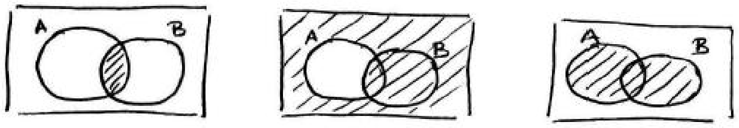
PROBLEMAS RESUELTOS DE PROBABILIDAD

1. Sean *A* y *B* subconjuntos del conjunto *U* y sea $C = A \cap B$ $D = \overline{A} \cup B$ y $E = A \cup B$.
a) Dibuje diagramas de Venn separados para representar los conjuntos *C*, *D* y *E*.
b) Utilizando las leyes de De Morgan, compruebe que $A = \overline{D} \cup C$
c) Demuestre que $B = D \cap E$

a)



$C = A \cap B$ $D = \overline{A} \cup B$ $E = A \cup B$

b) $\overline{D} \cup C = \overline{\overline{A} \cup B} \cup (A \cap B) = (\overline{\overline{A}} \cap \overline{B}) \cup (A \cap B) = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B) = A \cap (\overline{B} \cup B) = A \cap E = A$ ✓

c) $D \cap E = (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup B) = (\overline{A} \cap A) \cup B = \emptyset \cup B = B$ ✓

2. Sea la experiencia aleatoria consistente en extraer al azar una carta de una baraja española. Sean los siguientes sucesos: A = "la carta extraída es de copas" B = "la carta extraída es un cinco". Enuncia en correcto castellano los siguientes sucesos añadiendo entre paréntesis cuántas cartas de la baraja lo verifican: A ∪ B, A ∩ B, $\overline{A} \cup \overline{B}$ y $\overline{A} \cap B$

"$A \cup B$" = "Extraer una carta de copas o un cinco" (13 cartas)
$A \cap B$ = " " el cinco de copas" (1 carta)
$\overline{A} \cup \overline{B}$ = " " una carta que, o no es de copas o no es un cinco" (39 cartas)
$\overline{A} \cap B$ = " " un cinco que no sea de copas" (3 cartas)

3. Queremos estudiar la experiencia aleatoria consistente en lanzar dos dados normales y apuntar la resta entre el mayor y el menor de los dos números obtenidos.
a) Describe el espacio muestral.
b) Calcula la probabilidad de todos los sucesos elementales

$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

X	0	1	2	3	4	5
p	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

Resta	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

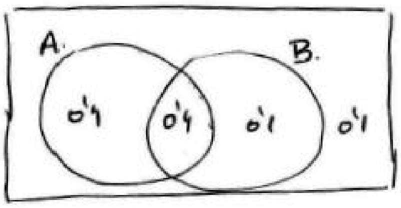
4. Sean A y B dos sucesos independientes en probabilidad de un espacio probabilístico, tales que P(A) = 0,8 y P(B) = 0,5 Calcula la probabilidad de que:
a) alguno de los sucesos no se produzca
b) ocurra A y no ocurra B
c) sólo uno de los sucesos se produzca

A, B independientes $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0'8 \cdot 0'5 = 0'4$

a) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0'6$

c) $P[(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})] = 0'5$

b) $P[A \cap \overline{B}] = 0'4$



5. Sean A y B son dos sucesos con P(A) = 0,4 P(B) = 0,3 y P(A∪B) = 0,6. Halla: P(A∩B), P(A/B), $P(A\cup\overline{B})$, $P(\overline{A}\cap B)$, $P(\overline{A}/B)$ y $P(B/\overline{A})$ ¿Son A y B dos sucesos independientes? ¿y mutuamente excluyentes?

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$0'6 = 0'4 + 0'3 - P(A\cap B)$

$P(A\cap B) = 0'1$

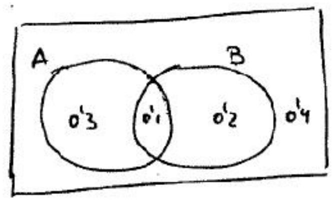
$P(A/B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{0'1}{0'3} = \dfrac{1}{3}$

$P(A\cup\overline{B}) = 0'3+0'1+0'4 = 0'8$

$P(\overline{A}\cap B) = 0'2$

$P(\overline{A}/B) = \dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)} = \dfrac{0'2}{0'3} = \dfrac{2}{3}$

$P(B/\overline{A}) = \dfrac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{0'2}{0'6} = \dfrac{1}{3}$

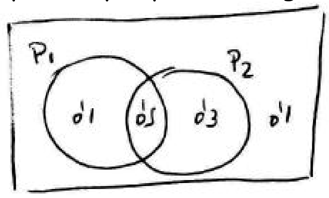


$P(A\cap B) = 0'1$
$P(A)\cdot P(B) = 0'4\cdot 0'3 = 0'12$ Son distintos, por lo que A, B no son independientes

$P(A\cap B)\neq 0 \Rightarrow$ A, B no son mutuamente excluyentes

6. Un estudiante hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es 0,6, la probabilidad de que pase la segunda prueba es 0,8 y la de que pase ambas es 0,5.
a) ¿son las pruebas sucesos independientes?
b) Calcula la probabilidad de que pase al menos una prueba
c) Calcula la probabilidad de no pasar la primera prueba y superar la segunda

$P(\text{Al menos una prueba}) = 0'1+0'5+0'3 = 0'9$



P_1: Pasar la 1ª prueba
P_2: " " 2ª "

$P(P_1)\cdot P(P_2) = 0'6\cdot 0'8 = 0'48$
$P(P_1\cap P_2) = 0'5$ $\Rightarrow P_1, P_2$ no son independientes

$P(P_2/\overline{P}_1) = \dfrac{P(P_2\cap\overline{P}_1)}{P(\overline{P}_1)} = \dfrac{0'3}{1-0'6} = \dfrac{3}{4}$

7. En un estudio sobre 200 personas, 90 de las cuales son mujeres, se halló que 60 personas están desocupadas, incluyendo 20 hombres.
a) Construye una tabla de contingencia de doble entrada que muestre el número de personas por sexo y ocupación.
Eligiendo al azar una persona halle la probabilidad de:
b) que sea una mujer desocupada
c) que sea una persona ocupada o sea hombre

$P(H/O) = \dfrac{P(H\cap O)}{P(O)} = \dfrac{90/200}{140/200} = \boxed{\dfrac{9}{14}}$

$P(M\cap\overline{O}) = \dfrac{40}{200} = \dfrac{1}{5}$

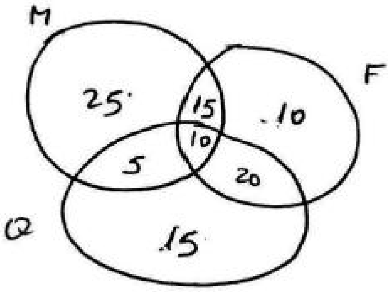
	O	$\overline{O}$	
H	90	20	110
M	50	40	90
	140	60	200

8. En un departamento universitario, todos los alumnos estudian al menos una de estas asignaturas: matemáticas, física, química. El porcentaje de estudiantes que estudian diversas combinaciones de estas asignaturas es el siguiente:

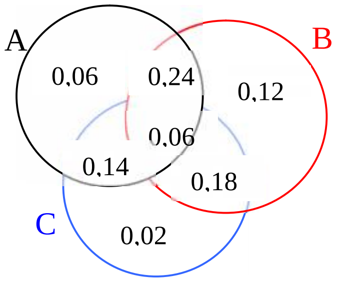
matemáticas, física, química	10%
al menos matemáticas y física	25%
al menos matemáticas y química	15%
al menos física y química	30%
al menos matemáticas	55%
al menos física	55%
al menos química	50%

Dibuja un diagrama de Venn para hallar el porcentaje de que estudien sólo matemáticas.

$P(M \cap \bar{F} \cap \bar{Q}) = 25\%$



9. Sean A, B y C tres sucesos compatibles cuyas probabilidades y las de sus intersecciones son las que muestra el dibujo.



Demuestra que los sucesos son independientes dos a dos pero no los tres a la vez.

$P(A) = 0'06 + 0'24 + 0'06 + 0'14 = 0'50$

$P(B) = 0'12 + 0'24 + 0'06 + 0'18 = 0'60$

$P(C) = 0'02 + 0'14 + 0'06 + 0'18 = 0'40$

$P(A \cap B) = 0'24 + 0'06 = 0'30$

$P(A \cap C) = 0'14 + 0'06 = 0'20$

$P(B \cap C) = 0'18 + 0'06 = 0'24$

$P(A \cap B \cap C) = 0'06$

$P(A) \cdot P(B) = 0'5 \cdot 0'6 = 0'30 = P(A \cap B) \Rightarrow$ A, B independientes

$P(A) \cdot P(C) = 0'5 \cdot 0'4 = 0'20 = P(A \cap C) \Rightarrow$ A, C "

$P(B) \cdot P(C) = 0'6 \cdot 0'4 = 0'24 = P(B \cap C) \Rightarrow$ B, C "

$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0'12 \neq P(A \cap B \cap C) \Rightarrow$ A, B, C no son independientes

10. De 50 coches que hay en un taller, 10 son negros y 6 son diesel. Dos de ellos son a la vez negros y diesel, Si se elige al azar un coche del taller, calcula la probabilidad de que:

a) no sea ni de color negro ni diesel

b) no sea diesel suponiendo que es negro

$P(\bar{N} \cap \bar{G}) = \dfrac{36}{50} = \dfrac{18}{25}$

$P(\bar{G}/\bar{N}) = \dfrac{P(\bar{G} \cap \bar{N})}{P(\bar{N})} = \dfrac{36/50}{40/50} = \dfrac{36}{40} = \dfrac{9}{10}$

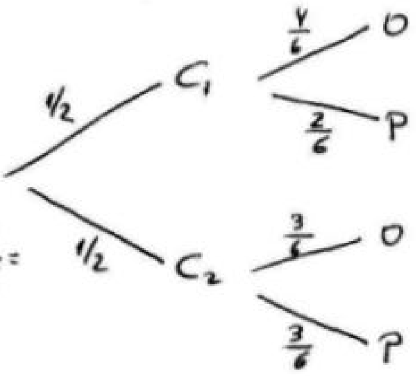
	G	$\bar{G}$	
N	2	8	10
$\bar{N}$	4	36	40
	6	44	50

11. Un armario tiene dos cajones. El cajón nº 1 contiene 4 monedas de oro y 2 de plata. El cajón nº 2 contiene 3 monedas de oro y 3 de plata. Se abre un cajón al azar y se extrae una moneda. Calcula la probabilidad de que:

a) se haya abierto el cajón nº 2 y se haya extraído una moneda de oro

b) se haya abierto el cajón nº 2 si se ha extraído una moneda de oro

c) se haya abierto el cajón nº 2 o se haya extraído una moneda de oro



$$P(C_2 \cup O) = P(C_2) + P(O) - P(C_2 \cap O) =$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{6} + \cancel{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}} - \cancel{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}} =$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{4}{12} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

$$P(C_2 \cap O) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$P(C_2/O) = \frac{P(C_2 \cap O)}{P(O)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{6} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{6}} = \frac{3/12}{7/12} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

12. Se ha realizado una pequeña encuesta a un grupo de estudiantes de informática. Entre sus conclusiones está que un 40% ha recibido ya algún cursillo de informática. Además son un 8% los que han recibido algún cursillo y tienen ordenador en casa. Por otra parte de los que tienen un ordenador en casa hay un 20% que han recibido algún cursillo de informática. Calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar:

a) tenga ordenador en casa

b) haya recibido algún cursillo de informática y tenga ordenador en casa

c) haya recibido algún cursillo de informática o tenga ordenador en casa

$$P(C/O) = 20\% = 0'2$$
$$P(C/O) = \frac{P(C \cap O)}{P(O)}$$
$$0'2 = \frac{0'08}{P(O)}$$
$$P(O) = \frac{0'08}{0'2} = \frac{8}{20} = \boxed{0'4} = 40\%$$

	C	$\overline{C}$	
O	8	32	40
$\overline{O}$	32	28	60
	40	60	$\boxed{100}$

$$P(C \cap O) = \boxed{8\%}$$

$$P(\overline{C}/\overline{O}) = \frac{P(\overline{C} \cap \overline{O})}{P(\overline{O})} = \frac{28/100}{32/100} = \frac{28}{32} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

13. De una baraja española se toman 10 cartas de oros. ¿Cuál es la probabilidad de que al extender estas 10 cartas en una fila resulten el rey y caballo juntos?

$$P = 9\cdot 2\cdot \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{8}{8}\cdot\frac{7}{7}\cdot\frac{6}{6}\cdot\frac{5}{5}\cdot\frac{4}{4}\cdot\frac{3}{3}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{1} = \boxed{0'2}$$

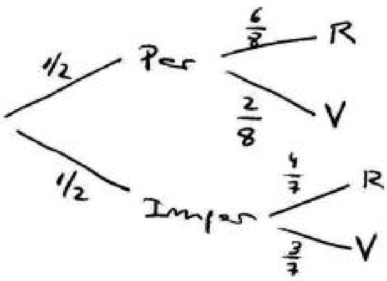
14. La caja A contiene 6 bolas rojas y 2 bolas verdes. La caja B contiene 4 bolas rojas y 3 bolas verdes. Se tira un dado, perfectamente equilibrado, cuyos lados presentan los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Si se obtiene un número par, se selecciona una bola de la caja A; si se obtiene un número impar, se selecciona una bola de la caja B.

a) Calcule la probabilidad de que la bola seleccionada sea roja.

b) Si la bola seleccionada es roja, calcule la probabilidad de que proceda de la caja B.

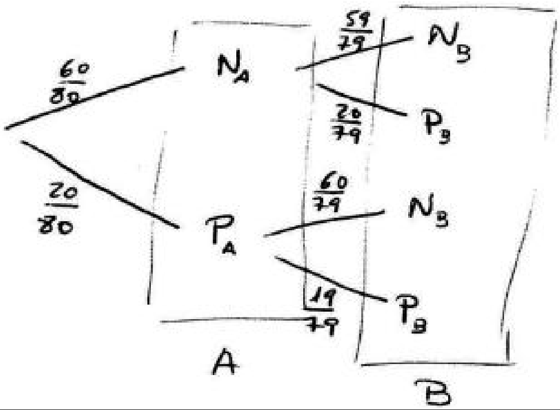
$$P(R)=\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}=\frac{3}{4}+\frac{2}{7}=\boxed{\frac{29}{28}}$$

$$P(B/R)=\frac{P(B\cap R)}{P(R)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}}{29/28}=\boxed{\frac{8}{29}}$$



15. En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar. a) ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?

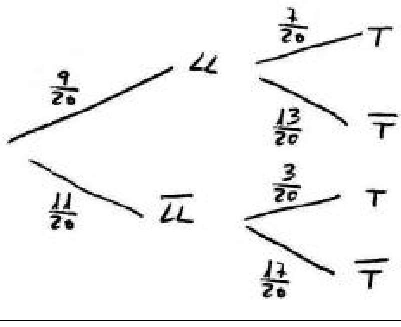
$$P(N_B)=\frac{60}{80}\cdot\frac{59}{79}+\frac{20}{80}\cdot\frac{60}{79}=\frac{60}{80}=\boxed{\frac{3}{4}}$$



16. Jenny va al colegio en autobús todos los días. Cuando no llueve, la probabilidad de que el autobús llegue con retraso es igual a 3/20. Cuando llueve, la probabilidad de que el autobús llegue con retraso es igual a 7/20. La probabilidad de que llueva en un día dado es igual a 9/20. Un día determinado, el autobús llega con retraso. Halle la probabilidad de que ese día no esté lloviendo.

$$P(\overline{LL}/T)=\frac{P(\overline{LL}\cap T)}{P(T)}=$$

$$=\frac{\frac{11}{20}\cdot\frac{3}{20}}{\frac{9}{20}\cdot\frac{7}{20}+\frac{11}{20}\cdot\frac{3}{20}}=\frac{33}{96}=\boxed{\frac{11}{32}}$$



17. Un ordenador escribe tres cifras elegidas al azar de 0 a 9 ambas incluidas.

a) Calcula la probabilidad de no tener tres cifras iguales

b) Calcula la probabilidad de que la tercera cifra sea distinta de las dos primeras

a) $P=\frac{10}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{8}{10}=\boxed{\frac{18}{25}}$

b) $P=\frac{10}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{8}{10}+\frac{10}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}=\boxed{\frac{81}{100}}$

18. Un inspector debe comprobar el buen estado de las bombillas hechas en una fábrica. De cada caja que contiene 20 bombillas extrae al azar 4 bombillas. Si las cuatro están en buen estado se acepta toda la caja, si fallase al menos una se probarían todas las bombillas restantes de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que se acepte una caja que sabemos contiene 7 bombillas en mal estado?

$$P = \frac{13}{20}\cdot\frac{12}{19}\cdot\frac{11}{18}\cdot\frac{10}{17} = \frac{143}{969} = \boxed{0'15}$$

19. Lanzamos un dado normal cinco veces. Calcula la probabilidad de obtener:

a) exactamente dos seises
b) como mínimo un seis
c) cinco números distintos
d) dos seises y tres cincos en cualquier orden
e) dos seises dos cincos y un cuatro en cualquier orden

$$P(\text{dos seises}) = \binom{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0'0268$$

$$P(\text{mínimo un seis}) = 1 - P(\text{ningún seis}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 = 0'6651$$

$$P(\text{dos seises y 3 cincos}) = \frac{5!}{2!\,3!}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^3 = 0'0002$$

$$P(\text{cinco nº distintos}) = \frac{6}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{6!}{6^6} = 0'0154$$

$$P(\text{dos seises, dos cincos y un cuatro}) = \frac{5!}{2!\,2!}\quad\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = 0'0006$$

20. Extraemos dos cartas de una baraja de póker de 52 cartas. Calcula la probabilidad de:

a) obtener dos ases
b) que una de las cartas sea el as de tréboles
c) que ninguna de las dos cartas sea un as ni un trébol
d) que al menos una de las dos cartas sea un as o un trébol
e) que una de las cartas sea el as de tréboles supuesto que al menos una de las cartas sea un trébol

$$P(\text{dos ases}) = \frac{4}{52}\cdot\frac{3}{51} = \boxed{\frac{1}{221}}$$

$$P(\text{una carta sea el as de tréboles}) = 2\cdot\frac{1}{52}\cdot\frac{51}{51} = \boxed{\frac{1}{26}}$$

$$P(\text{ningún as y ningún trébol}) = \frac{36}{52}\cdot\frac{35}{51} = \boxed{\frac{12}{17}}$$

$$P(\text{al menos un as o algún trébol}) = 1 - P(\text{ningún as y ningún trébol}) = 1 - \frac{12}{17} = \boxed{\frac{5}{17}}$$

$$P(\text{as trébol / al menos un trébol}) = \frac{P(\text{as trébol} \cap \text{al menos un trébol})}{P(\text{al menos un trébol})} =$$

$$= \frac{P(\text{as trébol})}{1 - P(\text{ningún trébol})} = \frac{2\cdot\frac{1}{52}\cdot\frac{51}{51}}{1 - \frac{39}{52}\cdot\frac{38}{51}} = \boxed{\frac{17}{195}}$$

21. a) Lanzamos cuatro veces una moneda equilibrada. ¿Qué probabilidad hay de que en la última tirada salga cara por segunda vez?
b) Lanzamos cuarenta veces una moneda equilibrada. ¿Qué probabilidad hay de que en la última tirada salga cara por quinta vez?

$$P = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3 = \boxed{\frac{3}{16}}$$

C + + C
\+ C + C
\+ + + C

22. Una familia de funciones está dada por: $f(x) = x^2 + 3x + k$, donde $k \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Se elige una de estas funciones de forma aleatoria. Calcule la probabilidad de de que la curva de esta función corte al eje de las x.

$f(x) = x^2 + 3x + k$

$y = 0 \rightarrow x^2 + 3x + k = 0$; $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4k}}{2} \rightarrow 9 - 4k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{9}{4} = 2'25$

En consecuencia : Si $k = 1$ ó $k = 2 \rightarrow$ cortará al eje X

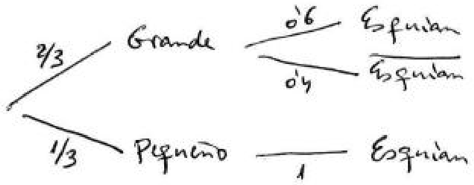
Si $k = 3, 4, 5, 6$ ó $7 \rightarrow$ no cortará al eje X

P(cortar al eje X) = $\boxed{\frac{2}{7}}$

23. En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con dos autobuses, uno grande y otro pequeño. Las dos terceras partes de los alumnos apuntados a la excursión irán en el autobús grande y el resto, en el pequeño. Se sabe que todos los alumnos que viajarán en el autobús pequeño saben esquiar y el 40% de los que lo harán en el otro autobús no saben esquiar.

a) Calcula la probabilidad de que un alumno de la excursión elegido al azar sepa esquiar.

b) ¿Qué probabilidad tiene el chico del colegio que acaba de descender la ladera esquiando, de haber viajado en el autobús pequeño?



a) P(Esquiar) = $\frac{2}{3} \cdot 0'6 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{11}{15} = \boxed{0'7\overline{3}}$

b) P(Autobus pequeño / Esquía) = $\frac{P(\text{Autobus pequeño} \cap \text{Esquía})}{P(\text{Esquiar})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1}{\frac{11}{15}} = \boxed{\frac{5}{11}} = 0'4545$

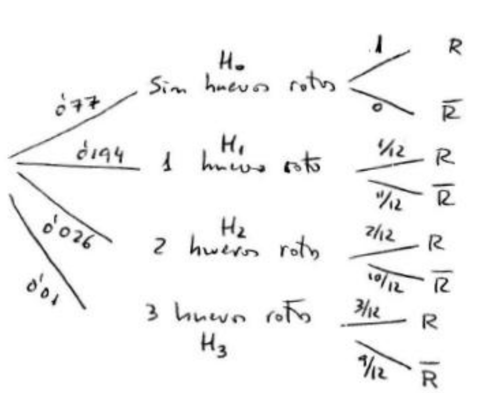
24. Los huevos de una granja se colocan en cajas de doce. Los controles de determinado establecimiento indican que el 77% de las cajas no contienen huevos rotos, el 19,4% contiene un huevo roto, el 2,6% contiene dos huevos rotos y el 1% contiene tres huevos rotos. La probabilidad de que haya más de tres huevos rotos es cero.

Se elige al azar un huevo de una caja y se encuentra que está roto. ¿Cuál es la probabilidad de que sea el único huevo roto de la caja?

$P(H_1/R) = \frac{P(H_1 \cap R)}{P(R)} =$

$= \frac{0'194 \cdot \frac{1}{12}}{0'77 \cdot 0 + 0'194 \cdot \frac{1}{12} + 0'026 \cdot \frac{10}{12} + 0'01 \cdot \frac{9}{12}} =$

$= \boxed{0'7029}$



R = Extraer un huevo roto

25. Tenemos en una bolsa 2 bolas rojas, 3 blancas y 5 azules. Extraemos al azar 5 bolas devolviendo cada una a la bolsa antes de sacar la siguiente. Calcula la probabilidad de:
a) todas las bolas sean azules
b) al menos una bola sea azul

a) $P = \left(\frac{5}{10}\right)^5 = \boxed{\frac{1}{32}}$

b) $P(\text{al menos una azul}) = 1 - P(\text{todas azules}) = \boxed{\frac{31}{32}}$

26. ¿Cuántas veces hay que lanzar un par de dados para que la probabilidad de obtener al menos un doble, es decir, el mismo número en ambos dados, sea mayor que el de no obtenerlo?

$P(\text{al menos un doble en } n \text{ tiradas}) > P(\text{ningún doble en } n \text{ tiradas})$

$1 - P(\text{ningún doble}) > P(\text{ningún doble})$

$P(\text{ningún doble}) < \frac{1}{2}$

$\left(\frac{30}{36}\right)^n < \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{30}{36} = 0'8\widehat{3}\ ,\ \left(\frac{30}{36}\right)^2 = 0'69\widehat{4}\ ,\ \left(\frac{30}{36}\right)^3 = 0'579 \quad \left(\frac{30}{36}\right)^4 = 0'4823$

Hay que tirar $\boxed{4 \text{ veces}}$ los dos dados

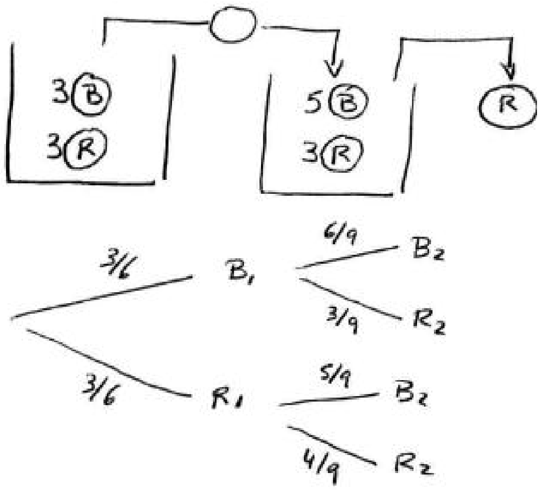
También:

$\left(\frac{30}{36}\right)^n < \frac{1}{2}\ ;\quad \ln\left(\frac{30}{36}\right)^n < \ln\frac{1}{2}\ ;\quad n\cdot\ln\frac{30}{36} < \ln 1/2$

$n\cdot(-0'1823) < -0'6931$

$n > \frac{-0'6931}{-0'1823} = 3'8 \Rightarrow \boxed{n = 4}$

27. Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición:
Urna A: 3 blancas y 3 rojas Urna B: 5 blancas y 3 rojas.
Sin mirar su color, trasladamos una bola de la urna A a la urna B y a continuación extraemos una bola de la urna B que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola trasladada haya sido también roja?



$P(R_1/R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_2)} =$

$= \frac{\frac{3}{6}\cdot\frac{5}{9}}{\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{9} + \frac{3}{6}\cdot\frac{5}{9}} = \boxed{\frac{5}{8}}$

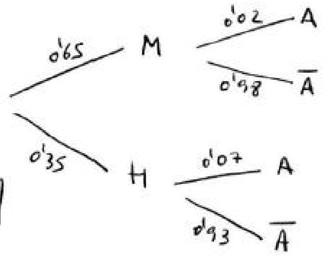
28. En cierta universidad donde el 65% de los estudiantes son mujeres, se ha encontrado que el 7% de los varones y el 2% de las mujeres miden más de 1,80 m. Seleccionado un estudiante al azar:

a) Halla la probabilidad de que mida más de 1,80 m.

b) Si estudiante seleccionado mide más de 1,80 m. Calcula la probabilidad de que sea varón

$$P(A) = 0'65 \cdot 0'02 + 0'35 \cdot 0'07 = \boxed{0'0375}$$

$$P(H/A) = \frac{P(H \cap A)}{P(A)} = \frac{0'35 \cdot 0'07}{0'0375} = \boxed{0'65\overline{3}}$$



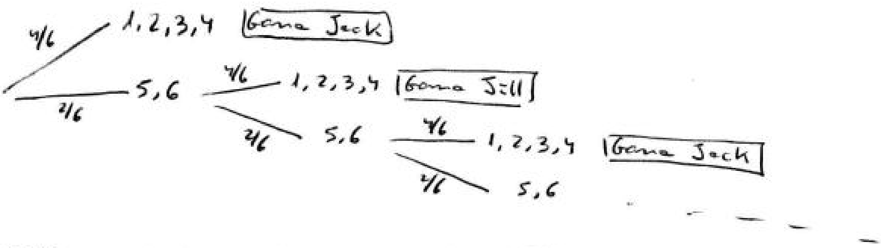
M = Mujer
H = Hombre
A = Mide más de 1'80 m

29. Jack y Jill juegan a un juego que consiste en tirar un dado por turnos. Si sale un 1, 2, 3 ó 4, el jugador que tiró el dado gana el juego. Si sale un 5 ó un 6 le toca el turno al otro jugador. Jack empieza a jugar y el juego continúa hasta que alguien gane.

a) Escriba la probabilidad de que Jack gane en su primera tirada.

b) Calcule la probabilidad de que Jill gane en su primera tirada.

c) Calcule la probabilidad de que Jack gane el juego.



a) $P(\text{Gana Jack en } 1^{a} \text{ tirada}) = \frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3}}$

b) $P(\text{Gana Jill en su } 1^{a} \text{ tirada}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{8}{36} = \boxed{\frac{2}{9}}$

c) $$P(\text{Gana Jack}) = \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} + \cdots =$$

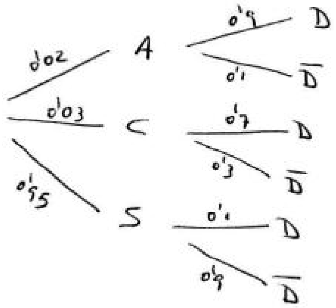
$$= \frac{4}{6}\left[1 + \left(\frac{2}{6}\right)^2 + \left(\frac{2}{6}\right)^4 + \cdots\right] = \frac{4}{6}\left[1 + \frac{4}{36} + \left(\frac{4}{36}\right)^2 + \left(\frac{4}{36}\right)^3 + \cdots\right] =$$

$$= \frac{4}{6} \frac{1}{1 - \frac{4}{36}} = \frac{4}{6} \cdot \frac{36}{32} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

30. El 5% de la población padece la enfermedad de apendicitis (2% en estado agudo A y 3% en estado crónico C) y el 95% no la padece. Uno de los síntomas es el dolor de estómago. Las probabilidades de tener dolor de estómago padeciendo el estado A el estado C o no teniendo la enfermedad son del 90% 70% y 10 % respectivamente. Hallar la probabilidad de que una persona con dolor de estómago sufra realmente el estado A de apendicitis.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} =$$

$$= \frac{0'02 \cdot 0'9}{0'02 \cdot 0'9 + 0'03 \cdot 0'7 + 0'95 \cdot 0'1} = \boxed{0'0019}$$



A: Apendicitis estado agudo
C: Apendicitis estado crónico
S: Sin Apendicitis
D: Dolor de estómago

31. Una bolsa contiene tres monedas iguales en apariencia, en realidad dos de ellas son normales pero la otra está trucada de manera que su probabilidad de obtener cara es doble que la de obtener cruz. Elegimos una moneda al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga cruz al lanzarla al aire?

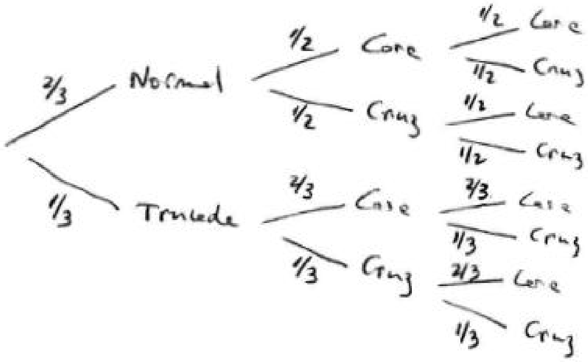
b) Si la lanzamos dos veces, resultando ambas cara, ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda elegida sea la trucada?

$P(\text{Cara}) = 2 \cdot P(\text{Cruz})$

$1 - P(\text{Cruz}) = 2P(\text{Cruz})$

$1 = 3P(\text{Cruz})$

$P(\text{Cruz}) = \boxed{\frac{1}{3}}$ en la moneda trucada

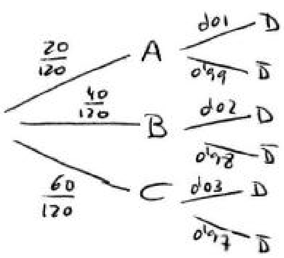


a) $P(\text{Cruz}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\frac{4}{9}}$

b) $P(T/\text{Cara} \cap \text{Cara}) = \frac{P(T \cap C \cap C)}{P(C \cap C)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{4/27}{1/6 + 4/27} = \boxed{\frac{8}{17}}$

32. Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos del mismo tipo Los porcentajes de tornillos defectuosos que fabrica cada máquina son, respectivamente: 1%, 2% y 3%. Se mezclan 120 tornillos: 20 de la máquina A, 40 de la B y 60 de la C. Elegido uno al azar, resulta ser defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B?

$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{40}{120} \cdot 0'02}{\frac{20}{120} \cdot 0'01 + \frac{40}{120} \cdot 0'02 + \frac{60}{120} \cdot 0'03} = \boxed{0'2857}$



A: Máquina A

B: " B

C: " C

D: tornillo defectuoso