

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES (sin parámetros)

Discute y Resuelve:

$$1. \begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x + 3y = 2 \\ x + 5y = 10 \\ 3x = -5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ x + 2y = -1 \\ 3x - 4y = 9 \\ 2x - 5y = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2y - 3z = 4 \\ x - 2y + z = -1 \\ 3x - y + z = 2 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 6x + 2y - z = 1 \\ 3x + y - 3z = -2 \\ 6x + 2y - 11z = -9 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 4x - 2y - z - t = 2 \\ -2x + y + 3z + t = 3 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ -x + y - 3z = 0 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x - y = 4 \\ -6x + 2y = -8 \\ 2x + 3y = 0 \\ x + 7y = -4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ 3x - 2y + z = -1 \\ 2x + 10z = 2 \\ x + 2z = 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -x + y - 5z = 3 \\ 2x - 3y + z = 1 \\ x + 14z = -10 \\ 6x - 10y - 6z = 10 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x - 2y + 3z - t = 1 \\ 3x - y - z + 2t = 4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} y - 2z = 3 \\ 4y + z = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 0 \\ x - z = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES (con parámetros)

Discute y resuelve según valores del parámetro:

$$1. \quad \left. \begin{array}{l} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = -1 \end{array} \right\}$$

$$3. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = a \\ x + (1+a)y + z = 2a \\ x + y + (1+a)z = 0 \end{array} \right\}$$

$$5. \quad \left. \begin{array}{l} 4x + 2y + z = ax \\ 2x + 4y + 2z = ay \\ 2x + 4y + 8z = az \end{array} \right\}$$

$$7. \quad \left. \begin{array}{l} x + a^2y + a = 0 \\ ax + y + a^2 = 0 \\ a^2x + ay + 1 = 0 \end{array} \right\}$$

$$9. \quad \left. \begin{array}{l} 3x - (3k + 10)y + 2(3 - k)z = -6(3 + k) \\ x + (5 - k)y + (4 + k)z = -10 + 3k \\ x - ky + 2z = -6 \end{array} \right\}$$

$$11. \quad \left. \begin{array}{l} y + 2z = 0 \\ 3y + z = 0 \\ my + z = 0 \end{array} \right\}$$

$$13. \quad \left. \begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \\ x + y + 3z = 2 \end{array} \right\}$$

$$15. \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = 8 \\ kx - y - z = 1 \\ x - y + z = -2 \end{array} \right\}$$

$$2. \quad \left. \begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \\ x + ay + 3z = 2 \end{array} \right\}$$

$$4. \quad \left. \begin{array}{l} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{array} \right\}$$

$$6. \quad \left. \begin{array}{l} 2x + ay + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \\ ax - y + 13z = 0 \end{array} \right\}$$

$$8. \quad \left. \begin{array}{l} x + \lambda y - z = 2 \\ 2x - y + \lambda z = 5 \\ x + 10y - 6z = 1 \end{array} \right\}$$

$$10. \quad \left. \begin{array}{l} 2x - ky + 4z = 2 \\ kx - y + z = -3 \\ x + y + z = 1 \end{array} \right\}$$

$$12. \quad \left. \begin{array}{l} mx - y = 1 \\ x - my = 2m - 1 \end{array} \right\}$$

$$14. \quad \left. \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 1 \\ x + ky + 3z = 3 \\ y - z = 0 \\ 3y - z = 2 \end{array} \right\}$$

$$16. \quad \left. \begin{array}{l} x - 3z = 0 \\ y - t = 0 \\ -3y + 2z = 0 \\ -4x + \lambda t = 0 \end{array} \right\}$$

## PROBLEMAS que dan lugar a sistemas lineales de ecuaciones

- 1 Una madre y sus dos hijos tienen en conjunto 60 años. El hijo mayor tiene tres veces la edad del menor, y la madre tiene el doble de la suma de las edades de los hijos. Plantea un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que resuma el enunciado y resuélvelo.
- 2 Una compañía de transporte tiene tres camiones diferentes P, Q y R en los que caben un cierto número de contenedores de tres tipos A, B y C de acuerdo con la siguiente tabla:

	Camión P	Camión Q	Camión R
Contenedor A	2	5	1
Contenedor B	1	1	2
Contenedor C	1	2	1

Se desea transportar 9 contenedores del tipo A, 18 del B y 9 del C, utilizando en cada viaje camiones totalmente llenos. Plantea un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que resuma el enunciado y resuélvelo. Comprueba que la solución queda aparentemente indefinida, pero que la solución, en el contexto del problema, es única.

- 3 Recuerdo que al pagar 2,50€ en una tienda utilicé ocho monedas, algunas eran de 50c y las restantes eran todas iguales. ¿Podría asegurar qué tipo de monedas utilicé?
- 4 Un comerciante compra televisores, DVD's y ordenadores. El precio de los televisores ha sido de 400 €/unidad y el de los DVD's de 60 €/unidad, pero ha perdido la factura de los ordenadores. Sabemos que:
  - El gasto de ordenadores es 60 € superior a la suma del gasto de televisores y DVD's.
  - Por cada televisor ha comprado un DVD.
  - El número de DVD's comprados es dos unidades mayor que el de ordenadores.
 Llamando  $m$  al precio en euros de cada ordenador:
  - a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función de  $m$ ) para determinar el número de televisores, DVD's y ordenadores que compró.
  - b) ¿Hay alguna cantidad que sea imposible como precio de cada ordenador? Razona la respuesta
  - c) ¿Existe algún valor de  $m$  con el que el sistema tenga más de una solución? Razona la respuesta
  - d) Resuelve el sistema para  $m = 600$  €
- 5 Una caja llena de tornillos y tuercas pesa 6 kilos. Sabemos que el número total de piezas es 240. Cada tornillo pesa 25 gramos pero desconocemos cuanto pesa cada tuerca.
  - a) Plantea un sistema de ecuaciones que represente el problema.
  - b) ¿Podríamos asegurar lo que pesa cada tuerca?
  - c) ¿Podríamos asegurar lo que no pesa cada tuerca?
  - d) Si cada tuerca pesara 15 gramos ¿cuántas tuercas habría en la caja?
  - e) Si cada tuerca **no** pesara 25 gramos ¿cuántas tuercas habría en la caja?

6 a) Resuelve el sistema: 
$$\begin{cases} 6x - 2y + z = 7 \\ 3x - y + 3z = 1 \\ 3x - y + 8z = -4 \end{cases}$$

b) ¿Tiene el sistema alguna solución en que los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  sumen 3?

- 7 La suma de las edades, en el momento actual, de un padre y sus dos hijos, es 73 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad del hijo menor y hace doce años la edad del hijo mayor era doble de la edad de su hermano. Halla la edad de cada uno.
- 8 La suma de las tres cifras de un número es 7. La cifra de las centenas es igual a la cifra de las decenas más el doble de la cifra de las unidades. Si se invierte el orden de las cifras, el número disminuye en 297 unidades. Halla dicho número.
- 9 Halla la ecuación de la parábola  $y = ax^2 + bx + c$  que pasa por los puntos: (0, 0) (1, 1) (-2, 8)
- 10 Se desea mezclar vino de 55€/litro con otro de 40€/litro, de modo que la mezcla resulte a 45€/litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben utilizarse para obtener 300 litros de la mezcla?
- 11 Los lados de un triángulo miden 15, 18 y 23 cm. Con centro en cada vértice se trazan tres circunferencias que son tangentes entre sí, dos a dos. Halla los radios de las mismas.
- 12 Los perímetros de las caras de un ortoedro son 54, 80 y 98 cm. Calcula el área total y el volumen.