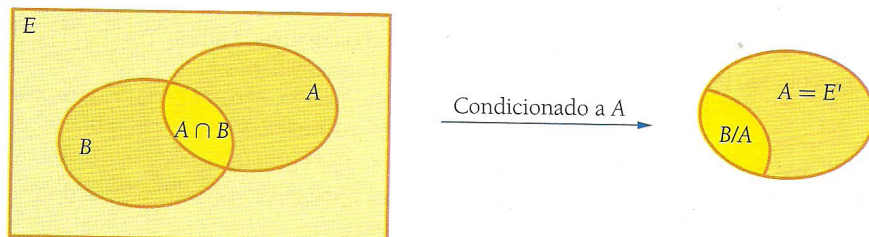
- Si  $P(A) = 0,6$  y  $P(B) = 0,45$ ; los sucesos  $A$  y  $B$  son compatibles.
- Si  $P(A) = 0,6$  y  $P(B) = 0,4$ ;  $A$  y  $B$  son contrarios.

## 7 Probabilidad condicionada

La probabilidad de un suceso  $B$ , cuando sabemos que ha ocurrido otro suceso  $A$ , se denomina **probabilidad condicionada**.

Se escribe  $P(B/A)$  y se lee «probabilidad de  $B$  condicionado a  $A$ ».

Al calcular probabilidades condicionadas con ayuda de la regla de Laplace debemos tener en cuenta que el nuevo espacio muestral,  $E'$ , coincide con el suceso  $A$ .



$$P(B) = \frac{\text{n.º de casos de } B}{\text{n.º de casos en } E} \xrightarrow{\text{Condicionado a } A} P(B/A) = \frac{\text{n.º de casos de } B \text{ en } E'}{\text{n.º de casos en } E'} = \frac{\text{n.º de casos en } A \cap B}{\text{n.º de casos en } A'}$$

### Ejemplo

**10** En una clase hay 11 chicos y 14 chicas. De los estudiantes, 7 chicos y 10 chicas utilizan habitualmente Internet. Si escogemos un estudiante al azar, calcula las probabilidades de los siguientes sucesos.

- «Ser chica sabiendo que utiliza Internet».
- «No utilizar Internet, sabiendo que es chico».

Dado que todos los alumnos tienen la misma probabilidad de ser escogidos, el experimento es regular y aplicamos la regla de Laplace.

Consideramos los siguientes sucesos.

$$\begin{aligned} A &= \text{«Ser chica»} & C &= \text{«Utilizar Internet»} \\ B &= \text{«Ser chico»} & D &= \text{«No utilizar Internet»} \end{aligned}$$

- a) «Ser chica» condicionado a «Utilizar Internet» =  $A/C$

$$P(A/C) = \frac{\text{n.º de chicas que utilizan Internet}}{\text{n.º de estudiantes que utilizan Internet}} = \frac{10}{17} = 0,59$$

- b) «No utilizar Internet» condicionado a «Ser chico» =  $D/B$

$$P(D/B) = \frac{\text{n.º de no internautas que son chicos}}{\text{n.º de chicos}} = \frac{11-7}{11} = 0,36$$

### ACTIVIDADES

**17** En una oficina hay 8 chicos y 9 chicas. De ellos, 4 chicos y 6 chicas llevan gafas. Si escogemos una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

- Sea chica, sabiendo que lleva gafas.
- Lleve gafas, sabiendo que es chico.

**18** En un panel electrónico hay 4 conmutadores, de los que solo uno de ellos enciende una luz. Halla la probabilidad de acertar con el interruptor correcto:

- En el primer intento.
- En el segundo intento.
- En el tercer intento.
- En el cuarto intento.



## 8 Regla del producto

### Date cuenta



La regla del producto se puede utilizar también para calcular la probabilidad condicionada, conociendo las otras probabilidades.

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

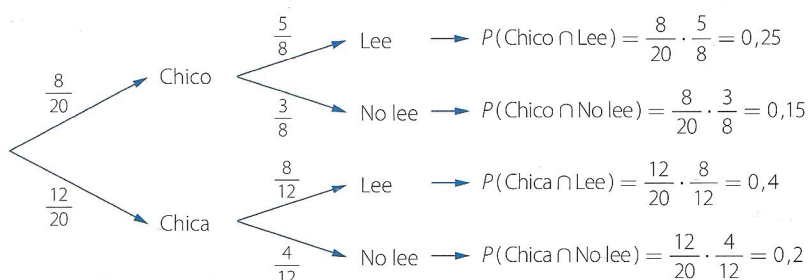
La **regla del producto** es una forma de calcular la probabilidad de la intersección de sucesos.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$$

### Ejemplo

- 11** En una clase hay 8 chicos y 12 chicas. De los estudiantes, 5 chicos y 8 chicas leen el periódico. Eligiendo un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que sea chico y lea el periódico.

Vamos a resolver el problema con ayuda de un diagrama de árbol, poniendo en cada rama las correspondientes probabilidades.



### Date cuenta



- Si  $A$  y  $B$  son independientes se cumple que  $P(B/A) = P(B)$ .
- No confundas sucesos independientes con sucesos incompatibles.

Independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Incompatibles:

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0$$

Dos sucesos,  $A$  y  $B$ , son **independientes** cuando que ocurra uno no influye para que ocurra el otro. En caso contrario, los sucesos son **dependientes**. Si  $A$  y  $B$  son independientes  $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

### Ejemplo

- 12** Si sacamos dos cartas de una baraja española, calcula la probabilidad de que ambas cartas sean deoros.

- Con reemplazamiento, es decir, vemos la primera carta y la devolvemos a la baraja. En este caso, los sucesos son independientes.

$$P(\text{Oros } 1.^{\text{a}} \cap \text{Oros } 2.^{\text{a}}) = P(\text{Oros } 1.^{\text{a}}) \cdot P(\text{Oros } 2.^{\text{a}}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1}{16}$$

- Sin reemplazamiento, es decir, vemos la primera carta, pero no la devolvemos a la baraja.

$$P(\text{Oros } 1.^{\text{a}} \cap \text{Oros } 2.^{\text{a}}) = P(\text{Oros } 1.^{\text{a}}) \cdot P(\text{Oros } 2.^{\text{a}}/\text{Oros } 1.^{\text{a}}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$$

### ACTIVIDADES

- 19** En una oficina hay 8 chicos y 9 chicas. De ellos, 4 chicos y 6 chicas llevan gafas. Si escogemos un trabajador al azar, calcula las siguientes probabilidades.

- Sea chica y no lleve gafas.
- No lleve gafas y sea chico.

- 20** En un panel electrónico hay 4 interruptores, de los que solo uno de ellos enciende una luz. Consideramos el experimento aleatorio que consiste en anotar el número de interruptores que necesito pulsar para encender la luz. Describe el espacio muestral y calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales.

## 9 Tablas de contingencia

Para calcular probabilidades de sucesos compuestos, a veces se organizan los datos en una tabla de doble entrada que se llama tabla de contingencia.

### Hazlo así

#### CÓMO ELABORAMOS UNA TABLA DE CONTINGENCIA

Un establecimiento sortea un viaje entre 300 clientes. De ellos, 175 clientes son hombres, 190 clientes están casados y 110 clientes son hombres y están casados. Elabora, con estos datos, una tabla de contingencia.

**PRIMERO.** Organizamos los datos en una tabla de doble entrada.

|         | Hombre | Mujer |     |
|---------|--------|-------|-----|
| Casado  | 110    | 80    | 190 |
| Soltero | 65     | 45    | 110 |
|         | 175    | 125   | 300 |

**SEGUNDO.** Completamos las casillas que faltan, de modo que las sumas de las filas y las columnas den como resultado los correspondientes totales.

### Ejemplo

**13** En tres grupos de 1.º Bachillerato: A, B y C, el número de aprobados y suspensos en una asignatura se distribuye según esta tabla de contingencia.

|          | A  | B  | C   |    |
|----------|----|----|-----|----|
| Aprobado | 15 | 13 | 190 | 42 |
| Suspense | 9  | 13 | 11  | 33 |
|          | 24 | 26 | 25  | 75 |

- Calcula la probabilidad de que un alumno haya aprobado y esté en el grupo A.
- Halla la probabilidad de que un alumno haya aprobado, si es del grupo A.

a)  $P(\text{Haya aprobado y Grupo A}) = \frac{15}{75} = 0,2$

- b) Es un caso de probabilidad condicionada, luego el espacio muestral se reduce a los alumnos del grupo A.

$$P(\text{Haya aprobado/Grupo A}) = \frac{15}{24} = 0,625$$

### ACTIVIDADES

**21** Completa la siguiente tabla de contingencia, explicando cómo obtienes los datos que faltan.

|        | Fuma | No fuma |     |
|--------|------|---------|-----|
| Hombre | 60   | 50      |     |
| Mujer  | 45   |         |     |
|        |      |         | 200 |

**22** Utilizando la tabla de la actividad anterior, calcula las siguientes probabilidades.

- Al elegir una persona, ¿qué probabilidad hay de que sea fumadora?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida al azar no fume y sea mujer?
- Si la persona fuma, ¿qué probabilidad hay de que sea un hombre?