

# RETOS MATEMÁTICOS II

NOMBRE:

FECHA DE ENTREGA 12/06/2020

## NÚMEROS, NÚMEROS Y MÁS NÚMEROS

Cuántas veces hemos oído y hemos dicho:

- "Con lo bien que estábamos con los números enteros y ahora aparecen los números racionales "
- "¿Números irracionales para qué?

Estamos rodeados de números pero parece que siempre lo asociamos con ámbitos científicos. Pero los números aparecen también en otros ámbitos como la literatura. Por ejemplo: "El código Da Vinci" de Dan Brown, novela de intriga en la que se utilizan los números para descifrar mensajes y así llegar a descubrir el autor de un asesinato.

Veamos un poco de esta relación:

1. Lee el texto adjunto que se corresponde con una pequeñísima parte del libro.
2. Realiza las actividades que aparecen al final del texto.

### *El código Da Vinci*

Llegaron a la salida de emergencia, y Sophie abrió la puerta con mucho cuidado. No sonó ninguna alarma. El sistema solo se activaba si se abría desde fuera. Guió a Langdon escaleras abajo en dirección a la planta inferior, cada vez más deprisa.

-Su abuelo -se interesó él, intentando seguir su ritmo-, cuando le habló del pentagrama, ¿le mencionó el culto a la diosa o le dio a entender que tuviera algún tipo de resentimiento hacia la Iglesia católica?

Sophie negó con la cabeza.

-A mí me interesaban más sus aspectos matemáticos: la Divina Proporción, Phi, la Secuencia de Fibonacci, esas cosas.

Langdon se sorprendió.

-¿Su abuelo le hablaba del número Phi?

-Claro. La Divina Proporción -sonrió con falsa modestia-. En realidad, muchas veces decía en broma que yo era medio divina... Ya sabe, por las letras de mi nombre.

Langdon se quedó un momento pensativo y después masculló algo en señal de asentimiento.

«So-PHI-e».

Seguían bajando por la escalera, y Langdon se concentró en el número Phi. Estaba empezando a darse cuenta de que las pistas del asesinato eran más coherentes de lo que en un principio había supuesto.

«Da Vinci..., la serie de Fibonacci..., el pentagrama».

Por increíble que pareciera, todas esas cosas estaban relacionadas mediante una idea tan básica de la historia del arte que Langdon dedicaba muchas clases a exponerla.

El número Phi.

Se sintió una vez más en Harvard, de nuevo en su clase de «Simbolismo en el Arte», escribiendo su número preferido en la pizarra: 1,618.

Langdon se dio la vuelta para contemplar la cara expectante de sus alumnos.

–¿Alguien puede decirme qué es este número?

Uno alto, estudiante de último curso de matemáticas, que se sentaba al fondo levantó la mano.

–Es el número Phi –dijo, pronunciando las consonantes como una efe.

–Muy bien, Stettner. Aquí os presento a Phi.

–Que no debe confundirse con pi –añadió Stettner con una sonrisa de suficiencia.

–Phi –prosiguió Langdon–, uno coma seiscientos dieciocho, es un número muy importante para el arte. ¿Alguien sabría decirme por qué?

Stettner seguía en su papel de gracioso.

–¿Porque es muy bonito?

Todos se rieron.

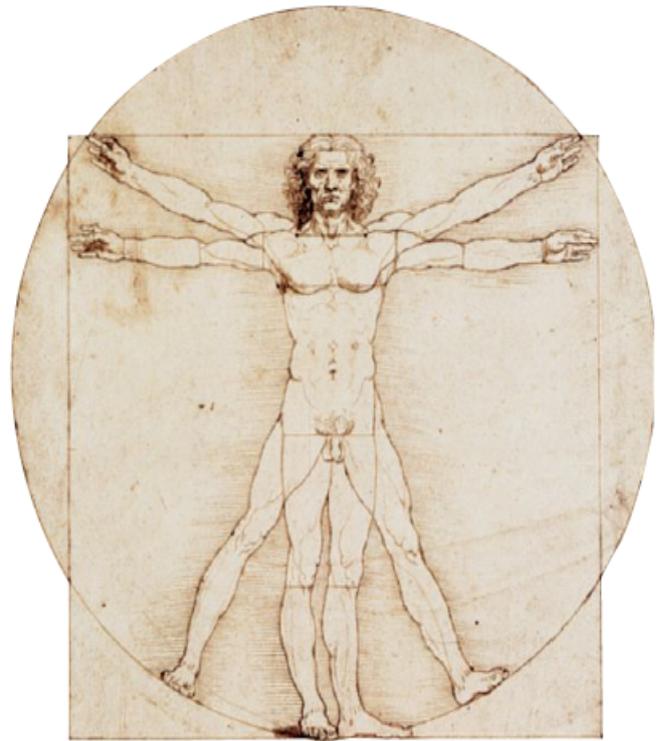
–En realidad, Stettner, vuelve a tener razón. Phi suele considerarse como el número más bello del universo.

Las carcajadas cesaron al momento, y Stettner se incorporó, orgulloso.

Mientras cargaba el proyector con las diapositivas, explicó que el número Phi se derivaba de la sucesión de Fibonacci, una sucesión famosa no solo porque la suma de los dos números precedentes equivalía al siguiente, sino porque los cocientes de dos números consecutivos poseían la sorprendente propiedad de tender a 1,618, es decir, al número Phi.

A pesar de los orígenes aparentemente místicos de Phi, prosiguió Langdon, el aspecto verdaderamente pasmoso de ese número era su papel básico en tanto que molde constructivo de la naturaleza. Las plantas, los animales e incluso los seres humanos poseían características dimensionales que se ajustaban con misteriosa exactitud a la razón de Phi a 1.

–La ubicuidad de Phi en la naturaleza –añadió Langdon apagando las luces– trasciende sin duda la casualidad,



por lo que los antiguos creían que ese número había sido predeterminado por el Creador del Universo. Los primeros científicos bautizaron el uno coma seiscientos dieciocho como «La Divina Proporción».

–Un momento –dijo una alumna de la primera fila–. Yo estoy terminando biología y nunca he visto esa Divina Proporción en la naturaleza.

–¿Ah, no? –respondió Langdon con una sonrisa burlesca–. ¿Has estudiado alguna vez la relación entre machos y hembras en un panal de abejas?

–Sí, claro. Las hembras siempre son más.

–Exacto. ¿Y sabías que si divides el número de hembras por el de los machos de cualquier panal del mundo, siempre obtendrás el mismo número?

–¿Sí?

–Sí. Phi.

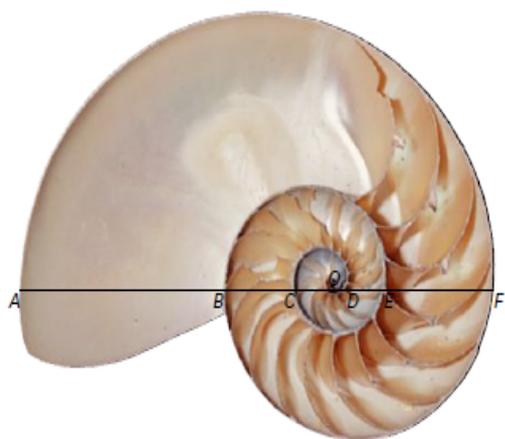
La alumna ahogó una exclamación de asombro.

–No es posible.

–Sí es posible –contraatacó Langdon mientras proyectaba la diapositiva de un molusco espiral–. ¿Reconoces esto?

–Es un nautilo –dijo la alumna de biología–. Un molusco cefalópodo que se inyecta gas en su caparazón compartimentado para equilibrar su flotación.

–Correcto. ¿Y sabrías decirme cuál es la razón entre el diámetro de cada tramo de su espiral con el siguiente?



La joven miró indecisa los arcos concéntricos de aquel caparazón.

Langdon asintió.

–El número Phi. La Divina Proporción. Uno coma seiscientos dieciocho.

La alumna parecía maravillada.

Langdon proyectó la siguiente diapositiva, el primer plano de un girasol lleno de semillas.

–Las pipas de girasol crecen en espirales opuestas. ¿Alguien sabría decirme cuál es la razón entre el diámetro de cada rotación y el siguiente?

–¿Phi? –dijeron todos al unísono.

–Correcto. –Langdon empezó a pasar muy deprisa el resto de imágenes: piñas piñoneras, distribuciones de hojas en ramas, segmentaciones de insectos, ejemplos todos que se ajustaban con sorprendente fidelidad a la Divina Proporción.

–Esto es insólito –exclamó un alumno.

–Sí –dijo otro–. Pero ¿qué tiene que ver esto con el arte?

–¡Ajá! –intervino Langdon–. Me alegro de que alguien lo pregunte.

Proyectó otra diapositiva, de un pergamino amarillento en el que aparecía el famoso desnudo masculino de Leonardo da Vinci, *El hombre de Vitruvio*, llamado así en honor a Marcus Vitruvius, el brillante arquitecto romano que ensalzó la Divina Proporción en su obra *De Arquitectura*.

–Nadie entendía mejor que Leonardo la estructura divina del cuerpo humano. Había llegado a exhumar cadáveres para medir las proporciones exactas de sus estructuras óseas. Fue el primero en demostrar que el cuerpo humano está formado literalmente de bloques constructivos cuya razón es siempre igual a Phi.

Los alumnos le dedicaron una mirada escéptica.

–¿No me creéis? –les retó Langdon–. Pues la próxima vez que os duchéis, llevaos un metro al baño.

A un par de integrantes del equipo de fútbol se les escapó una risa nerviosa.

–No solo vosotros, cachas inseguros –cortó Langdon–, sino todos. Chicos y chicas. Intentadlo. Medid la distancia entre el suelo y la parte más alta de la cabeza. Y divididla luego entre la distancia que hay entre el ombligo y el suelo. ¿No adivináis qué número os va a dar?

–¡No será Phi! –exclamó uno de los deportistas, incrédulo.

–Pues sí, Phi. Uno coma seiscientos dieciocho. ¿Queréis otro ejemplo? Medíos la distancia entre el hombro y las puntas de los dedos y divididla por la distancia entre el codo y la punta de los dedos. Otra vez Phi. ¿Otro más? La distancia entre la cadera y el suelo dividida por la distancia entre la rodilla y el suelo. Otra vez Phi. Las articulaciones de manos y de pies. Las divisiones vertebrales. Phi, Phi, Phi. Amigos y amigas, todos vosotros sois tributos andantes a la Divina Proporción.

Aunque las luces estaban apagadas, Langdon notaba que todos estaban atónitos. Y él notaba un cosquilleo en su interior. Por eso se dedicaba a la docencia.

–Amigos y amigas, como veis, bajo el caos del mundo subyace un orden. [...] Para terminar –dijo Langdon acercándose a la pizarra–, volvamos a los símbolos. –Dibujó las cinco líneas secantes que formaban una estrella de cinco puntas–. Este símbolo es una de las imágenes más importantes que veréis durante este curso. Formalmente conocido como «pentagrama», o pentalfa, como lo llamaban los antiguos, muchas culturas lo consideran tanto un símbolo divino como mágico. ¿Alguien sabría decirme por qué?

Stettner, el alumno de matemáticas, levantó la mano.

–Porque al dibujar un pentagrama, las líneas se dividen automáticamente en segmentos que remiten a la Divina Proporción.

Langdon movió la cabeza hacia adelante en señal de aprobación.

–Muy bien. Pues sí, la razón de todos los segmentos de un pentagrama equivale a Phi, por lo que el símbolo se convierte en la máxima expresión de la Divina Proporción. Por ello, la estrella de cinco puntas ha sido siempre el símbolo de la belleza y la perfección asociada a la Diosa y a la divinidad femenina.

Las alumnas sonrieron, complacidas.

## ACTIVIDADES

- 1 No es cierto que los primeros científicos llamaran *Divina Proporción* al número *Phi*. Ese nombre se lo puso un fraile matemático en el siglo XVI, llamado Luca Pacioli, pero actualmente, en la ciencia y en el arte, se le llama *número de oro* o *número áureo*. Y cuando el cociente de dos segmentos da ese número, se dice que el número menor es la *sección áurea* del mayor.

El verdadero valor del número Phi no es 1,618, como creía el profesor Langdon, sino  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ , lo que no es igual, porque uno de ellos es racional y el otro irracional. ¿Por qué? ¿Qué error se comete al tomar 1,618 como valor aproximado del otro número?

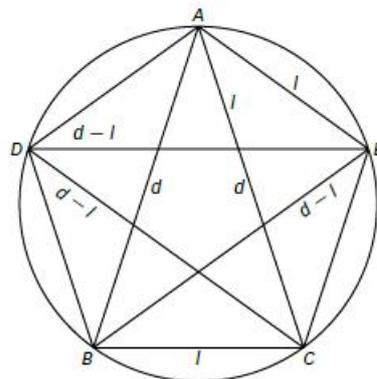
- 2 Vas a comprobar lo que *quiso* decir el profesor Langdon sobre el nautilo. En la fotografía del corte ecuatorial, mide con cuidado los segmentos *OF* y *OA* y calcula su cociente. Luego mide *OE* y *OB* y halla también su cociente. ¿Qué observas?
- 3 Las proporciones que Leonardo escogió para el hombre de su dibujo y para los modelos de sus cuadros solo responden a su gusto personal. A lo largo de la Historia, cada artista ha establecido sus propias proporciones, como los diseñadores actuales fijan la proporción de los modelos que lucen sus creaciones. Por eso, lo que dice el profesor Langdon respecto a que las medidas de todos los cuerpos cumplen esas propiedades es incierto. De todas formas, toma las medidas que necesites y comprueba si tu cuerpo se *ajusta* o no al modelo de Da Vinci.
- 4 La estrella de cinco puntas, el pentagrama, es utilizada frecuentemente como símbolo, debido quizás a su belleza, más que a la propiedad que enunció el estudiante de Matemáticas. Algunos pintores lo han *escondido* debajo de sus obras. En el dibujo preparatorio de Dalí, observa cómo planificó el cuadro para que la cabeza de su mujer, Gala, que aquí representa a Leda, encaje perfectamente en el triángulo superior. Y lo mismo hizo Miguel Ángel con la cara de la Virgen. Busca tres objetos o imágenes donde aparezca la estrella de cinco puntas.



- 5 La propiedad que tiene la estrella de cinco puntas, tal como la expresó el novelista por boca del estudiante, resulta incomprensible y misteriosa, y tal vez era lo que él pretendía. Sin embargo, esa propiedad existe y vas a descubrirla si sigues y completas este razonamiento.

Observa la estrella pentagonal de la figura.

Verás que solo hay cuatro tipos de segmentos distintos: la diagonal,  $d$ ; el lado del pentágono,  $l$ ; su diferencia,  $d - l$ , y la base de la punta de la estrella,  $b$ .



Hay también tres tipos de triángulos que tienen la misma forma, aunque posean distinto tamaño: los triángulos grandes, como  $\widehat{ABC}$ ; los medianos, como  $\widehat{ADE}$ , y los pequeños, como  $\widehat{FGH}$ . ¿Por qué son semejantes estos triángulos?

Estos triángulos tienen proporcionales las longitudes de sus lados. Al establecer esta relación de proporcionalidad entre los lados desiguales del triángulo grande  $\widehat{ABC}$  y los correspondientes del triángulo mediano  $\widehat{ADE}$ , tenemos:

$$\frac{d}{l} = \frac{l}{d-l}$$

Si llamas  $x$  a  $\frac{d}{l}$ , esta expresión la puedes escribir de esta forma:  $x = \frac{1}{x-1}$ . ¿Por qué?