
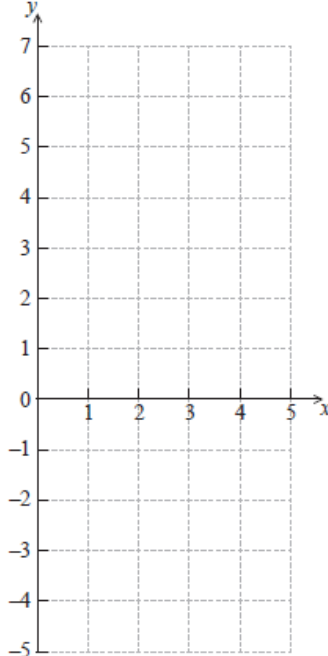



LÍMITES Y DERIVADAS

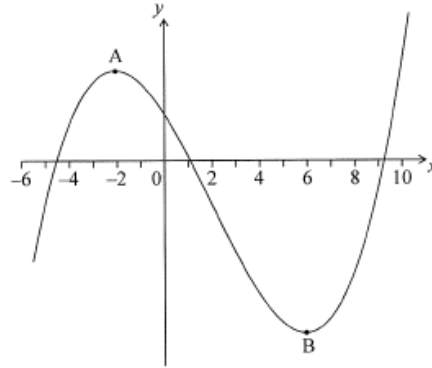
<p>1</p> <p>Muestra 2014 P1</p>	 <p>Given that $f(x) = \frac{1}{x}$, answer the following.</p> <p>(a) Find the first four derivatives of $f(x)$.</p> <p>(b) Write an expression for $f^{(n)}(x)$ in terms of x and n.</p>
<p>2</p> <p>Muestra 2014 P2</p>	<p>Let $f(x) = 4x - e^{x-2} - 3$, for $0 \leq x \leq 5$.</p> <p>(a) Find the x-intercepts of the graph of f.</p> <p>(b) On the grid below, sketch the graph of f.</p>  <p>(c) Write down the gradient of the graph of f at $x = 3$.</p>
<p>3</p> <p>Mayo 2014 TZ1 P1</p>	 <p>Let $f(x) = px^3 + px^2 + qx$.</p> <p>(a) Find $f'(x)$.</p> <p>(b) Given that $f'(x) \geq 0$, show that $p^2 \leq 3pq$.</p>
<p>4</p> <p>Mayo 2014 TZ1 P2</p>	<p>Let $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, where $g(2) = 18$, $h(2) = 6$, $g'(2) = 5$, and $h'(2) = 2$. Find the equation of the normal to the graph of f at $x = 2$.</p>

5

Mayo
2014
TZ2
P1

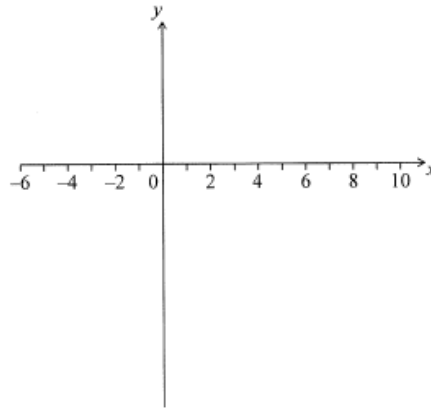


La siguiente figura muestra una parte del gráfico de $y = f(x)$.



El gráfico tiene un máximo local en A, donde $x = -2$, y un mínimo local en B, donde $x = 6$.

(a) En los siguientes ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f'(x)$.



(b) Escriba las siguientes expresiones ordenándolas de menor a mayor: $f(0)$, $f'(6)$, $f''(-2)$.

6

Mayo
2014
TZ2
P1

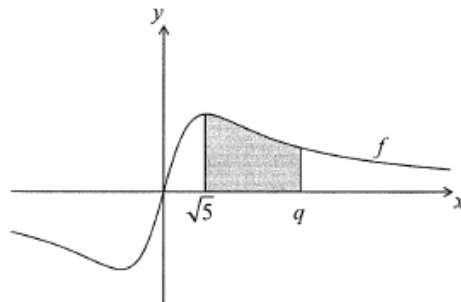


Sea $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 5}$.



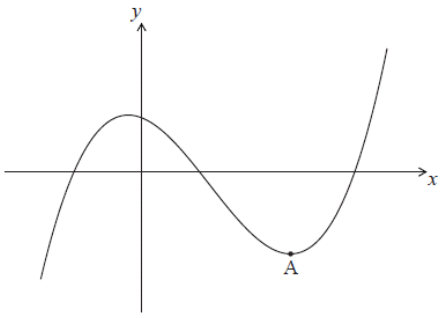



(a) Utilice la regla del cociente para mostrar que $f'(x) = \frac{10 - 2x^2}{(x^2 + 5)^2}$.

(b) Halle $\int \frac{2x}{x^2 + 5} dx$.

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f .



(c) La región sombreada está delimitada por el gráfico de f , el eje x , y las rectas $x = \sqrt{5}$ y $x = q$. El área de esta región es igual a $\ln 7$. Halle el valor de q .

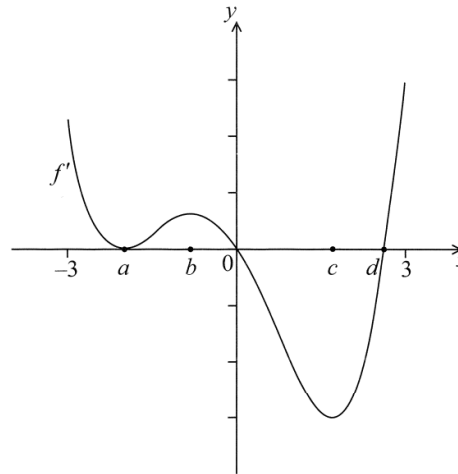
<p>7</p> <p>Noviembre 2014 TZ2 P1</p> 	<p>Sea $f(x) = p + \frac{9}{x-q}$, para $x \neq q$. La recta $x = 3$ es una asíntota vertical al gráfico de f.</p> <p>(a) Escriba el valor de q.</p> <p>El gráfico de f tiene una intersección con el eje y en $(0, 4)$.</p> <p>(b) Halle el valor de p.</p> <p>(c) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal del gráfico de f.</p>
<p>8</p> <p>Noviembre 2014 TZ2 P1</p> 	<p>La siguiente figura muestra el gráfico de la función f. Hay un punto mínimo local en A, donde $x > 0$.</p>  <p>La derivada de f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$.</p> <p>(a) Halle la coordenada x de A.</p> <p>(b) La intersección del gráfico con el eje y está en $(0, 6)$. Halle una expresión para $f(x)$.</p> <p>El gráfico de una función g se obtiene realizando una simetría del gráfico de f respecto al eje y, seguida de una traslación por el vector $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$.</p> <p>(c) Halle la coordenada x del punto mínimo local del gráfico de g.</p>
<p>9</p> <p>Mayo 2015 TZ1 P1</p> 	<p>A function f has its derivative given by $f'(x) = 3x^2 - 2kx - 9$, where k is a constant.</p> <p>(a) Find $f''(x)$.</p> <p>The graph of f has a point of inflexion when $x = 1$.</p> <p>(b) Show that $k = 3$.</p> <p>(c) Find $f'(-2)$.</p> <p>(d) Find the equation of the tangent to the curve of f at $(-2, 1)$, giving your answer in the form $y = ax + b$.</p> <p>(e) Given that $f'(-1) = 0$, explain why the graph of f has a local maximum when $x = -1$.</p>
<p>10</p> <p>Mayo 2015 TZ2 P1</p> 	<p>Sea $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.</p> <p>(a) Halle $g'(x)$.</p> <p>(b) Halle $\int g(x) dx$.</p>
<p>11</p> <p>Mayo 2015 TZ2 P1</p> 	<p>Sea $f(x) = e^{-2x}$.</p> <p>(a) Escriba $f'(x)$, $f''(x)$ y $f^{(3)}(x)$.</p> <p>(b) Halle una expresión para $f^{(n)}(x)$.</p>

12

Mayo
2015
TZ2
P1



Considere una función f cuyo dominio sea $-3 < x < 3$. La siguiente figura muestra el gráfico de f' , la **derivada** de f .



El gráfico de f' tiene puntos de intersección con el eje x en $x = a$, $x = 0$, y $x = d$. Hay un máximo local en $x = b$ y hay mínimos locales en $x = a$ y en $x = c$.

- (a) Halle todos los posibles valores de x para los cuales el gráfico de f es decreciente.
- (b) (i) Halle el valor de x para el cual el gráfico de f tiene un mínimo local.
(ii) Justifique su respuesta.
- (c) El área total de la región delimitada por el gráfico de f' y el eje x es igual a 15. Sabiendo que $f(a) = 3$ y $f(d) = -1$, halle el valor de $f(0)$.

13

Mayo
2015
TZ1
P2

$$\text{Let } f(x) = \frac{2x-6}{1-x}, \text{ for } x \neq 1.$$

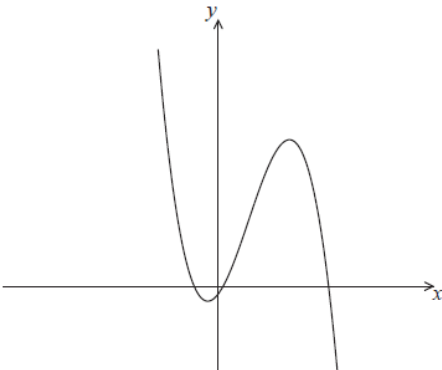


- (a) For the graph of f
- (i) find the x -intercept;
- (ii) write down the equation of the vertical asymptote;
- (iii) find the equation of the horizontal asymptote.
- (b) Find $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.



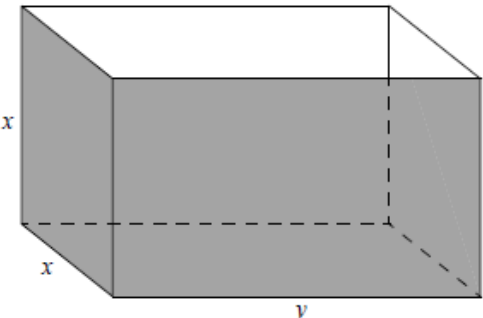
14

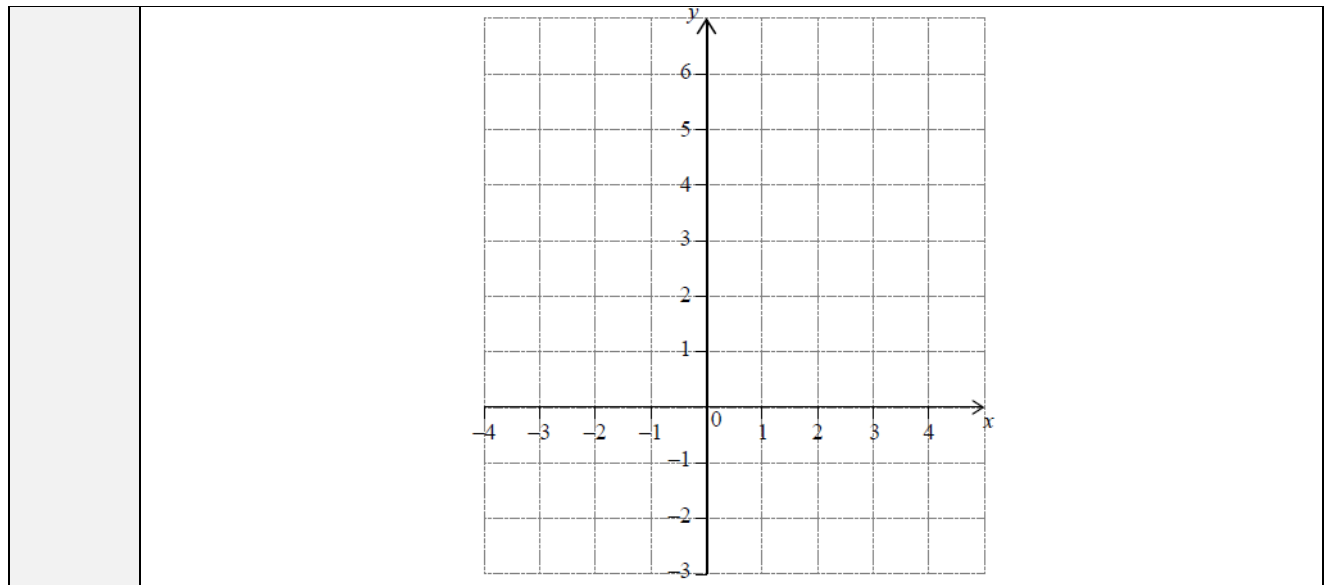
Mayo
2015
TZ1
P2

$$\text{Let } f(x) = \frac{\ln(4x)}{x}, \text{ for } 0 < x \leq 5.$$

Points $P(0.25, 0)$ and Q are on the curve of f . The tangent to the curve of f at P is perpendicular to the tangent at Q . Find the coordinates of Q .

<p>15</p> <p>Mayo 2015 TZ1 P2</p>	<p>The following diagram shows part of the graph of $f(x) = -2x^3 + 5.1x^2 + 3.6x - 0.4$.</p>  <p>(a) Find the coordinates of the local minimum point.</p> <p>(b) The graph of f is translated to the graph of g by the vector $\begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$. Find all values of k so that $g(x) = 0$ has exactly one solution.</p>
<p>16</p> <p>Noviembre 2015 TZ2 P1</p>	 <p>Let $f'(x) = 6x^2 - 5$. Given that $f(2) = -3$, find $f(x)$.</p>
<p>17</p> <p>Noviembre 2015 TZ2 P2</p>	<p>Let $f(x) = \ln(x^2)$, for $x \neq 0$.</p> <p>(a) Show that $f'(x) = \frac{2}{x}$.</p> <p>(b) The tangent to the graph of f at a point $P(d, f(d))$ passes through another point $Q(1, -3)$. Find the value of d.</p>
<p>18</p> <p>Mayo 2016 TZ1 P1</p> 	<p>Let $f'(x) = \frac{6-2x}{6x-x^2}$, for $0 < x < 6$.</p> <p>The graph of f has a maximum point at P.</p> <p>(a) Find the x-coordinate of P.</p> <p>The y-coordinate of P is $\ln 27$.</p> <p>(b) Find $f(x)$, expressing your answer as a single logarithm.</p> <p>(c) The graph of f is transformed by a vertical stretch with scale factor $\frac{1}{\ln 3}$. The image of P under this transformation has coordinates (a, b).</p> <p>Find the value of a and of b, where $a, b \in \mathbb{N}$.</p>

<p>19</p> <p>Mayo 2016 TZ1 P1</p> 	<p>Let $f(x) = \sqrt{4x+5}$, for $x \geq -1.25$.</p> <p>(a) Find $f'(1)$.</p> <p>Consider another function g. Let R be a point on the graph of g. The x-coordinate of R is 1. The equation of the tangent to the graph at R is $y = 3x + 6$.</p> <p>(b) Write down $g'(1)$.</p> <p>(c) Find $g(1)$.</p> <p>(d) Let $h(x) = f(x) \times g(x)$. Find the equation of the tangent to the graph of h at the point where $x = 1$.</p>
<p>20</p> <p>Mayo 2016 TZ1 P1</p> 	<p>Fred fabrica un contenedor de metal abierto con forma de ortoedro, tal y como se muestra en el siguiente diagrama.</p>  <p>El contenedor tiene x m de altura, x m de ancho y una longitud de y m. El volumen es igual a 36m^3.</p> <p>Sea $A(x)$ el área de la superficie externa del contenedor.</p> <p>(a) Muestre que $A(x) = \frac{108}{x} + 2x^2$.</p> <p>(b) Halle $A'(x)$.</p> <p>(c) Sabiendo que el área de la superficie externa tiene un valor mínimo, halle la altura del contenedor.</p> <p>(d) Fred pinta la parte externa del contenedor. Una lata de pintura da para cubrir una superficie de 10m^2 y cuesta \$20. Halle el costo total de las latas que se necesitan para pintar el contenedor.</p>
<p>21</p> <p>Mayo 2016 TZ2 P2</p>	<p>Sea $f(x) = e^{0.5x} - 2$.</p> <p>(a) Para el gráfico de f</p> <ol style="list-style-type: none"> escriba el punto de corte con el eje y; halle el punto de corte con el eje x; escriba la ecuación de la asíntota horizontal. <p>(b) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de f, para $-4 \leq x \leq 4$.</p>



22
Mayp
2016
TZ2
P2

Sea $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$, para $x > 1$.

- (a) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal del gráfico de f .
- (b) Halle $f'(x)$.

Sea $g(x) = ae^{-x} + b$, para $x \geq 1$. El gráfico de f y el de g tienen la misma asíntota horizontal.

- (c) Escriba el valor de b .
- (d) Sabiendo que $g'(1) = -e$, halle el valor de a .
- (e) Hay un valor de x , para $1 < x < 4$, para el cual el gráfico de f y el de g tienen la misma pendiente. Halle dicha pendiente.

23
Noviembre
2016
TZ2
P1



Sea $f(x) = \cos x$.

- (a) (i) Halle las cuatro primeras derivadas de $f(x)$.
- (ii) Halle $f^{(19)}(x)$.

Sea $g(x) = x^k$, donde $k \in \mathbb{Z}^+$.

- (b) (i) Halle las tres primeras derivadas de $g(x)$.
- (ii) Sabiendo que $g^{(19)}(x) = \frac{k!}{(k-p)!} (x^{k-19})$, halle p .

Sean $k = 21$ y $h(x) = (f^{(19)}(x) \times g^{(19)}(x))$.

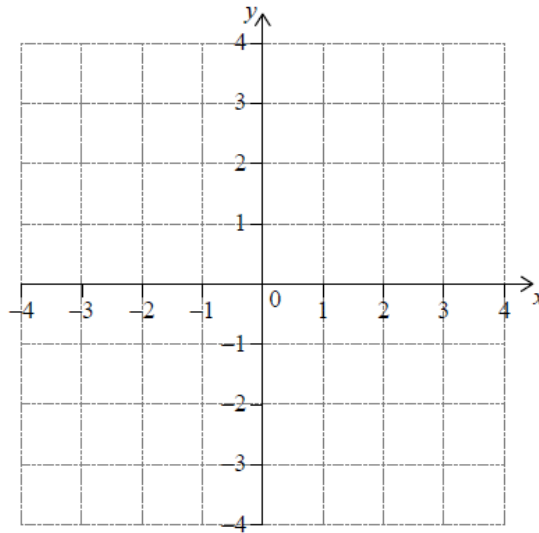
- (c) (i) Halle $h'(x)$.
- (ii) A partir de lo anterior, muestre que $h'(\pi) = \frac{-21!}{2} \pi^2$.

24

Noviembre
2016
TZ2
P2

Sea $f(x) = 0,225x^3 - 2,7x$, para $-3 \leq x \leq 3$. Hay un punto mínimo local en A.

- (a) Halle las coordenadas de A.
- (b) En la siguiente cuadrícula,
 - (i) dibuje aproximadamente el gráfico de f , indicando claramente la posición del punto A;
 - (ii) dibuje aproximadamente la tangente al gráfico de f en A.



25

Mayo
2017
TZ2
P1

Los valores de las funciones f y g y sus derivadas para $x = 1$ y $x = 8$ se muestran en la siguiente tabla.

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
1	2	4	9	-3
8	4	-3	2	5



Sea $h(x) = f(x)g(x)$.

- (a) Halle $h(1)$.
- (b) Halle $h'(8)$.