

MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO INTERNACIONAL NIVEL MEDIO - Serie 10: Funciones Aplicadas

- 1 En un aparcamiento cobran 40 céntimos por cada cuarto de hora de estancia (o fracción)
- ¿Cuánto nos costaría una estancia de 2h 25 min?
 - Construye la función a trozos del enunciado hasta una estancia de 2 horas.
 - Representa manualmente la gráfica de la función escalonada: Tarifa - tiempo (hasta 2 horas)
 - Si hemos pagado 2'80€, halla el mínimo y el máximo número de minutos que hemos podido estar aparcados.
- 2 En el recibo de la luz nos cobran 5,34€ mensuales por la potencia contratada y 0,041198€ por cada kilowatio-hora consumido.
- Calcula cuánto nos cobrarían un mes en el que hayamos consumido 924 Kwh.
 - Representa con ordenador la gráfica de dicha función
 - Escribe la expresión de dicha función
 - Si nos facturan 48,80€, ¿cuántos Kwh hemos consumido ese mes?
- 3 Las tarifas de una compañía telefónica se calculan a través de la función: $T(x) = 0,20 + 0,006x$, siendo x la duración de la llamada en segundos y $T(x)$ la tarifa correspondiente en euros.
- Representa manualmente la gráfica de dicha función hasta llamadas de 3 minutos.
 - ¿Cuánto cuesta el establecimiento de la llamada?
 - ¿Cuál ha sido la duración de una llamada si nos cobraron por ella 2,57€? Exprésala en minutos y segundos.
- 4 En los estudios epidemiológicos realizados en determinada población se ha descubierto que el número de personas afectadas por cierta enfermedad viene dado por la función:

$$N(x) = -3x^2 + 72x + 243$$

siendo x el número de días transcurridos desde que se detectó la enfermedad.

- Representa manualmente la gráfica de dicha función proponiendo valores de x adecuados al contexto del problema
 - Halla el número de días que han de transcurrir hasta que desaparezca la enfermedad.
 - Determina el número máximo de personas afectadas.
- 5 Una cadena de televisión ha presentado un nuevo programa para la franja de las 21 a las 23 horas. El porcentaje de audiencia (share) de la primera emisión vino dado por la siguiente función, donde $S(t)$ representa el share en la hora t .

$$S(t) = -3t^2 + 135t - 1500 \quad [21 \leq t \leq 23]$$

Para que la cadena siga emitiendo el programa el porcentaje de audiencia ha tenido que superar en algún momento el 18,5%.

- Representa con ordenador la gráfica de la función share.
 - Indica cuándo creció y cuándo decreció el share. ¿El programa seguirá emitiéndose?
- 6 Queremos comprar un coche y dudamos entre un coche de gasolina, por tener un precio más bajo, o uno de gasoil, por utilizar un combustible más barato. La tabla siguiente muestra características comparativas de un mismo modelo de coche en ambas versiones.

	Precio del coche	Consumo en ciudad (litros por km)	Precio del combustible
Versión Gasolina	24.610 €	0,11	0,99 €/litro
Versión Diesel	27.090 €	0,08	0,89 €/litro

- Calcula el total de dinero necesario para comprar el modelo gasolina y circular con él durante 10.000 Km.
- Repite el cálculo del apartado (a) pero con el modelo diesel.
- Representa en un mismo diagrama las dos gráficas que muestran el coste total en función de los kilómetros recorridos de ambos coches, considerando en la tabla valores de hasta 100.000 Km. circulados.
- ¿A partir de qué número de kilómetros resultaría más rentable la elección del modelo diesel?

- 7 La fórmula de desintegración radiactiva es $M(t) = M_0 \cdot k^{-t}$ en que M_0 sería la masa radioactiva inicial, M la masa radioactiva que permanece activa al cabo de t años y k una constante que depende del elemento radioactivo. Para el Carbono 14 (C14) la constante es $k = 0,99988$
- Partiendo de una masa de 500g de C14, calcula cuántos gramos quedarán pasado un millón de años.
 - Calcula cuántos años serían necesarios para reducir a la mitad esos 500g iniciales.
 - Representa gráficamente la función $M(t)$ y comprueba con qué lentitud va disminuyendo la masa radioactiva inicial. Prueba a modificar la escala del eje de abscisas visualizando 100 años, 1000 años etc, manteniendo siempre en el eje de ordenadas valores entre 0 y 500.

- 8 El tipo de cambio euro/dólar en Enero y Junio del año 2009 ha sido el que indica la tabla siguiente:

2009	Tipo de cambio
Enero	1,324 dólar/euro
Junio	1,402 dólar/euro

Haz una interpolación lineal para estimar el tipo de cambio en los meses de Abril y Diciembre de 2009. Sin más datos, ¿cuál de las dos estimaciones podría ser más fiable?

- 9 En una variable aleatoria con distribución normal nos proponen calcular el valor k de manera que se cumpla que $P[Z < k] = 0,89$. Los valores más próximos que encontramos en la tabla son estos: $P[Z < 1,22] = 0,8888$ $P[Z < 1,23] = 0,8907$. Estima mediante una interpolación lineal el valor de k .

- 10 En su día se realizó una predicción de la población mundial para el 2008, extrapolando los valores, ya conocidos, del 1995, 2000 y 2005. Estima esta cifra partiendo de los siguientes datos:

	Miles de habitantes
1995	5 674 328
2000	6 070 581
2005	6 453 628

Sabiendo que la cifra real de la población mundial en 2008 fue de 6 706 993 miles de habitantes, calcula el error absoluto y relativo cometidos en la estimación realizada.

MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO INTERNACIONAL NIVEL MEDIO - Funciones Aplicadas en clase

- 11** Para el envío de cartas que no excedan de 100g, el servicio de correos de un cierto país tiene las siguientes tarifas: Hasta 20 g de peso, se paga 0,65€, a partir de ese peso hay que sumarle 0,02€ por cada gramo de exceso de peso.
- ¿Cuánto nos cobrarían por una carta de 56 g. de peso?
 - Escribe la función a trozos que expresa la relación entre x , el peso de la carta e y , el precio del envío y representa manualmente su gráfica.
 - Si el franqueo es de 2'03 €, ¿cuánto pesa dicha carta?

- 12** Leemos a la entrada de un aparcamiento las siguientes tarifas por aparcar:

Por la primera media hora:	1€
A partir de los 30 minutos se paga a:	3 céntimos / minuto

- ¿Cuánto nos costaría una estancia de 2h 25 min?
 - Si hemos pagado 3,34€, ¿Cuántos minutos hemos estado aparcados?
- 13** En el recibo del agua de cierto municipio se cobra una cuota fija de 4€. Los primeros 50 m³ consumidos se pagan a 0'30 € / m³ y partir de ahí el precio es de 0'50 € / m³.
- Calcula cuánto nos facturarían por 62 m³.
 - Construye una función a trozos que permita conocer el importe de la factura según los metros cúbicos de agua consumidos.
- 14** El número de miembros de una peña deportiva fundada en 2002 es, x años después de su fundación:

$$f(x) = 160 + 60x - 10x^2$$

- Representa manualmente la gráfica de dicha función proponiendo valores de x adecuados al contexto del problema.
 - ¿En qué año tuvo el máximo número de miembros desde su fundación hasta hoy?
 - ¿Cuál es la tendencia actual, creciente o decreciente?
 - ¿Llegará a quedarse sin socios?
- 15** La temperatura T , en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso de calentamiento viene dada en función del tiempo t , en horas, por la expresión:

$$T(t) = 20 + 40t - t^2 \quad [0 \leq t \leq 40]$$

- Representa gráficamente la función T y determina la temperatura máxima que alcanza la pieza.
 - ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurridas 10 horas?
 - ¿En qué dos momentos la pieza tiene una temperatura de 195°?
- 16** Una persona tiene dos ofertas de trabajo para vender libros. La empresa A le promete 420€ mensuales fijos y el 20% de las ventas. La empresa B le ofrece 540€ mensuales fijos y el 15% de comisión.
- Calcula el total de dinero que ganaría en la empresa A si, en un mes, consiguiese vender libros por valor de 3.000€.
 - Repite el cálculo del apartado (a) pero en la empresa B.
 - Representa en un mismo diagrama las dos gráficas que muestran la cantidad cobrada al mes en cada empresa en función de la venta de libros.
 - ¿A cuánto debería ascender las ventas mensuales de libros para que le resultase preferible la oferta de la empresa A?

- 17** La magnitud M de un terremoto según la escala de Richter y la energía E (medida en julios) liberada en él están relacionadas por la expresión $M = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{2,5 \cdot 10^4}\right)$
- a) Representa gráficamente la función anterior utilizando una escala con la que se alcancen al menos magnitudes de 9 según la escala de Richter.
- b) ¿Qué energía liberó el terremoto de Valdivia en 1960, considerado el mayor terremoto de la historia, cuya magnitud fue de 9,5 según la escala de Richter? Exprésalo en notación científica con tres cifras decimales.
- c) Sabiendo que la bomba atómica de Hiroshima desprendió una energía de 20 kilotonnes, ¿cuántas bombas atómicas de su tipo se necesitarían para obtener el efecto destructivo del terremoto chileno? (1 kilotón = $4,184 \times 10^{12}$ julios)
- 18** El consumo de un coche a una velocidad media de 90 Km/h es de 6 litros cada 100 kilómetros mientras que si circulamos a una media de 120 Km/h el consumo de un coche pasa a ser de 10 litros cada 100 kilómetros. Haz una interpolación lineal para estimar el consumo del mismo coche a una velocidad de 100 Km/h
- 19** Las equivalencias que nos permiten transformar los grados Celsius a Fahrenheit y viceversa son: $212^{\circ}\text{F} = 100^{\circ}\text{C}$, $32^{\circ}\text{F} = 0^{\circ}\text{C}$. Calcula a cuántos grados Fahrenheit equivalen 36°C .
- 20** Vamos a realizar una predicción del Producto Interior Bruto español del 2005, extrapolando los valores, ya conocidos, del PIB de 2002, 2003 y 2004. Estima esta cifra partiendo de los siguientes datos:

	PIB (en Millones de €)
1995	729.206
2000	782.531
2005	840.106

Sabiendo que el PIB real español en 2005 fue de 905.455 Millones de euros, calcula el error absoluto y relativo cometidos en la estimación realizada.