Probabilidad en exámenes BI - NS

May 00 In a game a player rolls a biased tetrahedral (four-faced) die. The probability of each possible score is shown below.

Score	1	2	3	4
Probability	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	x

Find the probability of a total score of six after two rolls.

Nov 00 Given that events A and B are independent with $P(A \cap B) = 0.3$ and $P(A \cap B') = 0.3$, find $P(A \cup B)$.

Mayo 01 P1 (#11) Given that $P(X) = \frac{2}{3}$, $P(Y|X) = \frac{2}{5}$ and $P(Y|X') = \frac{1}{4}$, find

- (a) P(Y');
- (b) $P(X' \cup Y')$.

Nov 01 P1 (#18) The probability that a man leaves his umbrella in any shop he visits is $\frac{1}{3}$. After visiting two shops in succession, he finds he has left his umbrella in one of them. What is the probability that he left his umbrella in the second shop?

P2 (#5) Two women, Ann and Bridget, play a game in which they take it in turns to throw an unbiased six-sided die. The first woman to throw a '6' wins the game. Ann is the first to throw.

- (a) Find the probability that
 - (i) Bridget wins on her first throw;
 - (ii) Ann wins on her second throw;
 - (iii) Ann wins on her n^{th} throw.
- (b) Let p be the probability that Ann wins the game. Show that $p = \frac{1}{6} + \frac{25}{36}p$.
- (c) Find the probability that Bridget wins the game.
- (d) Suppose that the game is played six times. Find the probability that Ann wins more games than Bridget.

Mayo 02
P1 (#7)

La probabilidad de que llueva durante un día de verano en cierta ciudad es de 0,2. En esta ciudad, la probabilidad de que la temperatura máxima diaria supere los 25 °C es de 0,3 cuando llueve y de 0,6 cuando no llueve. Dado que la temperatura máxima diaria superó los 25 °C en cierto día de verano, halle la probabilidad de que ese día haya llovido.

Nov 02 Se elige un entero al azar entre los primeros mil enteros positivos. Halle la probabilidad de que el entero elegido sea

- (a) múltiplo de 4;
- (b) múltiplo tanto de 4 como de 6.

Mayo 03 P1 (#9) Los sucesos independientes A y B son tales que P(A) = 0.4 y $P(A \cup B) = 0.88$. Halle

- (a) P(B);
- (b) la probabilidad de que ocurra A o que ocurra B, pero **no** ambos.

Mayo 04 P1 (TZ1) (#13)

A desk has three drawers. Drawer 1 contains three gold coins, Drawer 2 contains two gold coins and one silver coin and Drawer 3 contains one gold coin and two silver coins. A drawer is chosen at random and from it a coin is chosen at random.

- (a) Find the probability that the chosen coin is gold.
- (b) Given that the chosen coin is gold, find the probability that Drawer 3 was chosen.

Mayo 04 P1 (TZ2) (#14)

Roberto va al trabajo en tren todos los días de la semana de lunes a viernes. La probabilidad de que el lunes tome el tren de las 8:00 es 0,66. La probabilidad de que tome el tren de las 8:00 cualquiera de los otros cuatro días de la semana es 0,75. Se elige al azar un día de la semana.

- (a) Halle la probabilidad de que tome el tren ese día.
- (b) Suponiendo que ese día haya tomado el tren de las 8:00, halle la probabilidad de que ese día sea lunes.

Mayo 04 P2 (TZ1 y TZ2) (#2) Jack y Jill juegan a un juego que consiste en tirar un dado por turnos. Si sale un 1, 2, 3 ó 4, el jugador que tiró el dado gana el juego. Si sale un 5 ó un 6 le toca el turno al otro jugador. Jack empieza a jugar y el juego continúa hasta que alguien gane.

- (a) Escriba la probabilidad de que Jack gane en su primera tirada.
- (b) Calcule la probabilidad de que Jill gane en su primera tirada.
- (c) Calcule la probabilidad de que Jack gane el juego.

Mayo 05 P1 (TZ1) (#10)

In a survey of 50 people it is found that 40 own a television and 21 own a computer. Four do not own either a computer or a television. A person is chosen at random from this group.

- (a) Find the probability that this person owns both a television and a computer.
- (b) Given that this person owns a computer, find the probability that he also owns a television.

Mayo 05 P1 (TZ2) (#5)

Se eligen al azar cinco estudiantes para formar un equipo que participe en un debate. Los estudiantes se eligen entre un grupo de ocho estudiantes de medicina y tres estudiantes de derecho. Halle la probabilidad de que

- (a) el equipo esté formado sólo por estudiantes de medicina;
- (b) los tres estudiantes de derecho formen parte del equipo.

Mayo 05 P1 (TZ2) (#16)

Sabiendo que $(A \cup B)' = \emptyset$, $P(A'|B) = \frac{1}{3}$ y $P(A) = \frac{6}{7}$, halle P(B).

Nov 05 P1 (#18) Hay 25 discos en una bolsa. Algunos son negros y el resto son blancos. Se seleccionan dos discos simultáneamente de forma aleatoria. Si la probabilidad de seleccionar dos discos del mismo color es la misma que la de seleccionar dos discos de color distinto, ¿cuántos discos negros hay en la bolsa?

Nov 05 P1 (#10) La caja A contiene 6 bolas rojas y 2 bolas verdes. La caja B contiene 4 bolas rojas y 3 bolas verdes. Se tira un dado, perfectamente equilibrado, cuyos lados presentan los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Si se obtiene un número par, se selecciona una bola de la caja A; si se obtiene un número impar, se selecciona una bola de la caja B.

- (a) Calcule la probabilidad de que la bola seleccionada sea roja.
- (b) Si la bola seleccionada es roja, calcule la probabilidad de que proceda de la caja B.

Muestra 06 P2 (#4) / 08 P1

(#51)

Bag A contains 2 red and 3 green balls.

(a) Two balls are chosen at random from the bag without replacement. Find the probability that 2 red balls are chosen.

Bag B contains 4 red and n green balls.

(b) Two balls are chosen without replacement from this bag. If the probability that two red balls are chosen is $\frac{2}{15}$, show that n = 6.

A standard die with six faces is rolled. If a 1 or 6 is obtained, two balls are chosen from bag A, otherwise two balls are chosen from bag B.

- (c) Calculate the probability that two red balls are chosen.
- (d) Given that two red balls are chosen, find the probability that a 1 or a 6 was obtained on the die.

Nov 06 P1 (#4)

La bolsa 1 contiene 4 cubos rojos y 5 cubos azules. La bolsa 2 contiene 7 cubos rojos y 2 cubos azules. Se extraen dos cubos al azar; el primero de la bolsa 1 y el segundo de la bolsa 2.

- (a) Halle la probabilidad de que los cubos sean del mismo color.
- (b) Sabiendo que los cubos extraídos son de diferente color, halle la probabilidad de que el cubo rojo haya sido extraído de la bolsa 1.

Mayo 07 P1 (TZ1) (#2)

The events A and B are such that P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, $P(A \cup B) = 0.6$.

- (a) (i) Find the value of $P(A \cap B)$.
 - (ii) Hence show that A and B are not independent.
- (b) Find the value of P(B | A).

Mayo 07 P2 (TZ1) (#4)

- (a) Find the probability that a number, chosen at random between 200 and 800 inclusive, will be a multiple of 9.
- (b) Find the sum of the numbers between 200 and 800 inclusive, which are multiples of 6, but **not** multiples of 9.

Muestra 08 P1 (#26)

If
$$P(A) = \frac{1}{6}$$
, $P(B) = \frac{1}{3}$, and $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$, what is $P(A'/B')$?

Muestra 08 P1 (#27)

A room has nine desks arranged in three rows of three desks. Three students sit in the room. If the students randomly choose a desk find the probability that two out of the front three desks are chosen.

Mayo 05 P1 (TZ2)

Let A and B be events such that P(A) = 0.6, $P(A \cup B) = 0.8$ and $P(A \mid B) = 0.6$.

(#7) Find P(B).

Mayo 05 P2 (TZ1) (#8) Only two international airlines fly daily into an airport. UN Air has 70 flights a day and IS Air has 65 flights a day. Passengers flying with UN Air have an 18 % probability of losing their luggage and passengers flying with IS Air have a 23 % probability of losing their luggage. You overhear someone in the airport complain about her luggage being lost.

Find the probability that she travelled with IS Air.

Nov 08 P2 (#11) En el club de tenis de un colegio hay seis niños y cinco niñas. Se va a elegir un equipo integrado por dos niños y dos niñas para representar al colegio en un campeonato de tenis.

- (a) ¿De cuántas maneras distintas se puede formar el equipo?
- (b) Tim es el menor de los niños del club y Anna es la menor de las niñas. ¿De cuántas maneras distintas puede formarse el equipo si este debe incluir a ambos?
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo incluya tanto a Tim como a Anna?
- (d) Fred es el mayor de los niños del club. Sabiendo que Fred ha sido seleccionado para formar parte del equipo, ¿cuál es la probabilidad de que el equipo incluya a Tim o a Anna, pero no a ambos?

Mayo 09 P2 (TZ2) (#1) En una clase de 20 alumnos hay 12 que estudian Biología, 15 que estudian Historia y 2 alumnos que no estudian ni Biología ni Historia.

- (a) Represente esta información en un diagrama de Venn.
- (b) Halle la probabilidad de que un alumno de esta clase elegido al azar esté estudiando ambas asignaturas: Biología e Historia.
- (c) Sabiendo que un alumno dado, elegido al azar, estudia Biología, halle la probabilidad de que este alumno también estudie Historia.

Mayo 09 P2 (TZ2) (#5) El virus de la gripe se está extendiendo por una ciudad. Se dispone de una vacuna para proteger a la población frente al virus. Si una persona se ha vacunado, la probabilidad de que se infecte con el virus es de 0,1; sin la vacuna, dicha probabilidad es de 0,3. La probabilidad de que una persona elegida al azar se infecte con el virus es de 0,22.

- (a) Halle qué porcentaje de la población se ha vacunado.
- (b) Una persona elegida al azar se infecta con el virus. Halle la probabilidad de que esta persona esté vacunada.

Nov 09 P1 (#6) En una escuela de enfermería, el 80 % de los estudiantes que entran son mujeres. Según los datos de la escuela, el 70 % de las mujeres y el 90 % de los varones que empiezan la carrera, se reciben. Se elige al azar a uno de los estudiantes que se han recibido. Halle la probabilidad de que dicho estudiante sea un varón. Dé su respuesta en forma de fracción simplificada.

Mayo 10 P2 (TZ1) (#7) Three Mathematics books, five English books, four Science books and a dictionary are to be placed on a student's shelf so that the books of each subject remain together.

- (a) In how many different ways can the books be arranged?
- (b) In how many of these will the dictionary be next to the Mathematics books?

Mayo 10 P1 (TZ1) (#7) Two players, A and B, alternately throw a fair six-sided dice, with A starting, until one of them obtains a six. Find the probability that A obtains the first six.

Nov 10 P1 (#4) Jenny va al colegio en autobús todos los días. Cuando no llueve, la probabilidad de que el autobús llegue con retraso es igual a $\frac{3}{20}$. Cuando llueve, la probabilidad de que el autobús llegue con retraso es igual a $\frac{7}{20}$. La probabilidad de que llueva en un día dado es igual a $\frac{9}{20}$. Un día determinado, el autobús llega con retraso. Halle la probabilidad de que ese día no esté lloviendo.

Mayo 11 P1 (TZ1) (#1) Events A and B are such that P(A) = 0.3 and P(B) = 0.4.

- (a) Find the value of $P(A \cup B)$ when
 - (i) A and B are mutually exclusive;
 - (ii) A and B are independent.
- (b) Given that $P(A \cup B) = 0.6$, find $P(A \mid B)$.

Mayo 11 P1 (TZ1) (#6)

In a population of rabbits, 1 % are known to have a particular disease. A test is developed for the disease that gives a positive result for a rabbit that **does** have the disease in 99 % of cases. It is also known that the test gives a positive result for a rabbit that **does not** have the disease in 0.1 % of cases. A rabbit is chosen at random from the population.

- (a) Find the probability that the rabbit tests positive for the disease.
- (b) Given that the rabbit tests positive for the disease, show that the probability that the rabbit does not have the disease is less than 10 %.

Nov 11 P1 (#3)

En una ciudad dada se ha vacunado al 20 % de los habitantes contra cierta enfermedad. La probabilidad de infectarse y contraer la enfermedad es igual a $\frac{1}{10}$ para aquellos que se han vacunado, e igual a $\frac{3}{4}$ para aquellos que no se han vacunado. Si una persona es escogida al azar y se observa que está infectada, halle la probabilidad de que esta persona haya sido vacunada.

Mayo 12 P1 (TZ2) (#6)

En un día dado, la probabilidad de que llueva es igual a $\frac{2}{5}$. La probabilidad de que el equipo de fútbol "Tigers" gane en un día de lluvia es $\frac{2}{7}$, mientras que la probabilidad de que gane un día que no llueve es igual a $\frac{4}{7}$.

- (a) Dibuje con precisión un diagrama de árbol para representar estos sucesos y sus posibles resultados.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo de fútbol "Tigers" gane?
- (c) Sabiendo que el equipo de fútbol "Tigers" ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que ese día haya llovido?

Mayo 12 P2 (TZ1) (#3) A team of 6 players is to be selected from 10 volleyball players, of whom 8 are boys and 2 are girls.

- (a) In how many ways can the team be selected?
- (b) In how many of these selections is exactly one girl in the team?
- (c) If the selection of the team is made at random, find the probability that exactly one girl is in the team.

Nov 12 P2 (#7)

Kathy juega a un juego de ordenador en el que tiene que encontrar el camino para salir de un laberinto en un tiempo dado. Se sabe que, en el primer intento, la probabilidad de éxito es igual a 0,75. En intentos sucesivos, si Kathy ha tenido éxito, la dificultad aumenta y la probabilidad de éxito es la mitad de la probabilidad en el intento anterior. Sin embargo, si no ha tenido éxito, la probabilidad de éxito sigue siendo la misma. Kathy juega tres partidas seguidas a este juego.

- (a) Halle la probabilidad de que tenga éxito en todas las tres partidas.
- (b) Suponiendo que ha tenido éxito en la primera partida, halle la probabilidad de que tenga éxito en exactamente dos partidas.

Mayo 13 P1 (TZ1) (#9)

Two events A and B are such that $P(A \cup B) = 0.7$ and $P(A \mid B') = 0.6$.

Find P(B).

Mayo 13 P1 (TZ2) (#4)

Tim y Caz compran una caja que contiene 16 bombones; 10 son de chocolate con leche y 6 son de chocolate negro. Caz coge al azar un bombón y se lo come. A continuación, Tim coge al azar un bombón y se lo come.

- (a) Dibuje un diagrama de árbol que represente los posibles resultados. Rotule claramente cada rama con el valor correcto de la probabilidad.
- (b) Halle la probabilidad de que Tim y Caz se hayan comido el mismo tipo de bombón.

Nov 13 P2 (#5)

Al comienzo de cada semana, Eric y Marina escogen una noche al azar para ver una película.

Si eligen la noche del sábado, la probabilidad de que vean una película francesa es igual a $\frac{7}{9}$, mientras que si eligen cualquier otra noche, la probabilidad de que vean una película francesa es igual a $\frac{4}{9}$.

- (a) Halle la probabilidad de que vean una película francesa.
- (b) Sabiendo que la semana pasada vieron una película francesa, halle la probabilidad de que la hayan visto la noche del sábado.

Muestra 14 P1

(#3)

A bag contains three balls numbered 1, 2 and 3 respectively. Bill selects one of these balls at random and he notes the number on the selected ball. He then tosses that number of fair coins.

- (a) Calculate the probability that no head is obtained.
- (b) Given that no head is obtained, find the probability that he tossed two coins.

Mayo 14 P1 (TZ2) (#1) Los sucesos A y B son tales que $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{11}{20}$ y $P(A|B) = \frac{2}{11}$.

- (a) Halle $P(A \cap B)$.
- (b) Halle $P(A \cup B)$.
- (c) Indique, dando una razón, si los sucesos A y B son independientes.

Mayo 14 P1 (TZ2) (#11a) Hay dos máquinas que fabrican baterías para teléfonos móviles. Con la máquina A se fabrica el 60% de la producción diaria, y con la máquina B se fabrica el 40%. Al analizar el proceso se observa que, en promedio, el 2% de las baterías que se fabrican con la máquina A son defectuosas, y el 1% de las baterías que se fabrican con la máquina B son defectuosas.

- (i) Dibuje un diagrama de árbol que muestre claramente las probabilidades respectivas.
- (ii) Se elige una batería al azar. Halle la probabilidad de que sea defectuosa.
- (iii) Se elige una batería al azar y se observa que es defectuosa. Halle la probabilidad de que se haya fabricado con la máquina A.

Nov 14 P1 (#4)

Sean A y B dos sucesos tales que P(A) = 0,2 y P(B) = 0,5.

- (a) Determine el valor de $P(A \cup B)$ cuando
 - (i) A y B son mutuamente excluyentes;
 - (ii) A y B son independientes.
- (b) Determine el intervalo de posibles valores de P(A|B).

Nov 14 P2 (#12) Ava y Barry juegan a un juego con una bolsa que contiene una canica verde y dos canicas rojas. Cada jugador, por turnos, va sacando al azar una canica de la bolsa, anota el color y vuelve a meter la canica en la bolsa. Ava gana el juego si saca una canica verde. Barry gana el juego si saca una canica roja. Ava empieza a jugar.

Halle la probabilidad de que

- (a) Ava gane el juego en su primer turno;
- (b) Barry gane el juego en su primer turno;
- (c) Ava gane el juego en uno de sus tres primeros turnos;
- (d) Ava gane el juego en algún momento.

Mayo 15 P1 (TZ2) A y B son dos sucesos tales que P(A) = 0.25, P(B) = 0.6 y $P(A \cup B) = 0.7$.

P1 (TZ2 (#1)

- (a) Halle $P(A \cap B)$.
- (b) Determine si los sucesos A y B son independientes.

Mayo 15

A football team, Melchester Rovers are playing a tournament of five matches.

(#10) The probabilities that they win, draw or lose a match are $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ and $\frac{1}{3}$ respectively.

These probabilities remain constant; the result of a match is independent of the results of other matches. At the end of the tournament their coach Roy loses his job if they lose three **consecutive** matches, otherwise he does not lose his job. Find the probability that Roy loses his job.

Mayo 15 Natasha vive en Chicago y tiene familia en Nashville y en St. Louis.

P2 (TZ2) Cada vez que va a visitar a su familia, o bien va en avión o bien va en su coche. (#9)

Cuando va a Nashville, la probabilidad de que vaya en coche es $\frac{4}{5}$, y cuando va a St. Louis la probabilidad de que vaya en avión es $\frac{1}{3}$.

Sabiendo que cuando va a visitar a su familia la probabilidad de que vaya en coche es $\frac{13}{18}$, halle la probabilidad de que para un viaje en particular,

- (a) vaya a Nashville;
- (b) esté camino de Nashville, sabiendo que está yendo en avión.

Nov 15
P1 (#6)

A box contains four red balls and two white balls. Darren and Marty play a game by each taking it in turn to take a ball from the box, without replacement. The first player to take a white ball is the winner.

(a) Darren plays first, find the probability that he wins.

The game is now changed so that the ball chosen is replaced after each turn. Darren still plays first.

(b) Show that the probability of Darren winning has not changed.

Nov 15 P2 (#1) The events A and B are such that P(A) = 0.65, P(B) = 0.48 and $P(A \cup B) = 0.818$.

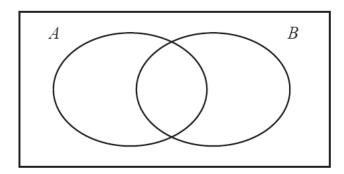
- (a) Find $P(A \cap B)$.
- (b) Hence show that the events A and B are independent.

Nov 15 Josie has three ways of getting to school. 30% of the time she travels by car, 20% of the time she rides her bicycle and 50% of the time she walks.

When travelling by car, Josie is late 5% of the time. When riding her bicycle she is late 10% of the time. When walking she is late 25% of the time. Given that she was on time, find the probability that she rides her bicycle.

Mayo 16 P1 (TZ1) (#4)

(a) On the Venn diagram shade the region $A' \cap B'$.



Two events A and B are such that $P(A \cap B') = 0.2$ and $P(A \cup B) = 0.9$.

(b) Find P(A'|B').

Mayo 16 P1 (TZ2) (#7) A y B son sucesos independientes tales que P(A) = P(B) = p, $p \neq 0$.

- (a) Muestre que $P(A \cup B) = 2p p^2$.
- (b) Halle $P(A|A \cup B)$ en su forma más simple.

Nov 16 Una tienda de bombones anuncia obsequios gratuitos para aquellos clientes que reúnan tres cupones. Los cupones se introducen al azar en el 10% de las chocolatinas que se venden en esa tienda. Kati compra algunas de estas chocolatinas y las va abriendo de una en una para ver si contienen un cupón. Sea P(X=n) la probabilidad de que Kati consiga su tercer cupón en la n-ésima chocolatina que abre.

(Se supone que la probabilidad de que una chocolatina dada contenga un cupón sigue siendo del 10 % durante toda la pregunta.)

(a) Muestre que P(X=3) = 0.001 y P(X=4) = 0.0027.

Se sabe que $P(X=n)=\frac{n^2+an+b}{2000}\times 0,9^{n-3}$ para $n\geq 3$, $n\in\mathbb{N}$.

(b) Halle el valor de las constantes a y b.

- (c) Deduzca que $\frac{P(X=n)}{P(X=n-1)} = \frac{0.9(n-1)}{n-3}$ para n > 3.
- (d) (i) A partir de lo anterior, muestre que X tiene dos modas, m_1 y m_2 .
 - (ii) Indique los valores de m_1 y m_2 .

La madre de Kati va a la tienda y compra x chocolatinas. Se las lleva a casa para que Kati las abra.

(e) Determine el valor mínimo de x tal que la probabilidad de que Kati reciba al menos un obsequio gratuito sea mayor que 0.5.

Nov 16 P1 (#10) Considere dos sucesos A y B definidos en el mismo espacio muestral.

- (a) Muestre que $P(A \cup B) = P(A) + P(A' \cap B)$.
- (b) Sabiendo que $P(A \cup B) = \frac{4}{9}$, $P(B \mid A) = \frac{1}{3}$ y $P(B \mid A') = \frac{1}{6}$,
 - (i) muestre que $P(A) = \frac{1}{3}$;
 - (ii) a partir de lo anterior, halle P(B).