MATEMÁTICAS 1º BI-NM – Serie 11: Límites y continuidad en Funciones Aplicadas

1. Las tarifas del servicio de correos para el envío de cartas son las que muestra la siguiente tabla:

Hasta 20g.	0'39 €
Más de 20g y hasta 50g.	0'42 €
Más de 50g y hasta 100g.	0'70 €
Más de 100g y hasta 200g.	1'10 €
Más de 200g y hasta 350g.	1'95 €
Más de 350g y hasta 1Kg.	3'80 €
Más de 1Kg. y hasta 2Kg.	4'55 €

a) ¿Cuánto nos cobrarían por una carta de 83 g. de peso?

b) Escribe una función a trozos $y = f(x)$ que exprese la relación entre x, el peso de la carta e y, el precio del envío.

c) Representa manualmente la gráfica de la función escalonada: Peso – Tarifa

d) Halla $\lim\limits_{x \to 100^-} f(x)$, $f(100)$, $\lim\limits_{x \to 100^+} f(x)$. ¿Es continua esta función en x = 100? ¿Y en x = 150?

2. Estamos organizando una excursión con dos grupos de ESO. Son en total 50 alumnos pero la cifra definitiva puede disminuir. Una empresa de transportes nos ofrece la utilización de autobuses de 40 plazas a un precio de 350 euros por cada vehículo.

a) Define una función $P(x) = \begin{cases} ¿? & \text{Si} \quad 0 < x \le 40 \\ ¿? & \text{Si} \quad 40 < x \le 50 \end{cases}$ que calcule el precio P que debe pagar cada viajero teniendo en cuenta la limitación en el número de plazas de los autobuses y llamando x a la cifra definitiva de excursionistas.

b) Comprueba que esta función no es continua en x = 40. ¿Podrías dar una explicación a este hecho?

3. La puntuación, de cero a diez, obtenida por un estudiante en un examen depende del tiempo (t expresado en horas) que haya dedicado a su preparación en los siguientes términos: $p(t) = \dfrac{20t}{2t+30}$

a) ¿Qué mínimo de horas tiene que estudiar para aprobar?

b) ¿Qué nota sacaría después de estudiar un número *enorme* de horas?

4. En una fotocopiadora cobran 5 céntimos por cada fotocopia. No obstante, si se le encargan mas de 10 copias, el precio por unidad disminuye y se calcularía mediante la siguiente función (x representa el nº de fotocopias encargadas, $P(x)$ el precio en céntimos de euro de <u>cada una</u> de las fotocopias):

$$P(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } 0 < x \le 10 \\ 3 + \dfrac{20}{x} & \text{si } \quad x > 10 \end{cases}$$

a) Calcula cuánto nos costarían 8 fotocopias

b) Calcula cuánto nos costarían 40 fotocopias

c) ¿Cuántas fotocopias hemos hecho si nos cobran cada una a 3,1 céntimos?

d) Cuando se hacen "*muchísimas*" fotocopias, ¿A cuánto tiende el precio de cada una de ellas?

5. Contando desde el día de su compra, la valoración de un coche en el mercado de 2ª mano (P en miles de euros) se expresa en función del tiempo (t en años transcurridos) según la siguiente función:

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t}) = \begin{cases} 18 & \text{Si} \quad \boldsymbol{t} = 0 \\ \dfrac{640}{\boldsymbol{t}+40} & \text{Si} \quad \boldsymbol{t} > 0 \end{cases}$$

a) ¿Cuánto nos ha costado el coche?

b) Comprueba que esta función no es continua en t = 0. ¿Podrías dar una explicación a este hecho?

c) Si el coche tiene muchísimos años, ¿qué valor tendrá en el mercado de 2ª mano?

d) Representa gráficamente la función precio - tiempo.

6. En una reserva natural marítima se está desarrollando un plan de protección de una especie de ballenas. Se prevé que el número de ejemplares que existirán en los próximos años (***t*** el tiempo en años transcurridos) viene dado por la función:

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{t}) = \frac{7500\boldsymbol{t} + 2000}{\boldsymbol{t} + 1}$$

   a) Determinar el número de ballenas que hay en la actualidad y las que habrá dentro de 9 años.
   b) ¿Cuántos años han de pasar hasta que hayan 7250 ballenas?
   c) Determinar el valor hacia el que tenderá en el futuro el número de ballenas de la reserva.
   d) Representa gráficamente la función nº de ballenas - tiempo.

7. Cierta empresa de material fotográfico oferta una máquina que es capaz de pasar a papel 15 fotografías por minuto. Sin embargo, sus cualidades se van deteriorando con el tiempo de forma que su rendimiento está en función de la antigüedad de la máquina de acuerdo con la siguiente expresión, en la que ***f*(*t*)** representa número de fotografías por minuto y ***t*** la antigüedad de la máquina expresada en años:

$$f(t) = \begin{cases} 15 - t & \text{Si } 0 \le t \le 5 \\ \dfrac{5t - 15}{t - 4} & \text{Si t} > 5 \end{cases}$$

   a) Comprueba que la función es continua en todo su dominio
   b) Dicen que con los años esta máquina baja su rendimiento hasta casi no revelar ninguna foto, ¿es esto cierto?

8. El peso que una plancha de cierto material es capaz de soportar depende de la edad de la misma según la siguiente función (el peso P en toneladas; ***t*** representa la edad en años de la plancha):

$$P(t) = \begin{cases} 50 - t^2 & \text{Si } 0 \le t \le 3 \\ 56 - \dfrac{20t}{t + 1} & \text{Si } t > 3 \end{cases}$$

   a) ¿Es el peso una función continua de la edad?
   b) Dicen que por mucho tiempo que transcurra, la plancha siempre aguantará más de 40 toneladas. ¿Estás de acuerdo?

9. El servicio de traumatología de un hospital va a implantar un nuevo sistema que pretende reducir a corto plazo las listas de espera. Con este plan, se prevé que a partir de ahora la siguiente función nos dirá en cada momento (***t*** en meses) el porcentaje de pacientes que podrá ser operado sin necesidad de entrar en lista de espera:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{Si } 0 \le t \le 10 \\ \dfrac{38t - 100}{0{,}4t} & \text{Si } t > 10 \end{cases}$$

   a) ¿Qué porcentaje tenemos en la actualidad?
   b) ¿Se producirá un cambio significativo dentro de 10 meses?
   c) Con este plan, ¿alcanzaremos el 100% de pacientes que operados sin necesidad de entrar en lista de espera?

10. Una sociedad cultural tiene un gasto fijo mensual de 1.800€ en concepto de personal contratado de limpieza y alquiler de local. En los últimos años se han ido dando de baja muchos de sus socios, de manera en la actualidad sólo tiene quince y se piensa que aun habrá más bajas. Si llamamos ***n*** al nº de miembros de la sociedad, la cuota individual mensual (C en euros) de cada socio sigue obviamente la función: $C(n) = \dfrac{1800}{n}$ $\left[0 < n \le 15\right]$.
   a) Representa gráficamente la función cuota - nº de socios.
   b) Halla $\lim_{n \to 0^+} C(n)$ e interpreta el resultado obtenido.

11. En una gran capital han establecido un peaje en el centro de la ciudad con el fin de disminuir la circulación de los coches en las zonas más saturadas. Esta tarifa (en euros) no es proporcional al tiempo sino que penaliza progresivamente las estancias largas (***t*** en minutos) según la función $0{,}001 \cdot (t^3 + 60t)$. En consecuencia el <u>coste por minuto</u> de una estancia de *t* minutos viene dado por la función: $C(t) = \dfrac{0{,}001 \cdot (t^3 + 60t)}{t}$, $(t > 0)$
   a) Representa gráficamente el coste por minuto y comprueba el encarecimiento para estancias muy prolongadas.
   b) Halla $\lim_{t \to 0^+} C(t)$ e interpreta el resultado obtenido.