RADICALES PARA 3º E.S.O.

Radicales

Nomenclatura: $\sqrt[n]{a}$ es el **radical;** a es el **radicando** y n es el **índice** de la raíz.

Ya se ha visto que $\sqrt[n]{a} = b \iff a = b^n$

- Si $a \geq 0$, $\sqrt[n]{a}$ existe para cualquier a y cualquier n
- Si $a < 0$, $\sqrt[n]{a}$ existe sólo para valores impares de n

Forma exponencial de los radicales

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ ya que $(a^{\frac{1}{n}})^n$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ya que $\sqrt[n]{a^m} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = a^{m \cdot \frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$

Propiedades de los radicales

$\boxed{\sqrt[np]{a^p} = \sqrt[n]{a}}$ ya que $\sqrt[np]{a^p} = a^{\frac{p}{np}} = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Aplicaciones

- Simplificar radicales $\sqrt[4]{25} = \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5}$
- Pasar radicales a índice común. ¿Qué es más grande, $\sqrt[3]{534}$ ó $\sqrt{78}$?

$\sqrt[3]{534} = \sqrt[6]{534^2} = \sqrt[6]{285\,156}$, $\sqrt[6]{78^3} = \sqrt[6]{474\,552}$ Por lo tanto $\sqrt[3]{534} < \sqrt{78}$

$\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$ ya que $\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Aplicaciones

- Sacar fuera de la raíz los factores que nos convengan. $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} =$

$= \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$

- Agrupar radicales $\sqrt{23} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{230}$

$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$ ya que $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Aplicaciones

- Gracias a estas tres propiedades podemos juntar castillos de fracciones en un solo radical:

$$\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{40}} = \frac{\sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[6]{4^2}}{\sqrt[6]{5 \cdot 2^3}} = \sqrt[6]{\frac{5^3 \cdot 2^4}{5 \cdot 2^3}} = \sqrt[6]{2 \cdot 5^2} = \sqrt[6]{100} = \sqrt[6]{10^2} = \sqrt[3]{10}$$

$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}}$ ya que $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^p = \left(a^{\frac{1}{n} \cdot p}\right) = \left(a^p\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$

$\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}}$ ya que $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n \cdot m}} = \sqrt[mn]{a}$

No se pueden sumar radicales distintos, sólo los semejantes (aquellos que tras simplificarlos tienen el mismo radicando y el mismo índice)

Es decir, yo no puedo sumar $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ni tampoco $\sqrt[3]{5} + \sqrt{5}$

En cambio sí que puedo sumar $3\sqrt{7} + 6\sqrt{7} - \sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

Hay veces que no es evidente:

$$\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{98} = \sqrt{2^3} - \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2 \cdot 7^2} =$$

$$= 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

A veces (muchas) nos interesará 'quitar' las raíces del denominador. Esto se hace multiplicando numerador y denominador por la expresión adecuada (este proceso se denomina racionalizar)