

**MATEMÁTICAS 1º B.I. N.M. - Serie 8: Distribuciones de Probabilidad**

- 1 Una variable aleatoria  $X$  toma los valores 0, 3, 5, 6 y 10, con probabilidades 0'16; 0'25; 0'21; 0'12 y 0'26 respectivamente.
  - a) Comprueba que se trata de una función distribución de probabilidad
  - b) Halla la probabilidad de que la variable aleatoria  $X$  tome un valor par
  - c) Halla la media y la desviación típica de la variable aleatoria  $X$
- 2 Nos proponen el siguiente juego: Extraemos una carta de una baraja de 40. Si resulta ser un as recibimos un premio de 6 €, si la carta extraída es una sota o caballo o rey recibimos 4 €, en otro caso tendremos que pagar 3 €. Halla la media del premio recibido. ¿Nos interesa jugar a este juego?
- 3 Tenemos en una bolsa 3 bolas numeradas de 0 al 2 (una de cada). Extraemos al azar dos de las bolas y sumamos sus números.
  - a) Escribe todos los resultados que pueden darse y las probabilidades que definen su función distribución de probabilidad.
  - b) Halla la media y la desviación típica de dicha variable aleatoria.
- 4 A discrete random variable  $X$  has a probability distribution as shown in the table below.

$x$	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.1	$a$	0.3	$b$

- (a) Find the value of  $a + b$ .
  - (b) Given that  $E(X) = 1.5$ , find the value of  $a$  and of  $b$ .
- 5 Se lanzan dos dados equilibrados de **cuatro** caras, siendo uno rojo y otro verde. En cada dado, las caras están rotuladas 1, 2, 3 y 4 respectivamente. La puntuación que se obtiene con cada dado es el número de la cara sobre la cual se apoya al caer.
- (a) Escriba
    - (i) el espacio muestral;
    - (ii) la probabilidad de obtener dos 4.

Sea  $X$  el número de veces en las que 4 es el número de la cara sobre la cual se apoya el dado al caer.

- (b) **Copie** y complete la siguiente tabla de distribución de probabilidad para  $X$ .

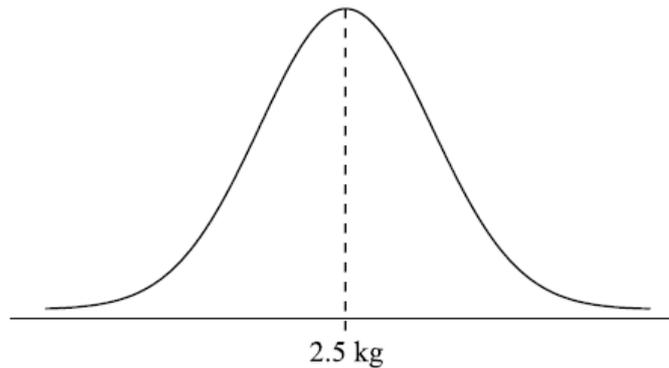
$x$	0	1	2
$P(X = x)$			

- (c) Halle  $E(X)$ .
- 6 A fair coin is tossed five times. Calculate the probability of obtaining
- (a) exactly three heads;
  - (b) at least one head.

- 7 A factory makes switches. The probability that a switch is defective is 0.04. The factory tests a random sample of 100 switches.
- Find the mean number of defective switches in the sample.
  - Find the probability that there are exactly six defective switches in the sample.
  - Find the probability that there is at least one defective switch in the sample.
- 8 The probability of obtaining heads on a biased coin is 0.18. The coin is tossed seven times.
- Find the probability of obtaining **exactly** two heads.
  - Find the probability of obtaining **at least** two heads.
- 9  $Z$  es una variable aleatoria normal  $N(0,1)$ . Halla:
- $P[Z \leq 0,43]$
  - $P[Z \leq -1,46]$
  - $P[Z > 1,61]$
  - $P[Z > -2,06]$
  - $P[0,91 < Z \leq 2,3]$
  - $P[-1,72 < Z \leq -0,23]$
  - $P[-0,74 < Z \leq 1,5]$
  - $P[-0,75 < Z \leq 4,1]$
- $Z$  es una variable aleatoria normal  $N(0,1)$ . Halla el valor de  $a$  tal que:
- $P[Z \leq a] = 0'8599$
  - $P[Z \leq a] = 0'0392$
  - $P[Z > a] = 0'0951$
  - $P[Z > a] = 0'67$
- 10 The heights of a group of students are normally distributed with a mean of 160 cm and a standard deviation of 20 cm.
- A student is chosen at random. Find the probability that the student's height is greater than 180 cm.
  - In this group of students, 11.9 % have heights less than  $d$  cm. Find the value of  $d$ .
- 11 Una camioneta puede ir por el Camino A o por el Camino B para hacer un determinado viaje.
- Si va por el Camino A, se puede suponer que la duración del viaje sigue una distribución normal, de media 46 minutos y desviación típica 10 minutos.
- Si va por el Camino B, se puede suponer que la duración del viaje sigue una distribución normal, de media  $\mu$  minutos y desviación típica 12 minutos.
- Para el Camino A, halle la probabilidad de que la duración del viaje sea **superior** a 60 minutos.
  - Para el Camino B, la probabilidad de que la duración del viaje sea **inferior** a 60 minutos es 0,85. Halle el valor de  $\mu$ .
  - La camioneta sale a las 06:00 y necesita llegar antes de las 07:00.
    - ¿Por qué camino debería ir?
    - Justifique su respuesta.
  - A lo largo de cinco días consecutivos la camioneta sale a las 06:00 y va por el Camino B. Halle la probabilidad de que
    - los cinco días llegue antes de las 07:00;
    - al menos tres días llegue antes de las 07:00.

**12** The weights of chickens for sale in a shop are normally distributed with mean 2.5 kg and standard deviation 0.3 kg.

- (a) A chicken is chosen at random.
  - (i) Find the probability that it weighs less than 2 kg.
  - (ii) Find the probability that it weighs more than 2.8 kg.
  - (iii) Copy the diagram below. Shade the areas that represent the probabilities from parts (i) and (ii).



- (iv) **Hence** show that the probability that it weighs between 2 kg and 2.8 kg is 0.7936 (to four significant figures).

- (b) A customer buys 10 chickens.
  - (i) Find the probability that all 10 chickens weigh between 2 kg and 2.8 kg.
  - (ii) Find the probability that at least 7 of the chickens weigh between 2 kg and 2.8 kg.

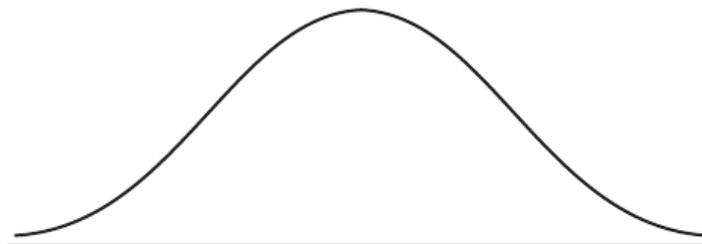
**13** The heights of certain plants are normally distributed. The plants are classified into three categories.

The shortest 12.92 % are in category A.

The tallest 10.38 % are in category C.

All the other plants are in category B with heights between  $r$  cm and  $t$  cm.

- (a) Complete the following diagram to represent this information.



- (b) Given that the mean height is 6.84 cm and the standard deviation 0.25 cm, find the value of  $r$  and of  $t$ .

**MATEMÁTICAS 1º B.I. N.M. - Distribuciones de Probabilidad (para hacer en clase)**

- 21 Una variable aleatoria  $X$  toma los valores 1, 2, 3, 4 y 5, con probabilidades proporcionales a su valor nominal.  
 a) Construye la tabla de su función probabilidad  
 b) Halla la probabilidad de que la variable aleatoria  $X$  tome un valor par  
 c) Halla la media y la desviación típica de la variable aleatoria  $X$
- 22 Nos proponen el siguiente juego: Lanzamos un dado de parchís. Si resulta ser un seis recibimos un premio de 6 €, si es un cinco recibimos 5 €, en otro caso tendremos que pagar 3 €. Halla la media del premio recibido. ¿Nos interesa jugar a este juego?
- 23 Two standard six-sided dice are tossed. A diagram representing the sample space is shown below.

		Score on second die					
		1	2	3	4	5	6
Score on first die	1	•	•	•	•	•	•
	2	•	•	•	•	•	•
	3	•	•	•	•	•	•
	4	•	•	•	•	•	•
	5	•	•	•	•	•	•
	6	•	•	•	•	•	•

Let  $X$  be the sum of the scores on the two dice.

- (a) Find
- (i)  $P(X = 6)$ ;
  - (ii)  $P(X > 6)$ ;
  - (iii)  $P(X = 7 | X > 5)$ .
- (b) Elena plays a game where she tosses two dice.

If the sum is 6, she wins 3 points.  
 If the sum is greater than 6, she wins 1 point.  
 If the sum is less than 6, she loses  $k$  points.

Find the value of  $k$  for which Elena's expected number of points is zero.

**24**

Three students, Kim, Ching Li and Jonathan each have a pack of cards, from which they select a card at random. Each card has a 0, 3, 4, or 9 printed on it.

- (a) Kim states that the probability distribution for her pack of cards is as follows.

$x$	0	3	4	9
$P(X = x)$	0.3	0.45	0.2	0.35

Explain why Kim is incorrect.

- (b) Ching Li correctly states that the probability distribution for her pack of cards is as follows.

$x$	0	3	4	9
$P(X = x)$	0.4	$k$	$2k$	0.3

Find the value of  $k$ .

- (c) Jonathan correctly states that the probability distribution for his pack of cards is given by  $P(X = x) = \frac{x+1}{20}$ . One card is drawn at random from his pack.

- (i) Calculate the probability that the number on the card drawn is 0.  
 (ii) Calculate the probability that the number on the card drawn is greater than 0.

**25**

a) Queremos lanzar tres dados de parchís y contar el número de cincos obtenido. Construye la tabla de probabilidades de dicha variable aleatoria. ¿Se trata de una distribución binomial? Halla su esperanza matemática y su desviación típica.

b) Tenemos en una bolsa seis bolas iguales numeradas del 1 al seis. Queremos extraer al azar tres bolas y contar el número de cincos obtenido. Construye la tabla de probabilidades de dicha variable aleatoria. ¿Se trata de una distribución binomial? Halla su esperanza matemática y su desviación típica.

**26**

Se ha realizado una estadística por la cual se estima que el 70% de los jóvenes menores de 20 años que fuman son mujeres. En un grupo de 8 fumadores calcula la probabilidad de que:

- a) Todos sean hombres  
 b) Halla tantos hombres como mujeres  
 c) Hallar la media y la desviación típica del número de mujeres que hay en el grupo de 8 fumadores

**27**

Paula goes to work three days a week. On any day, the probability that she goes on a red bus is  $\frac{1}{4}$ .

- (a) Write down the expected number of times that Paula goes to work on a red bus in one week.

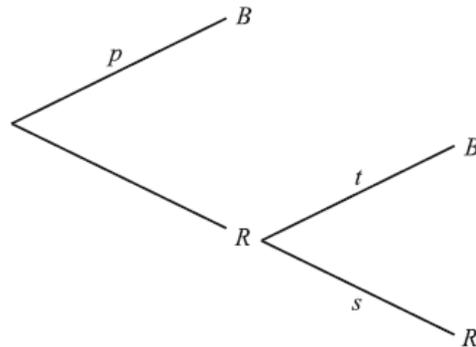
In one week, find the probability that she goes to work on a red bus

- (b) on exactly two days;  
 (c) on at least one day.

**28** A four-sided die has three blue faces and one red face. The die is rolled.

Let  $B$  be the event a blue face lands down, and  $R$  be the event a red face lands down.

- (a) Write down
  - (i)  $P(B)$ ;
  - (ii)  $P(R)$ .
- (b) If the blue face lands down, the die is not rolled again. If the red face lands down, the die is rolled once again. This is represented by the following tree diagram, where  $p, s, t$  are probabilities.



Find the value of  $p$ , of  $s$  and of  $t$ .

Guisseppi plays a game where he rolls the die. If a blue face lands down, he scores 2 and is finished. If the red face lands down, he scores 1 and rolls one more time. Let  $X$  be the total score obtained.

- (c) (i) Show that  $P(X = 3) = \frac{3}{16}$ .
- (ii) Find  $P(X = 2)$ .
- (d) (i) Construct a probability distribution table for  $X$ .
- (ii) Calculate the expected value of  $X$ .
- (e) If the total score is 3, Guisseppi wins \$ 10. If the total score is 2, Guisseppi gets nothing.

Guisseppi plays the game twice. Find the probability that he wins exactly \$ 10.

**29**  $Z$  es una variable aleatoria normal  $N(0,1)$ . Halla:

- a)  $P[Z \leq 1,47]$       b)  $P[Z \leq -2,04]$       c)  $P[Z > 1,65]$       d)  $P[Z > -3,26]$
- e)  $P[0,94 < Z \leq 2]$       f)  $P[-0,72 < Z \leq -0,35]$       g)  $P[-1 < Z \leq 1]$       h)  $P[-4,52 < Z \leq 2,1]$

$Z$  es una variable aleatoria normal  $N(0,1)$ . Halla el valor de  $a$  tal que:

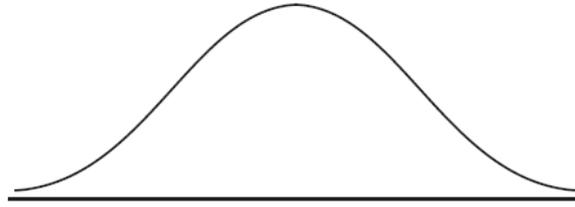
- i)  $P[Z \leq a] = 0,9649$       j)  $P[Z \leq a] = 0,0322$       k)  $P[Z > a] = 0,8729$       l)  $P[Z > a] = 0,3446$

**30** The heights of certain flowers follow a normal distribution. It is known that 20 % of these flowers have a height less than 3 cm and 10 % have a height greater than 8 cm.

Find the value of the mean  $\mu$  and the standard deviation  $\sigma$ .

**31** Los pesos de un grupo de niños siguen una distribución normal, siendo la media 22,5 kg y la desviación típica igual a 2,2 kg.

- (a) Escriba la probabilidad de que un niño elegido al azar pese más de 25,8 kg.
- (b) Del total de niños del grupo, un 95 % pesa menos de  $k$  kilogramos. Halle el valor de  $k$ .
- (c) El siguiente diagrama muestra una curva normal.

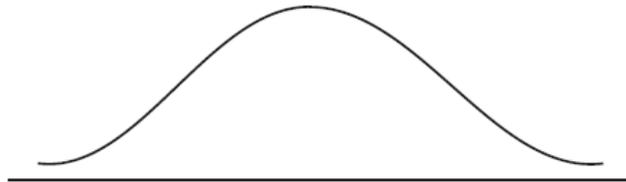


Sobre el diagrama, sombree la región que representa la siguiente información:

87 % de los niños pesa menos de 25 kg

**32** A box contains a large number of biscuits. The weights of biscuits are normally distributed with mean 7 g and standard deviation 0.5 g.

- (a) One biscuit is chosen at random from the box. Find the probability that this biscuit
  - (i) weighs less than 8 g;
  - (ii) weighs between 6 g and 8 g.
- (b) Five percent of the biscuits in the box weigh less than  $d$  grams.
  - (i) Copy and complete the following normal distribution diagram, to represent this information, by indicating  $d$ , and shading the appropriate region.



(ii) Find the value of  $d$ .

- (c) The weights of biscuits in another box are normally distributed with mean  $\mu$  and standard deviation 0.5 g. It is known that 20 % of the biscuits in this second box weigh less than 5 g.

Find the value of  $\mu$ .

**33** En una asignatura de Psicología evolutiva se ha podido determinar que las calificaciones de distribuyen según una  $N(5; 1'5)$ .

- a) ¿Qué porcentaje de alumnos obtendrían menos de 6?
- b) ¿A partir de qué nota se encontrará el 75% de los alumnos mejor calificados?
- c) ¿Hasta qué nota obtendrían el 5% de los alumnos peor calificados?
- d) Elegido un alumno al azar, ¿qué probabilidad existe de que su nota fuese superior a 8?
- e) Elegidos cincuenta alumnos al azar, ¿qué probabilidad existe de que exactamente treinta de ellos tengan una nota superior a 8?