TRIGONOMETRÍA III: Relaciones entre Razones Trigonométricas

1. Utilizando las razones trigonométricas de 30º, 45º y 60º, calcula el valor **exacto** y racionalizado de:
a) sen 75º **b)** sen 15º **c)** tg 135º **d)** tg 285º

2. Encuentra fórmulas que nos permitan calcular cos(3*x*) y cos(4*x*) en función del cos*x*

3. a) Sabiendo que $\begin{cases} sen\alpha = \dfrac{3}{5} \quad (90^{o} < \alpha < 180^{o}) \\ \cos\beta = \dfrac{5}{13} \quad (270^{o} < \beta < 360^{o}) \end{cases}$ halla <u>sin calculadora</u> los valores exactos de $sen(\alpha+\beta)$, $tg(\alpha-\beta)$ y $\cos(2\alpha+\beta)$ dando los resultados en forma de fracción irreducible.

b) Repítelo usando la calculadora escribiendo los resultados con tres cifras significativas comprobando así los resultados del apartado anterior.

4. Sabiendo que $tg\alpha = -\dfrac{40}{9}$ con $0 \le \alpha < \pi$:

a) Halla el valor **exacto** de $sen(2\alpha)$

b) Repítelo usando ahora la calculadora escribiendo los resultados con tres cifras significativas comprobando así el resultado del apartado anterior.

5. Utilizando la fórmula de la tangente de la suma de dos ángulos, demuestra: $arctg(1/2) + arctg(1/3) = \pi/4$

6. Halla <u>todos</u> los ángulos x, $0 \le x < 2\pi$, que resuelvan cada ecuación trigonométrica:

a) $\cos 3x = \dfrac{1}{2}$ **b)** $senx \cdot \cos x = 0$ **c)** $\cos(2x-\pi) = -\dfrac{1}{2}$

d) $senx + \cos x = 0$ **e)** $\cos^2 x = \dfrac{3}{4}$ **f)** $tg2x = 1$

g) $sen\dfrac{x}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **h)** $\cot x + \dfrac{senx}{1+\cos x} = 2$ **i)** $sen(\pi - 3x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas con $0 \le x < 2\pi$:

a) $\cos^2 x - sen^2 x = \dfrac{1}{2}$ **b)** $senx - \cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **c)** $tgx \cdot \sec x = \sqrt{2}$

d) $3\cos x = 2\sec x - 5$ **e)** $\log_2(\cos x) + 1 = \log_2(\cos ecx)$ **f)** $tg^2 2x = 1$

g) $\cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right) - sen^2\left(\dfrac{x}{2}\right) = senx$ **h)** $\cos(2x) + senx = 4sen^2 x$ **i)** $tg(2x) = -tgx$

8. a) Demuestre que la ecuación $4\cos(2x) - 3senx \cdot \cos ec^3 x + 6 = 0$ puede expresarse como $8t^4 - 10t^2 + 3 = 0$

b) Partiendo de aquí, resuelva dicha ecuación para $0 \le x < \pi$.

9. a) Demuestre que $\dfrac{sen(2\alpha)}{1+\cos(2\alpha)} = tg\alpha$

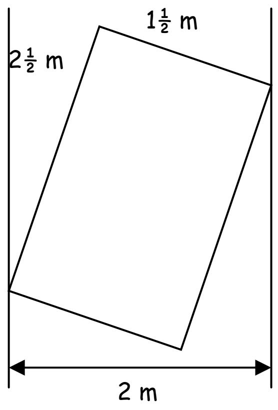
b) Partiendo de aquí, halle el valor de $ctg(\pi/8)$ en la forma $a + b\sqrt{2}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$.

10. a) Investiga, utilizando una hoja de cálculo para ángulos positivos menores de 360º, entre qué valores oscila la resta de cinco veces su coseno menos doce veces su seno y para qué dos ángulos toma su máximo y su mínimo valor.

b) Halla *A* y α para que: $5\cos x - 12 sen x = A \cdot \cos(x+\alpha)$ y con ello comprueba lo obtenido en el apartado anterior.

c) Partiendo del apartado anterior, resuelve $5\cos x - 12 sen x = -2$ con $0 \le x < 2\pi$ comprobando las soluciones en la hoja de cálculo construida.

11. Una mesa rectangular de $1\frac{1}{2}$ m x $2\frac{1}{2}$ m se ha cruzado en un pasillo de 2m de ancho hasta tocar ambas paredes como muestra el diagrama. Calcula los ángulos determinados entre la mesa y las paredes en grados, minutos y segundos.



12. Halla el valor exacto de cos(α - β)