MATEMÁTICAS II.

EJERCICIOS EBAU

SERIE 4.- SERIE DE MATRICES, DETERMINANTES Y SISTEMAS DE ECUACIONES.

Temas: 1, 2 y 3 (libro de texto)

1 Oviedo 2019 Junio A	**1.** Dado el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{rcrcrl} mx & + & y & - & z & =0 \\ 2x & + & my & & & =m \\ x & & & + & mz & =m \end{array}\right\}$ $m \in \mathbb{R}$. **a)** Estudia y clasifica el sistema según los valores de m. (1.25 puntos) **b)** Resuélvelo, si es posible, para el caso $m = 1$. (0.75 puntos) **c)** Para qué valores de m se tiene la solución $x = 0,\ y = 1,\ z = 1$. (0.5 puntos)
2 Oviedo 2019 Junio B	**1.** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **a)** Razona, sin hacerlos, si son posibles los siguientes productos matriciales y, si es el caso, indica las dimensiones de las matrices resultantes. (1 punto) $A \cdot A,\quad A \cdot B,\quad A \cdot B \cdot C,\quad C \cdot D$ **b)** Calcula las inversas, si existen, de las matrices cuadradas posibles del apartado anterior. (1.5 puntos)
3 Oviedo 2019 Julio A	**1.** Dado el sistema $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & az & = & a \\ x & + & (a-1)y & + & az & = & 2 \\ -x & & & + & z & = & 2 \end{array}\right.$ **a)** Estudia y clasifica el sistema según los valores de $a \in \mathbb{R}$. (1.5 puntos) **b)** Resuélvelo, si es posible, para el caso $a = 2$. (1 punto)
4 Oviedo 2019 Julio B	**1.** Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} x & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$ $x \in \mathbb{R}$ **a)** Estudia para qué valores de x se cumple $A^3 - I = O$ (I matriz identidad y O matriz nula). (1 punto) **b)** Calcula A^{12} para los valores de x que verifican la condición anterior. (0.75 puntos) **c)** Para $x = 0$ y sabiendo que ese valor verifica la condición del primer apartado, calcula, si existe, la inversa de A. (0.75 puntos)
5 Oviedo 2018 Junio A	**1.** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ m-1 & 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ donde m es un número real. **a)** Estudiar el rango de A según los valores de m. (1.5 puntos) **b)** Para $m = -1$, calcula la solución, si existe, del sistema (1 punto) $A^t \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (A^t matriz traspuesta)

6 Oviedo 2018 Junio B	**1.** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1&3\\0&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\1&1&-1\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}1&2&0\\-1&0&2\end{pmatrix}$ **a)** Calcula, si existe, la inversa de B. (1 punto) **b)** Determina, si existe, la matriz X que verifica la relación $AXB=C$. (1.5 puntos)
7 Oviedo 2018 Julio A	**1.** Discutir el sistema y resolver en los casos compatibles (2.5 puntos) $\begin{cases}2x+y+z=a\\2x+y+2z=2a\\2x+y+3z=3\end{cases}$
8 Oviedo 2018 Julio B	**1.** Dada la matriz A, calcula: $A=\begin{pmatrix}1&0&0&1\\2&3&1&4\\1&6&2&4\end{pmatrix}$ **a)** Su rango. (1.5 puntos) **b)** Si existe, una columna combinación lineal de las restantes. (0.5 puntos) **c)** Si existe, una fila combinación lineal de las restantes. (0.5 puntos)
9 Oviedo 2017 Junio A	**1.** Un boxeador ha disputado 20 combates en el año 2016. Por cada combate ganado cobraba 3 mil euros, 2 mil por combate nulo y mil por combate perdido. En total obtuvo 40 mil euros. Si las cantidades cobradas hubieran sido 6 mil euros por combate ganado, 4 mil por nulo y mil por perdido, habría obtenido 72 mil euros. **a)** Plantea, en el campo de los números reales, el sistema de ecuaciones que modeliza el problema en función del número de combates ganados, hechos nulos y perdidos. Y, si es posible, calcúlalos. (1.5 puntos) **b)** Estudia si hay alguna cantidad k que sustituya a los 6 mil euros por combate ganado que hiciera imposible la solución del problema dentro del campo de los números reales. (1 punto)
10 Oviedo 2017 Junio B	**1.** Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&k\\0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}k&0&-1\\1&1&2\end{pmatrix}$ **a)** Estudia, en función de los valores *reales* de k, si la matriz $B\cdot A$ tiene inversa. Calcúlala, si es posible, para $k=1$. (1.5 puntos) **b)** Estudia, en función de los valores *reales* de k, si la matriz $A\cdot B$ posee inversa. (1 punto)
11 Oviedo 2017 Julio A	**1.** Determina los valores de a para los que el sistema de ecuaciones tiene solución. Calcula las soluciones en los casos posibles. (2.5 puntos) $\begin{cases}x+y=1\\2x+ay=2\\5x+(3a-1)y=6-a\end{cases}$
12 Oviedo 2017 Julio B	**1.** Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&x&3\\4&1&-x\end{pmatrix}$ donde x es un número real. Halla: **a)** Los valores de x para los que la matriz A posea inversa. (1 punto) **b)** La inversa de A para $x=2$. (1 punto) **c)** Con $x=5$, el valor de $b\in\mathbb{R}$ para que la matriz $b\cdot A$ tenga determinante 1. (0.5 puntos)

13 Oviedo 2017 Modelo A	Ejercicio 1.- Dado el número real *a*, se considera el sistema $\begin{cases} x-ay+z=a \\ ax-y+z=1 \\ -ax-y+z=a \end{cases}$ a) Discuta el sistema según los valores de *a*.(1.5 puntos) b) Resuelva el sistema para el caso *a* =2. (1 punto)
14 Oviedo 2017 Modelo B	Ejercicio 1.- Se consideran las matrices $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2-a & 1 & a \\ 3 & 3 & a \end{pmatrix}$ y $Q=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ a) Según los valores de $a \in \mathbb{R}$, estudie el rango de P. (1 punto) b) Para el caso $a=1$, halle X tal que $P.X=Q$. (1.5 puntos)
15 Madrid 2019 Junio A	**Ejercicio 1 . Calificación máxima:** 2.5 puntos. Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & a & 2 & 2-a \\ -1 & 2 & a & a-2 \end{pmatrix}$ y $M=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide: a) (1.5 puntos) Estudiar el rango de A en función del parámetro real a. b) (1 punto) Calcular, si es posible, la inversa de la matriz AM para el caso $a=0$.
16 Madrid 2019 Junio B	**Ejercicio 1 . Calificación máxima:** 2.5 puntos. Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros. Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40 % respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?
17 Navarra 2019 Junio A	**A1)** Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible: $\begin{cases} (a+2)x-y-az=-a \\ (-a-2)x+2y+(a^2-a)z=3a-1 \\ (a+2)x-2y+(2-2a)z=-2a \end{cases}$ (3 puntos)

18 Navarra 2019 Junio B	**B1)** Resuleve la ecuación matricial $X \cdot A^{35} = A^{25}$ teniendo en cuenta que A es la siguiente matriz: $$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$ (2 puntos)
19 Castilla y León 2019 Junio A	**E1.**- Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. **a)** Estudie la existencia y unicidad de soluciones según los valores del parámetro m.**(1 punto)** **b)** Resuelva el sistema de ecuaciones anterior para el caso $m = 2$. **(1 punto)**
20 Castilla y León 2019 Junio B	**E1.- a)** Encontrar los valores de k para que la matriz $A = \begin{pmatrix} k-1 & 2 & -2 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sea invertible. **(1 punto)** **b)** Encontrar la inversa de A para $k = 2$. **(1 punto)**