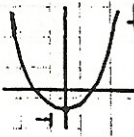
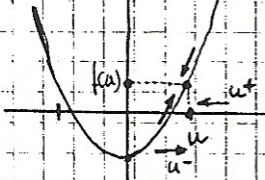
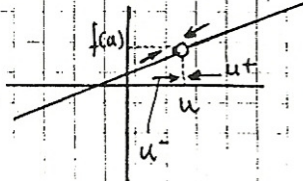
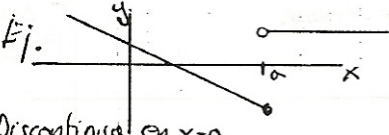


LÍMITES Y CONTINUIDAD

DEF. de FUNCIÓN	Función real de variable real es toda correspondencia f que asocia a cada elemento de un determinado subconjunto de números reales otro número real.	Ej: $f(x) = 2x^2$ para $x=1 \rightarrow y=2$ para $x=2 \rightarrow y=8$
DOMINIO	Subconjunto en el que se define la función. (Valores que puede tomar la x).	 $f(x) = x^2 - 1$ Dom = $\mathbb{R}$ R = $[-1, \infty)$
RECORRIDO	Conjunto de los números reales que toma la variable y .	
LÍMITE de FUNCIONES DEF.	Una función $f(x)$ tiene por límite el número L en $x=u$, si para toda sucesión de valores $x_n \neq u$ del dominio que tenga por límite u , la sucesión de los valores correspondientes $f(x_n)$ tiene por límite L . NOTA: No es necesario que la función esté definida en $x=u$ para que tenga límite. INTUITIVAMENTE: Valor al que se aproxima la función $f(x)$ cuando x se aproxima al punto en cuestión. Ej: $x=u$ de puede aproximar por la derecha de $u = u^+$ } $\lim$ de puede aproximar por la izquierda de $u = u^-$ } laterales	 
LÍMITE DETERMINADO	Sustituyendo u en $f(x)$, el resultado tiene sentido.	Ej: $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{2x}$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
LÍMITE INDETERMINADO	Sustituyendo u en $f(x)$, el resultado no tiene sentido: Ej: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty, \frac{K}{0}$ NOTA: Límite indeterminado no significa que no exista. RESOLUCIÓN: $\frac{0}{0} \rightarrow$ Se factoriza $\frac{\infty}{\infty} \rightarrow$ Se divide numerador y denominador por la potencia máxima del denominador. $\frac{K}{0} \rightarrow$ Se calculan los límites laterales.	$\infty - \infty$ Se hacen operaciones si son fracciones. Si son raíces se multiplica y divide por el conjugado. 1^∞ Se intenta poner: $(1 + \frac{1}{n})^n$
CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO	INTUITIVAMENTE: Una función es continua si se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel. DEFINICIÓN: Una función es continua en un punto si existe el límite en él y coincide con el valor que toma la función en ese punto. $f(x)$ es continua en $x=a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ La continuidad de $f(x)$ en $x=a$ implica que se cumple: ① $\exists$ el límite de $f(x)$ en $x=a$ ② la función está definida en $x=a$. $\exists f(a)$ ③ los dos valores anteriores coinciden.	Ej:  Discontinua en $x=a$

CONTINUIDAD en un INTERVALO	Una función es continua en un intervalo abierto (a, b), si lo es en cada uno de sus puntos. Una función es continua en un intervalo cerrado $[a, b]$, si lo es en todos los puntos de $[a, b]$ y además es continua por la derecha en a y por la izquierda en b.	
CONTINUIDAD LATERAL	Una función es continua por la derecha en un punto si el límite por la derecha en él y coincide con el valor que toma la función en ese punto. $f(x)$ continua en a^+ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ Por la izquierda se define de forma similar.	
DISCONTINUIDAD	Una función es discontinua en un punto $x=a$, cuando no es continua en $x=a$. Se cumple alguna de las dos condiciones siguientes: a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ b) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	
TIPOS: ① DISCONTINUIDAD EVITABLE ② DISCONTINUIDAD INEVITABLE	Los límites laterales coinciden, es decir, tiene límite en $x=a$, pero no coincide con el valor de la función en el mismo. Ej. a) anterior Una función tiene una discontinuidad inevitable en un punto $x=a$ cuando existen los límites laterales en él y son distintos. El salto que se produce entonces en la función, puede ser finito, si es un número real, o infinito. Ej. b) anterior = salto finito $SALTO = \left \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \right$	c) SALTO INFINITO