Binomio de Newton desde 2014

① $(x+3)^{10}$

a/ 11 términos

b/ si $x^3 \rightarrow \binom{10}{r}(x)^{10-r}\cdot 3^r \Rightarrow 10-r=3 \Rightarrow r=7$

$\hookrightarrow \binom{10}{7}x^3\cdot 3^7 = 120\cdot x^3\cdot 2187 = \boxed{262440\cdot x^3}$

---

② $x^2\cdot\left(3x^2+\frac{K}{x}\right)^8 \longrightarrow$ Como está multiplicado por x^2, el termino cte, la x está elevada a -2

$\binom{8}{r}(3x^2)^{8-r}\cdot\left(\frac{K}{x}\right)^r \longrightarrow$ Controlando exclusivamente las x, de los términos con x

$(x^2)^{8-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^r \Rightarrow x^{-2}$

$x^{16-2r}\cdot x^{-r} = x^{-2} \Rightarrow x^{16-2r-r} = x^{-2} \Rightarrow$

$16-2r-r=-2 \Rightarrow 16-3r=-2 \Rightarrow 18=3r \Rightarrow \boxed{r=6}$

Luego:

$\binom{8}{6}\cdot(3x^2)^2\cdot\left(\frac{K}{x}\right)^6 = 16128 \Rightarrow 28\cdot 9x^4\cdot\frac{K^6}{x^6} = 16128$

Controlando solamente los valores que dan lugar al coeficiente $\Rightarrow$

$252\cdot K^6 = 16128 \Rightarrow K^6 = 64 \Rightarrow \boxed{K=\pm 2} \Rightarrow K=\pm 2$

---

③ $\left(\frac{x^3}{2}+\frac{P}{x}\right)^8 \Rightarrow \binom{8}{r}\cdot\left(\frac{x^3}{2}\right)^{8-r}\cdot\left(\frac{P}{x}\right)^r \rightarrow$ Controlando solamente las x

$(x^3)^{8-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^r = x^0 \Rightarrow 24-3r-r=0$

$24=4r$

$\boxed{r=6}$

③ Cont.

para $r=6 \rightarrow$ el término es cte

$\binom{8}{6}\cdot\left(\frac{x^3}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{p}{x}\right)^6 = 5103 \rightarrow 28\cdot\frac{\cancel{x^6}}{4}\cdot\frac{p^6}{\cancel{x^6}} = 5103$

$7\cdot p^6 = 5103 \rightarrow p^6 = 729 \rightarrow \boxed{p = \pm\sqrt[6]{729} = \pm 3}$

Controlando la x.

④ a) 9 términos

b) term in $x^3 \rightarrow \binom{8}{r}\cdot(2x)^{8-r}\cdot 3^r \rightarrow x^{8-r} = x^3 \rightarrow 8-r=3$

$\boxed{r=5}$

luego el término es:

$\binom{8}{5}(2x)^3\cdot 3^5 = 56\cdot 8x^3\cdot 243 = \boxed{108.864\,x^3}$

---

⑤ Si es el tercer término $\rightarrow r=2$

$\binom{8}{2}x^6\cdot K^2 = 63x^6$

$28K^2 = 6$ Solo coeficients $\rightarrow \boxed{K = \pm 1'5}$

---

⑥ término en x^2 $(3x+1)^n \rightarrow \binom{n}{r}(3x)^{n-r}\cdot 1^r \rightarrow n-r=2 \rightarrow \boxed{r=n-2}$

$\binom{n}{n-2}(3x)^2 = 135n$

$n-(n-2)! = 2!$

$\frac{n\cdot(n-1)\cancel{(n-2)(n-3)\dots}}{\cancel{(n-2)(n-3)(n-4)\dots}\cdot 2!}$

$\frac{\cancel{n}\cdot(n-1)}{2}\cdot 9 = 135\cancel{n} \rightarrow n-1=30$

$\boxed{n=31}$

otra forma: $\binom{n}{r}3x^{\overset{=2}{n-r}}\cdot 1^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}\cdot 9(x^2) \rightarrow 135n(x^2)$

$\frac{n!}{r!\,2!}9 = 135n \rightarrow \frac{n!}{r!} = 30\cdot n \rightarrow \frac{n(n-1)\cdot(n-2)\dots}{r!\dots} = 30n$

* Encontrar un producto q factorialmente (concretamente de 30)

- opción 1 $\quad 6\cdot 5 = 30$ (2 factor) $\rightarrow$ No válido. Sería $n=7$. ¿ No funciona
- opción 2 $\quad 30$ (1 factor) $\rightarrow$ Si válido.

luego $n=31$