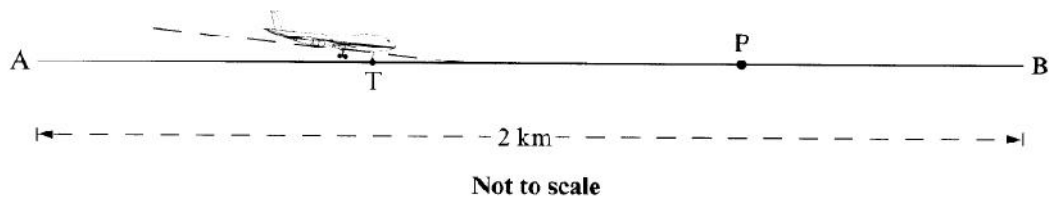


Cinemática en exámenes BI - NM

Mayo 00
P2#2

The main runway at *Concordville* airport is 2 km long. An aeroplane, landing at *Concordville*, touches down at point T, and immediately starts to slow down. The point A is at the southern end of the runway. A marker is located at point P on the runway.



As the aeroplane slows down, its distance, s , from A, is given by

$$s = c + 100t - 4t^2,$$

where t is the time in seconds after touchdown, and c metres is the distance of T from A.

- (a) The aeroplane touches down 800 m from A, (i.e. $c = 800$).
- Find the distance travelled by the aeroplane in the first 5 seconds after touchdown.
 - Write down an expression for the velocity of the aeroplane at time t seconds after touchdown, and hence find the velocity after 5 seconds.

The aeroplane passes the marker at P with a velocity of 36 m s^{-1} . Find

- how many seconds after touchdown it passes the marker;
 - the distance from P to A.
- (b) Show that if the aeroplane touches down before reaching the point P, it can stop before reaching the northern end, B, of the runway.

Nov 00
P2#2

A rock-climber slips off a rock-face and falls vertically. At first he falls freely, but after 2 seconds a safety rope slows him down. The height h metres of the rock-climber after t seconds of the fall is given by:

$$\begin{aligned} h &= 50 - 5t^2, & 0 \leq t \leq 2 \\ h &= 90 - 40t + 5t^2, & 2 \leq t \leq 5 \end{aligned}$$

- Find the height of the rock-climber when $t = 2$.
- Sketch a graph of h against t for $0 \leq t \leq 5$.
- Find $\frac{dh}{dt}$ for:
 - $0 \leq t \leq 2$
 - $2 \leq t \leq 5$
- Find the velocity of the rock-climber when $t = 2$.
- Find the times when the velocity of the rock-climber is zero.
- Find the minimum height of the rock-climber for $0 \leq t \leq 5$.

Nov 01A
P2#5

A ball is dropped vertically from a great height. Its velocity v is given by

$$v = 50 - 50e^{-0.2t}, \quad t \geq 0$$

where v is in metres per second and t is in seconds.

(a) Find the value of v when

(i) $t = 0$;

(ii) $t = 10$.

(b) (i) Find an expression for the acceleration, a , as a function of t .

(ii) What is the value of a when $t = 0$?

(c) (i) As t becomes large, what value does v approach?

(ii) As t becomes large, what value does a approach?

(iii) Explain the relationship between the answers to parts (i) and (ii).

(d) Let y metres be the distance fallen after t seconds.

(i) Show that $y = 50t + 250e^{-0.2t} + k$, where k is a constant.

(ii) Given that $y = 0$ when $t = 0$, find the value of k .

(iii) Find the time required to fall 250 m, giving your answer correct to **four** significant figures.

Nov 01
P1#8

The velocity v in m s^{-1} of a moving body at time t seconds is given by

$$v = 50 - 10t .$$

(a) Find the value of its acceleration in m s^{-2} .

(b) The velocity may also be expressed as $v = \frac{ds}{dt}$, where s is the displacement in metres. Given that $s = 40$ when $t = 0$, find an expression for s as a function of t .

Nov 02
P2#5

En esta pregunta, s representa el desplazamiento en metros y t representa el tiempo en segundos.

- (a) Se puede expresar la velocidad ms^{-1} de un cuerpo en movimiento como $v = \frac{ds}{dt} = 30 - at$, donde a es una constante. Dado que $s = 0$ para $t = 0$, halle una expresión de s en función de a y de t .

Los trenes que se acercan a una estación comienzan a disminuir su velocidad cuando pasan una señal a 200 m de la estación.

- (b) La velocidad del Tren 1, t segundos después de pasar la señal, está dada por $v = 30 - 5t$.
- (i) Escriba su velocidad cuando pasa junto a la señal.
- (ii) Muestre que se detendrá antes de llegar a la estación.
- (c) El Tren 2 disminuye su velocidad de manera tal que se detiene en la estación. Su velocidad está dada por $v = \frac{ds}{dt} = 30 - at$, donde a es una constante.
- (i) Halle el tiempo que le lleva detenerse en función de a .
- (ii) Utilice sus soluciones de las partes (a) y (c)(i) para hallar el valor de a .

Mayo 03
P2#4

Un aeroplano aterriza en una pista. Su velocidad ms^{-1} en el instante t segundos después de aterrizar está dada por la ecuación $v = 50 + 50e^{-0.5t}$, donde $0 \leq t \leq 4$.

- (a) Halle la velocidad del aeroplano
- (i) al aterrizar;
- (ii) cuando $t = 4$.
- (b) Escriba una integral que represente la distancia recorrida en los primeros cuatro segundos.
- (c) Calcule la distancia recorrida en los primeros cuatro segundos.

Pasados cuatro segundos, el aeroplano disminuye su velocidad con una aceleración negativa **constante** y queda en reposo cuando $t = 11$.

- (d) **Trace** una gráfica de la velocidad en función del tiempo para $0 \leq t \leq 11$. Rotule claramente los ejes y marque en la gráfica el punto para el cual $t = 4$.
- (e) Halle la aceleración negativa constante a la cual el aeroplano disminuye su velocidad entre $t = 4$ y $t = 11$.
- (f) Calcule la distancia recorrida por el aeroplano entre $t = 4$ y $t = 11$.

Mayo 04
TZ1
P1#10

A car starts by moving from a fixed point A. Its velocity, $v \text{ ms}^{-1}$ after t seconds is given by $v = 4t + 5 - 5e^{-t}$. Let d be the displacement from A when $t = 4$.

- (a) Write down an integral which represents d .
- (b) Calculate the value of d .

Mayo 04
TZ2
P1#7

El desplazamiento, s metros, de un coche a los t segundos, respecto a un punto fijo A, viene dado por $s = 4t + 5 - 5e^{-t}$.

- (a) Halle una expresión para la velocidad (en ms^{-1}) a los t segundos.
- (b) Halle la aceleración (en ms^{-2}) en A.

Nov 04
P1#9

El desplazamiento s metros de un coche, t segundos después de pasar por un punto fijo A, viene dado por

$$s = 10t - 0,5t^2.$$

- (a) Calcule la velocidad cuando $t = 0$.
- (b) Calcule el valor de t cuando la velocidad es cero.
- (c) Calcule el desplazamiento del coche respecto a A cuando la velocidad es cero.

Nov 05
P2#5i

(i) Una partícula se mueve con una velocidad de $v \text{ ms}^{-1}$ dada por $v = 25 - 4t^2$ siendo $t \geq 0$.

- (a) El desplazamiento, s metros, es 10 cuando t es 3. Halle una expresión para s en términos de t .
- (b) Halle t cuando s alcanza su valor máximo.
- (c) La partícula tiene un desplazamiento positivo para $m \leq t \leq n$. Halle el valor de m y el valor de n .

Mayo 06
TZ1
P1#12

The velocity, $v \text{ ms}^{-1}$, of a moving object at time t seconds is given by $v = 4t^3 - 2t$. When $t = 2$, the displacement, s , of the object is 8 metres.

Find an expression for s in terms of t .

Mayo 06
TZ2
P1#14

El desplazamiento s metros en un tiempo t segundos está dado por

$$s = 5 \cos 3t + t^2 + 10, \text{ para } t \geq 0.$$

- (a) Escriba el valor mínimo de s .
- (b) Halle la aceleración, a , en el tiempo t .
- (c) Halle el valor de t cuando el valor **máximo** de a ocurre por primera vez.

Muestra
06/08
P1#7

The velocity $v \text{ ms}^{-1}$ of a moving body at time t seconds is given by $v = 50 - 10t$.

- (a) Find its acceleration in ms^{-2} .
- (b) The initial displacement s is 40 metres. Find an expression for s in terms of t .

Nov 06
P1#10

La velocidad v en m s^{-1} de un cuerpo en movimiento en el instante t en segundos viene dada por la expresión $v = c^{2t-1}$.

Cuando $t = 0,5$, el desplazamiento del cuerpo es igual a 10 m. Halle el valor del desplazamiento para $t = 1$.

May 07
TZ2
P1#9

La velocidad, v , en ms^{-1} , de una partícula que se mueve en línea recta viene dada por $v = e^{3t-2}$, donde t representa el tiempo en segundos.

- (a) Halle la aceleración de la partícula para $t = 1$.
- (b) ¿Para qué valor de t la partícula tendrá una velocidad de $22,3 \text{ ms}^{-1}$?
- (c) Halle la distancia recorrida durante el primer segundo.

Mayo 07
TZ1
P1#9

The velocity v of a particle at time t is given by $v = e^{-2t} + 12t$. The displacement of the particle at time t is s . Given that $s = 2$ when $t = 0$, express s in terms of t .

Mayo 08
TZ1
P1#6

A particle moves along a straight line so that its velocity, $v \text{ ms}^{-1}$ at time t seconds is given by $v = 6e^{3t} + 4$. When $t = 0$, the displacement, s , of the particle is 7 metres. Find an expression for s in terms of t .

Mayo 09
TZ2
P1#11

La velocidad $v \text{ ms}^{-1}$ de un cuerpo en movimiento viene dada por $v = 40 - at$, donde a es una constante no nula.

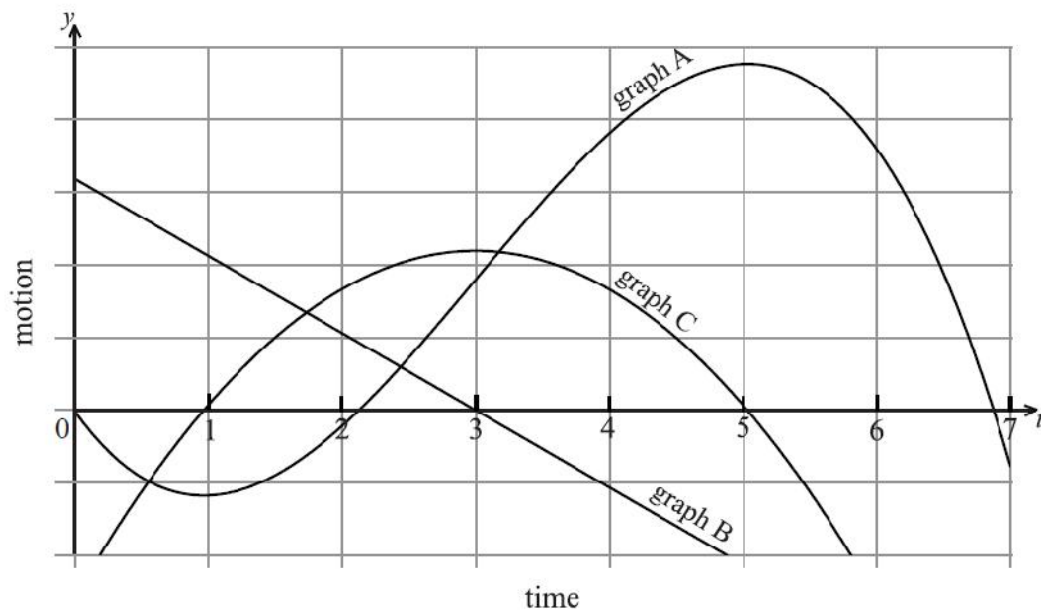
- (a) (i) Si $s = 100$ para $t = 0$, halle una expresión para s en función de a y t .
- (ii) Si $s = 0$ para $t = 0$, escriba una expresión para s en función de a y t .

Al acercarse a determinada estación, los trenes empiezan a frenar cuando pasan por un punto P. Cuando un tren está frenando, su velocidad viene dada por $v = 40 - at$, donde $t = 0$ en el punto P. La estación se encuentra a 500 m de P.

- (b) Un tren M frena de forma tal que se detiene en la estación.
 - (i) Halle el tiempo que tarda el tren M en detenerse, dando la respuesta en función de a .
 - (ii) A partir de lo anterior, compruebe que $a = \frac{8}{5}$.
- (c) Para otro tren, N, el valor de a es igual a 4.
Compruebe que este tren se detendrá **antes** de llegar a la estación.

Mayo 09
TZ1
P1#4

The following diagram shows the graphs of the **displacement**, **velocity** and **acceleration** of a moving object as functions of time, t .



- (a) Complete the following table by noting which graph A, B or C corresponds to each function.

Function	Graph
displacement	
acceleration	

- (b) Write down the value of t when the velocity is greatest.

Nov 08
P1#9

La aceleración, a en ms^{-2} de una partícula en el instante t en segundos viene dada por la expresión $a = 2t + \cos t$.

- (a) Halle la aceleración de la partícula cuando $t = 0$.
- (b) Halle la velocidad, v , en el instante t , sabiendo que la velocidad inicial de la partícula es 2 ms^{-1} .
- (c) Halle $\int_0^3 v dt$, expresando la respuesta en la forma $p - q \cos 3$.
- (d) ¿Qué información proporciona la respuesta del apartado (c) acerca del movimiento de la partícula?

Mayo 10
TZ1
P2#6

The acceleration, $a \text{ ms}^{-2}$, of a particle at time t seconds is given by

$$a = \frac{1}{t} + 3 \sin 2t, \text{ for } t \geq 1.$$

The particle is at rest when $t = 1$.

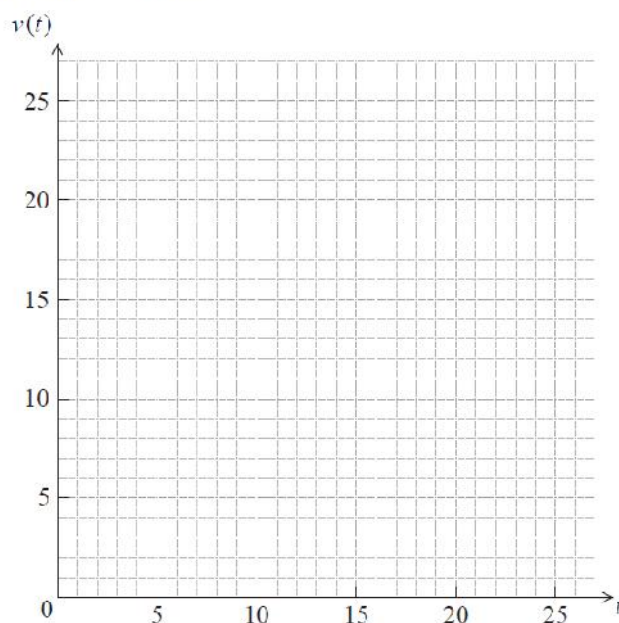
Find the velocity of the particle when $t = 5$.

Nov 10
P2#2

La velocidad, $v \text{ ms}^{-1}$, de un objeto en el instante t segundos viene dada por

$$v(t) = 15\sqrt{t} - 3t, \text{ para } 0 \leq t \leq 25.$$

- (a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente la gráfica de v , e indique claramente el punto máximo.



Sea d la distancia recorrida en los primeros nueve segundos.

- (b) (i) Escriba una expresión para d .
(ii) A partir de lo anterior, escriba el valor de d .

Mayo 11
TZ1
P1#10

The velocity $v \text{ ms}^{-1}$ of a particle at time t seconds, is given by $v = 2t + \cos 2t$, for $0 \leq t \leq 2$.

- (a) Write down the velocity of the particle when $t = 0$.

When $t = k$, the acceleration is zero.

- (b) (i) Show that $k = \frac{\pi}{4}$.
(ii) Find the exact velocity when $t = \frac{\pi}{4}$.
(c) When $t < \frac{\pi}{4}$, $\frac{dv}{dt} > 0$ and when $t > \frac{\pi}{4}$, $\frac{dv}{dt} < 0$.

Sketch a graph of v against t .

- (d) Let d be the distance travelled by the particle for $0 \leq t \leq 1$.

- (i) Write down an expression for d .
(ii) Represent d on your sketch.

Mayo 11
TZ2
P1#9(d)

Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta, de forma que su velocidad $v \text{ ms}^{-1}$, en el instante t segundos, viene dada por la expresión $v = 240 + 20t - 10t^2$, para $0 \leq t \leq 6$.

(d) (i) Halle el valor de t en el cual velocidad de la partícula es máxima.

(ii) Halle la aceleración de la partícula cuando su velocidad es igual a cero.

Nov 11
P2#7

Sea $f(t) = 2t^2 + 7$, donde $t > 0$. La función v se obtiene transformando la gráfica de f mediante

un estiramiento de razón $\frac{1}{3}$ paralelo al eje y ,
seguido de una traslación por medio del vector $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) Halle $v(t)$ y exprese la respuesta de la forma $a(t-b)^2 + c$.

(b) Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta, de tal forma que su velocidad en ms^{-1} , en el instante t segundos, viene dada por v . Halle la distancia que recorre la partícula entre $t = 5,0$ y $t = 6,8$.

Mayo 12
TZ1
P1#10

The displacement of an object from a fixed point, O is given by $s(t) = t - \sin 2t$ for $0 \leq t \leq \pi$.

(a) Find $s'(t)$.

In this interval, there are only two values of t for which the object is not moving.

One value is $t = \frac{\pi}{6}$.

(b) Find the other value.

(c) Show that $s'(t) > 0$ between these two values of t .

(d) Find the distance travelled between these two values of t .

Mayo 12
TZ2
P2#5

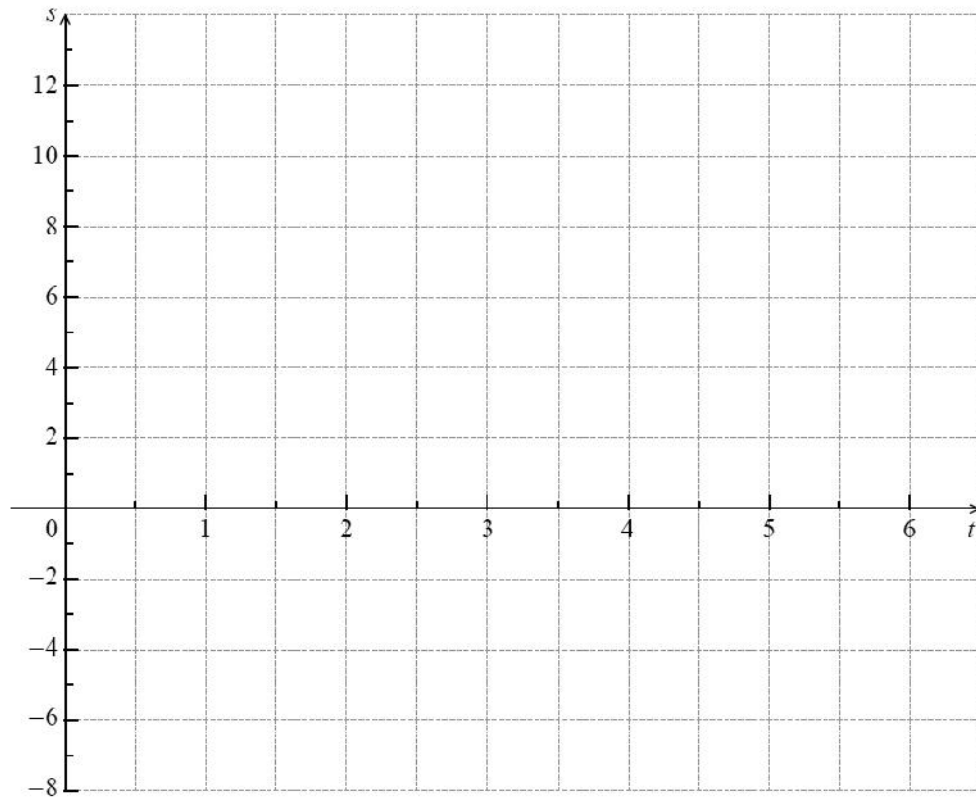
Una partícula se mueve en línea recta a una velocidad $v = 12t - 2t^3 - 1$, para $t \geq 0$, donde v viene dada en centímetros por segundo y t en segundos.

(a) Halle la aceleración de la partícula al cabo de 2,7 segundos.

(b) Halle el desplazamiento de la partícula al cabo de 1,3 segundos.

Nov 12 El desplazamiento, en metros, de una partícula viene dado por $s(t) = 2t \cos t$,
P2#7 para $0 \leq t \leq 6$, donde t es el tiempo en segundos.

- (a) En la cuadrícula que aparece a continuación, dibuje aproximadamente la gráfica de s .



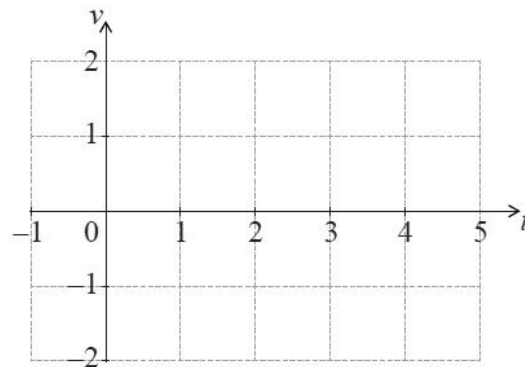
- b) Halle la velocidad máxima de la partícula.

Mayo 13 Un cohete que se mueve en línea recta va a una velocidad de $v \text{ km s}^{-1}$ y su
TZ2 desplazamiento en el instante t segundos es igual a $s \text{ km}$. La velocidad v viene dada
P1#6 por $v(t) = 6e^{2t} + t$. Cuando $t = 0$, $s = 10$. Halle una expresión para el desplazamiento del cohete en función de t .

Mayo 13 The velocity of a particle in ms^{-1} is given by $v = e^{\sin t} - 1$, for $0 \leq t \leq 5$.
TZ1

P2#5

- (a) On the grid below, sketch the graph of v .

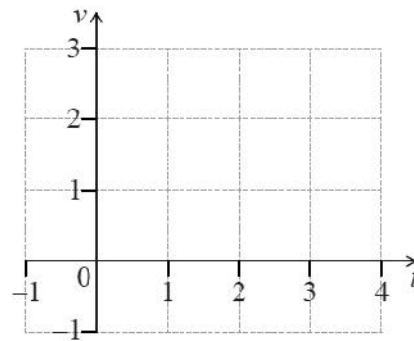


- (b) (i) Write down the positive t -intercept.
(ii) Find the total distance travelled by the particle in the first five seconds.

Nov 13
P2#5

Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta, de modo tal que su velocidad v , en ms^{-1} , viene dada por $v(t) = 10te^{-1.7t}$, para $t \geq 0$.

- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de v en la siguiente cuadrícula, para $0 \leq t \leq 4$.

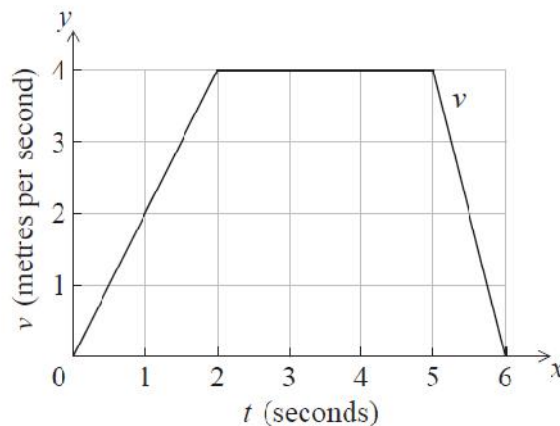


- (b) Halle la distancia que recorre la partícula en los primeros tres segundos.

- (c) Halle la velocidad de la partícula cuando su aceleración es igual a cero.

Muestra
14
P1#3

A toy car travels with velocity $v \text{ ms}^{-1}$ for six seconds. This is shown in the graph below.



- (a) Write down the car's velocity at $t = 3$.

- (b) Find the car's acceleration at $t = 1.5$.

- (c) Find the total distance travelled.

Mayo 14
TZ1
P2#6

Ramiro and Lautaro are travelling from Buenos Aires to El Moro.

Ramiro travels in a vehicle whose velocity in ms^{-1} is given by $V_R = 40 - t^2$, where t is in seconds.

Lautaro travels in a vehicle whose displacement from Buenos Aires in metres is given by $S_L = 2t^2 + 60$.

When $t = 0$, both vehicles are at the same point.

Find Ramiro's displacement from Buenos Aires when $t = 10$.

Mayo 14
TZ2
P2#9

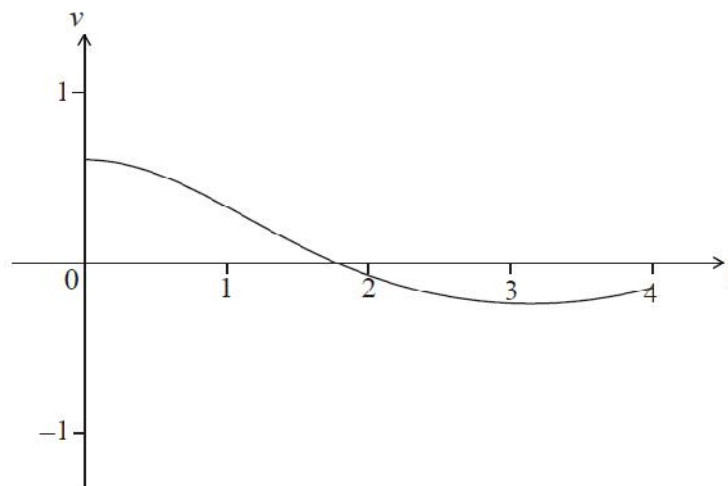
Una partícula se mueve en línea recta. Su velocidad, $v \text{ ms}^{-1}$, en el instante t segundos, viene dada por

$$v = (t^2 - 4)^3, \text{ para } 0 \leq t \leq 3.$$

- Halle la velocidad de la partícula para $t = 1$.
- Halle el valor de t en el que la partícula se encuentra en reposo.
- Halle la distancia total que recorre la partícula en los primeros tres segundos.
- Muestre que la aceleración de la partícula viene dada por $a = 6t(t^2 - 4)^2$.
- Halle todos los posibles valores de t para los cuales la velocidad y la aceleración son ambas positivas o ambas negativas.

Nov 14
P2#7

Una partícula parte del punto A y se mueve a lo largo de una línea recta. Su velocidad, $v \text{ ms}^{-1}$, al cabo de t segundos viene dada por $v(t) = \frac{1}{2} \cos t - 1$, para $0 \leq t \leq 4$. La partícula está en reposo cuando $t = \frac{\pi}{2}$. La siguiente figura muestra el gráfico de v .



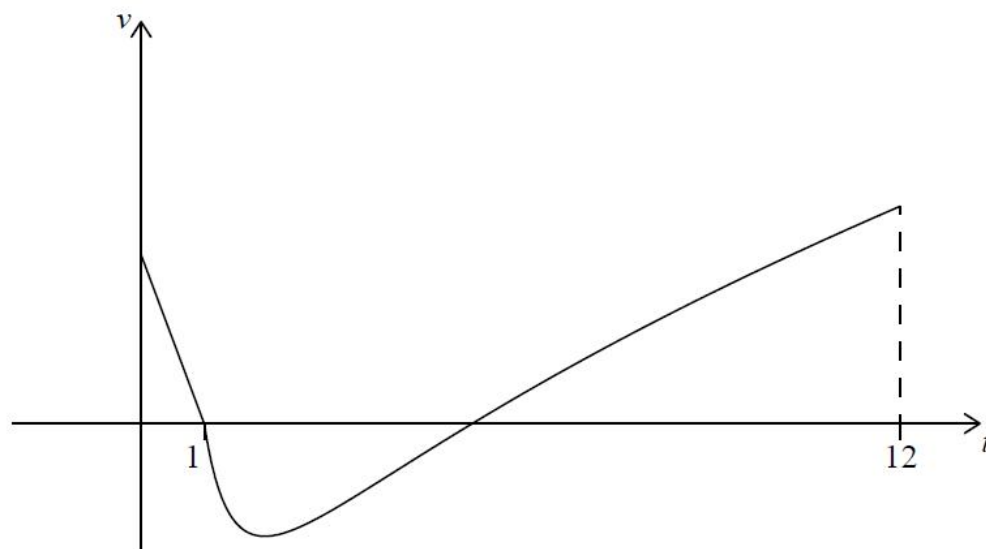
- Halle la distancia que recorre la partícula para $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
- Explique por qué la partícula vuelve a pasar por A.

Nov 16
P2#9

A particle P starts from a point A and moves along a horizontal straight line. Its velocity $v \text{ cm s}^{-1}$ after t seconds is given by

$$v(t) = \begin{cases} -2t + 2, & \text{for } 0 \leq t \leq 1 \\ 3\sqrt{t} + \frac{4}{t^2} - 7, & \text{for } 1 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

The following diagram shows the graph of v .



(a) Find the initial velocity of P.

P is at rest when $t = 1$ and $t = p$.

(b) Find the value of p .

When $t = q$, the acceleration of P is zero.

(c) (i) Find the value of q .

(ii) Hence, find the **speed** of P when $t = q$.

(d) (i) Find the total distance travelled by P between $t = 1$ and $t = p$.

(ii) Hence or otherwise, find the displacement of P from A when $t = p$.