MATEMÁTICAS II.

EJERCICIOS EBAU

SERIE 2.- SERIE DE APLICACIONES de la DERIVADA_II (Representación de f(x) y L'Hôpital)

Temas: parte del 9 y 10 (libro de texto)

Nota: En algunos apartados pueden aparecer conceptos que no hemos dado todavía. Dejadlos sin hacer de momento.

1 Madrid 2019 Ordinaria Opción A L'Hôpital	**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 2.5 puntos. Dada $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano, definida para $x > 0$, se pide: a) (0.5 puntos) Calcular, en caso de que exista, una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$. b) (1 punto) Encontrar un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a dicha curva sea horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo. c) (1 punto) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$ y $x = e$.
2 Madrid 2019 Coincidente Opción B	**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 2.5 puntos. Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{2(x-1)}$, se pide: a) (1.25 puntos) Determinar las asíntotas de la curva $y = f(x)$ y estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$. b) (1.25 puntos) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y la recta $2x + 4y = 7$.
3 Madrid 2019 Coincidente Opción A L'Hôpital	**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 2.5 puntos. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{\pi x^2}{2}\right) & \text{si } x \leq 1, \\ \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} & \text{si } x > 1, \end{cases}$ se pide: a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$. b) (0.75 puntos) Determinar, si existe, $f'(1)$. c) (1 punto) Calcular el valor de $\displaystyle\int_0^1 x\, f(x)\, dx$.
4 Oviedo 2019 Ordinaria Opción A	**2.** Dada la función $f(x) = \dfrac{2}{2+e^x}$. **a)** Calcula su dominio de definición y sus asíntotas. (1 punto) **b)** Mediante el cambio de variable $t = e^x$, calcula $\displaystyle\int \frac{2}{2+e^x}\, dx$ (1.5 puntos)
5 Oviedo 2019 Extraordinaria Opción A	**2.** Dada la función $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x+1}$ **a)** Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (1 punto) **b)** Halla, si existen: máximos y mínimos e intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto) **c)** Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)
6 Oviedo 2019 Extraordinaria Opción B	**2.** Dadas las curvas $y = x^2/2$, $y = 4/x$. **a)** Calcula sus puntos de corte. (0.5 puntos) **b)** Esboza una gráfica de las curvas en el intervalo $[1, 3]$. (1 punto) **c)** Calcula el área que delimitan entre ellas en el intervalo $[1, 3]$. (1 punto)

7 Oviedo 2018 Ordinaria Opción B	**2.** Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x-6}$ a) Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (0.75 puntos) b) Estudia sus máximos, mínimos y puntos de inflexión. (0.75 puntos) c) Calcula una primitiva de la función $f(x)$. (1 punto)
8 Oviedo 2017 Extraordinaria Opción B	Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x-4}$ a) Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (1 punto) b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. Intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad. (1 punto) c) Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)
9 Andalucia 2019 Ordinaria A	**Ejercicio 1.-** Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^2+3x+4}{2x+2}$ para $x \neq -1$. **(a) [1,5 puntos]** Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f. **(b) [1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
10 Andalucia 2019 Ordinaria B	**Ejercicio 1.-** Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x-a)e^x$. **(a) [1,25 puntos]** Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$. **(b) [1,25 puntos]** Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f.
11 Cantabria 2019 Ordinaria A L'Hôpital	Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{sen(x)}{2x} & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{a-x^2}{2+x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$ **1)** [1 PUNTOS] Determine, si existe, el valor de a que haga a la función continua en $x = 0$. **2)** [1.5 PUNTOS] Calcule el valor de a para que f tenga un extremo relativo en $x = 2$. ¿Es este extremo un máximo o mínimo local?
12 Castilla la Mancha 2019 Ordinaria Opción A	**1A.** b) Comprueba si la función $f(x) = x^2 - 4$ verifica las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-3, 3]$. **(1 punto)**
13 Castilla la Mancha 2019 Ordinaria Opción B L'Hôpital	**1B.** Calcula razonadamente los siguientes límites: a) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2e^{x-1}}{x+1}\right)^{\frac{x}{x-1}}$ b) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{-e^{x^2-1}-x}{x^2+4x+3}$ **(1,25 puntos por límite)** **2B.** Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ y $g(x) = \dfrac{x^2}{2}$ con $x \in \mathbb{R}$. a) Encuentra razonadamente las coordenadas de los extremos relativos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$. **(1 punto)** b) Calcula razonadamente el área del recinto cerrado limitado por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$. **(1,5 puntos)**

14 Comunidad Valenciana 2019 Ordinaria Opción A	**Problema A.3.** Se considera la función $f(x) = xe^{-x^2}$. **Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:** a) Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. (3 *puntos*) b) La representación gráfica de la curva $y = f(x)$. (2 *puntos*) c) El valor del parámetro a para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$ a la función $g(x) = f(x) + ax$. (1 *punto*) d) El valor de las integrales indefinidas $\int f(x)\,dx$, $\int xe^{-x}\,dx$. (4 *puntos*)
15 Galicia 2019 Modelo Opción B Teoremas	2. Da respuesta a los apartados siguientes: a) Enuncia el teorema de Rolle. ¿Cumple la función $f(x) = x^2\|x\|$ las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-1,1]$? Justifica la respuesta. b) Dada la función $g(x) = e^x(x^2 - 4x + c)$, determina el valor de c que hace que $g(x)$ tenga un único punto crítico. Para $c = 5$, calcula los puntos críticos de $g(x)$ y determina si en ellos la función presenta extremos relativos o puntos de inflexión. c) Calcula el valor de la integral definida $\int_0^2 \frac{x+3}{\sqrt{x+2}}\,dx$.
16 Navarra 2019 Ordinaria Opción A Teoremas	**A4)** Demuestra que existe $\alpha \in (-1,3)$ tal que $f'(\alpha) = -\frac{1}{4}$, siendo $$f(x) = \left[x^2 + \log\left(x^2 - 2x + 7\right)\right]^{\sqrt[3]{\frac{3-x}{4}}}$$ Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso. (3 puntos)
17 Navarra 2019 Extraordinaria Opción A Teoremas	Demuestra que existe $\propto \in (1, e)$ tal que $f'(\propto) = e + 1$, siendo $$f(x) = (x + ex - e)^{\frac{e}{x}}$$ Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso.