

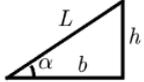
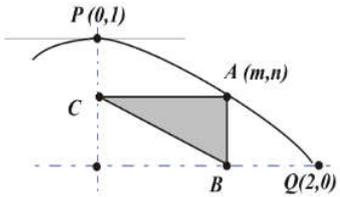
# MATEMÁTICAS II.

## EJERCICIOS EBAU

### SERIE 1.- SERIE DE LÍMITES, DERIVADAS Y APLICACIONES (Sin representación de f(x))

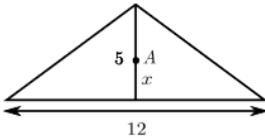
Temas 7, 8 y parte del 9 (libro de texto) 1ER EXAMEN

Nota: En algunos apartados pueden aparecer conceptos que no hemos dado todavía. Dejados sin hacer de momento.

<p>Madrid 2019 Ordinaria  Opción B</p>	<p><b>Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos.</b> Dada la función <math>f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}</math>, se pide:</p> <p>a) (0.5 puntos) Determinar su dominio. b) (1.5 puntos) Determinar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento. c) (0.5 puntos) Calcular los límites laterales <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}</math>.</p>
<p>Oviedo 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p>2. Dada la curva <math>y = \frac{1}{3+x^2}</math>.</p> <p>a) Expresa la función <math>m(x)</math> que da la pendiente de la recta tangente a la curva en cada punto <math>x</math>. (1 punto) b) Calcula el valor <math>x</math> donde se alcanza la máxima pendiente. (1.5 puntos)</p>
<p>Oviedo 2018 Ordinaria Opción A</p>	<p>2. Se quiere construir una rampa (ver gráfica) para camiones con una pendiente <math>m = \tan(\alpha) &gt; 0</math> y que salve una altura <math>h = 20</math> metros.</p> <p>a) Calcula, en función de <math>m</math>, el valor de <math>b</math> y comprueba que la longitud de la rampa <math>L</math> se puede expresar como <math>L(m) = 20\sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}}</math> (0.5 puntos) </p> <p>b) El camión se mueve a una velocidad constante que depende de la pendiente <math>m</math> y se expresa, en metros por segundo, a través de la función <math>v(m) = \frac{1}{\sqrt{m}}</math>. Demuestra que el tiempo <math>t</math>, en segundos, que tarda un camión en recorrer la rampa se puede expresar como <math>t(m) = 20\sqrt{\frac{m^2+1}{m}}</math> (0.5 puntos)</p> <p>c) Calcula la pendiente <math>m</math> que hace mínimo el tiempo de recorrido de un camión. (1.5 puntos) (Se recuerda que <math>\tan = \text{tangente}</math> y <math>\text{velocidad} = \text{espacio}/\text{tiempo}</math>).</p>
<p>Oviedo 2018 Extraordinaria Opción B</p>	<p>2. Se tienen 20 m de marco metálico para construir una valla publicitaria rectangular. El terreno donde se quiere instalar la valla es fangoso y al colocarla se hunde una altura <math>h</math> que es la quinta parte de la anchura de la valla. Calcula las medidas de la valla de forma que el área visible (la sombreada en la figura) sea la máxima posible. (2.5 puntos)</p> 
<p>Oviedo 2017 Ordinaria Opción B</p>	<p>2. Se considera el arco comprendido entre los puntos <math>P(0,1)</math> y <math>Q(2,0)</math> de la gráfica de la función <math>y = a + bx + cx^2</math> con tangente en el punto <math>P</math> paralela al eje <math>OX</math>.</p> <p>a) Calcula los valores de <math>a, b</math> y <math>c</math>. (1 punto) b) Con <math>a = 1, b = 0</math> y <math>c = -1/4</math> y siendo <math>A(m,n)</math> un punto perteneciente a ese arco. Determina los valores de <math>m</math> y <math>n</math> para que el área del triángulo rectángulo <math>ABC</math> sea máxima. (1.5 puntos)</p> 
<p>Oviedo 2018 Ordinaria Opción B</p>	<p>2. Dada la función <math>f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 6}</math></p> <p>a) Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (0.75 puntos) b) Estudia sus máximos, mínimos y puntos de inflexión. (0.75 puntos) c) Calcula una primitiva de la función <math>f(x)</math>. (1 punto)</p>

<p>Oviedo 2017 Extraordinaria Opción B</p>	<p>2. Dada la función <math>f(x) = \frac{x^2}{x-4}</math></p> <p>a) Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (1 punto)</p> <p>b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. Intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad. (1 punto)</p> <p>c) Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)</p>
<p>Oviedo 2017 Modelo Opción A</p>	<p>Ejercicio 3.- Se desea construir un prisma recto de base cuadrada cuya área total sea <math>96 \text{ m}^2</math>. Determine las dimensiones del lado de la base y de la altura para que el volumen sea máximo. (2.5 puntos)</p>
<p>Oviedo 2017 Modelo Opción B</p>	<p>Ejercicio 4.- Dado <math>a \in \mathbb{R}</math>, se considera la función <math>f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3ax - 6}{x-3} &amp; \text{si } x &lt; 3 \\ x^2 - 1 &amp; \text{si } x \geq 3 \end{cases}</math></p> <p>Determine los valores de <math>a</math> para los que la función es continua. (2.5 puntos).</p>
<p>Andalucía 2018 Ordinaria Opción B</p>	<p><b>Ejercicio 1.- [2,5 puntos]</b> Se desea construir una caja sin tapadera de base cuadrada. El precio del material es de 18 euros/m<sup>2</sup> para los laterales y de 24 euros/m<sup>2</sup> para la base. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que se puede construir si disponemos de 50 euros.</p> <hr/> <p><b>Ejercicio 2.-</b> Se sabe que la función <math>f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}</math> dada por</p> $f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8 \end{cases}$ <p>es continua.</p> <p>a) <b>[0,5 puntos]</b> Determina <math>a</math>.</p> <p>b) <b>[2 puntos]</b> Para <math>a = 8</math>, calcula <math>\int_0^{10} f(x) dx</math>.</p>
<p>Aragón 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p>3.</p> <p>a) (1,5 puntos) Un rectángulo tiene sus vértices en los puntos <math>(0,0)</math>, <math>(a,0)</math>, <math>(0,b)</math> y <math>(a,b)</math>, donde <math>a &gt; 0</math> y <math>b &gt; 0</math> y además el punto <math>(a,b)</math>, está situado en la curva de ecuación:</p> $y = \frac{1}{x^2} + 9$ <p>De entre todos los rectángulos que cumplen esas condiciones determine el rectángulo de área mínima y calcule dicha área mínima.</p>
<p>Canarias 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p>1. Se desea vallar un terreno rectangular usando 100 metros de una tela metálica. Se ha decidido dejar una abertura de 20 metros sin vallar en uno de los lados de la parcela para colocar una puerta. Calcular las dimensiones de todos los lados de la parcela rectangular de área máxima que puede vallarse de esa manera. Calcular el valor de dicha área máxima. (2,5 pts)</p>
<p>Canarias 2019 Ordinaria Opción B</p>	<p>1. Dada la siguiente expresión de la función <math>f</math>, de la que se desconocen algunos valores:</p> $f(x) = \begin{cases} a - x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{b}{x} - \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ <p>Calcular los valores de <math>a</math> y <math>b</math> para que <math>f</math> sea derivable en todo su dominio. Escribir la función resultante. (2,5 pts)</p>

<p>Cantabria 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p><b>Ejercicio 2</b></p> <p>Sea la función <math>f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x)}{2x} &amp; \text{si } x &lt; 0 \\ \frac{a-x^2}{2+x} &amp; \text{si } x \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>1) [1 PUNTOS] Determine, si existe, el valor de <math>a</math> que haga a la función continua en <math>x = 0</math>.</p> <p>2) [1.5 PUNTOS] Calcule el valor de <math>a</math> para que <math>f</math> tenga un extremo relativo en <math>x = 2</math>. ¿Es este extremo un máximo o mínimo local?</p>
<p>Castilla y León 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p><b>E3.-</b> Dada la función <math>f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x</math>, para <math>x \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>a) Calcule sus máximos y mínimos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. <b>(1 punto)</b></p> <p>b) Calcule el máximo y mínimo absolutos en el intervalo <math>[-2,2]</math>. <b>(1 punto)</b></p>
<p>Castilla y León 2019 Ordinaria Opción B</p>	<p><b>E3.-</b> Sea el polinomio <math>f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d</math> del cual sabemos que <math>f(0) = 1, f(1) = 0</math> y que tiene extremos relativos en <math>x = 0</math> y <math>x = 1</math>. Calcular <math>a, b, c</math> y <math>d</math>. <b>(2 puntos)</b></p>
<p>Castilla la Mancha 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p>1A. a) Determina el valor de <math>a</math> y de <math>b</math> para que la siguiente función <math>f(x)</math> sea derivable en todo <math>\mathbb{R}</math></p> $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ a\sqrt{x} - \frac{b}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad (1,5 \text{ puntos})$
<p>Extremadura 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p><b>3.</b> Demuestre que la ecuación <math>\operatorname{sen}(x^2) = x - 1</math> tiene una solución positiva. Razone la respuesta, exponiendo el teorema (o resultado) que justifique la solución. <b>(2 puntos)</b></p>
<p>La Rioja 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p><b>3.- (3 puntos)</b> Sea <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> la función definida como:</p> $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ -x^2 + ax + b, & x > 0 \end{cases}$ <p>con <math>a</math> y <math>b</math> números reales.</p> <p>(I) Halla <math>a</math> y <math>b</math> para que <math>f</math> sea continua y derivable en <math>x = 0</math>.</p> <p>(II) Para los valores anteriores de <math>a</math> y <math>b</math> analiza si <math>f</math> tiene un extremo relativo en <math>x = 0</math>.</p> <p>(III) Halla el área encerrada por la función y el eje OX en el intervalo <math>[-\frac{\pi}{2}, 1]</math>.</p>
<p>Navarra 2019 Ordinaria Opción A</p>	<p><b>A3)</b> Calcula la derivada de las siguientes funciones y simplifica el resultado:</p> $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}} \quad (1 \text{ punto})$ $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{-x} \quad (1 \text{ punto})$

País Vasco 2019 Ordinaria Opción A	<p><b>Ejercicio A3</b></p> <p>Dada la función <math>f(x) = x^2 + 64</math> y el <b>punto exterior</b> a su gráfica <math>P(6, 0)</math>, encontrar la recta o rectas tangentes a <math>f</math> que pasen por <math>P</math>.</p>
País Vasco 2019 Ordinaria Opción B	<p><b>Ejercicio B3</b></p> <p>Sea <math>f</math> la función <math>f(x) = x^2 e^{-4x}</math>. Calcular la primera y la segunda derivada de <math>f</math>. Hallar los máximos y mínimos de <math>f</math>.</p>
Murcia 2019 Ordinaria Opción B	<p><b>B.2:</b> Considere un triángulo isósceles cuya base de 12 cm es el lado desigual y cuya altura es de 5 cm. Se quiere determinar un punto <math>A</math> situado sobre la altura a una distancia <math>x</math> de la base de manera que la suma de las distancias del punto <math>A</math> a los tres vértices del triángulo sea mínima. Observe la figura:</p> <div style="text-align: center;">  <p>The diagram shows an isosceles triangle with a horizontal base of length 12. A vertical line segment of length 5 represents the height from the top vertex to the base. A point A is marked on this height segment, at a distance x from the base. The total height is labeled as 5.</p> </div> <p>a) [0,5 p.] Demuestre que la suma de las distancias del punto <math>A</math> a los tres vértices del triángulo viene dada por la expresión <math>f(x) = 5 - x + 2\sqrt{x^2 + 36}</math>.</p> <p>b) [1,5 p.] Calcule el valor de <math>x</math> para que la suma de las distancias sea mínima.</p> <p>c) [0,5 p.] Calcule dicha cantidad mínima.</p>