TIPOS BÁSICOS DE PROBLEMAS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL ESPACIO

Problemas De Geometría Afín

Halla el punto intersección de dos rectas (secantes)
Halla el punto intersección de una recta y un plano (no paralelos)
Halla el punto intersección de tres planos (no paralelos dos a dos)

Halla la recta que contiene a un punto y es paralela a otra recta
Halla la recta que contiene a dos puntos
Halla la recta que contiene a un punto y es perpendicular a un plano
Halla la recta determinada por dos planos (secantes)
Halla la recta que contiene a un punto, es paralela a dos planos
Halla la recta que contiene a un punto, es paralela a un plano y perpendicular a otra recta
Halla la recta que contiene a un punto y es perpendicular a otras dos rectas
Halla la recta que corta perpendicularmente a otras dos rectas (que se cruzan)
Halla la recta que contiene a un punto y corta perpendicularmente a otra recta

Halla el plano que contiene a un punto y es paralelo a dos rectas
Halla el plano que contiene a una recta y es paralelo a otra recta
Halla el plano que contiene a un punto y contiene a una recta
Halla el plano que contiene a dos puntos y es paralelo a una recta
Halla el plano que contiene a un punto y es paralelo a dos rectas
Halla el plano que contiene a tres puntos (no alineados)
Halla el plano que contiene a dos rectas que se cortan en un punto
Halla el plano que contiene a dos rectas paralelas
Halla el plano que contiene a un punto y es paralelo a otro plano
Halla el plano que contiene a un punto y es perpendicular a una recta
Halla el plano que contiene a un punto y que es perpendicular a otros dos planos
Halla el plano que contiene a un punto, es perpendicular a otro plano y es paralelo a una recta
Halla el plano que es perpendicular a otro plano y contiene a una recta
Dados dos planos que se cortan sobre una recta, halla la ecuación del haz de planos al que pertenecen.
Dada una recta, halla la ecuación del haz de planos que la contienen.

Posiciones Relativas

Estudia la posición relativa de un punto y una recta
Estudia la posición relativa de un punto y un plano
Estudia la posición relativa de dos rectas
Estudia la posición relativa de una recta y un plano
Estudia la posición relativa de dos planos
Estudia la posición relativa de tres planos

Problemas De Geometría Euclídea

Halla el ángulo determinado por dos rectas
Halla el ángulo determinado por una recta y un plano
Halla el ángulo determinado por dos planos

Halla la distancia entre dos puntos
Halla la distancia entre un punto y un plano
Halla la distancia entre un punto y una recta
Halla la distancia entre dos rectas paralelas
Halla la distancia entre dos rectas que se cruzan
Halla la distancia entre dos planos paralelos
Halla la distancia entre una recta y un plano paralelo a ella

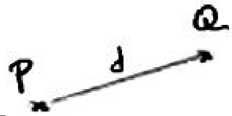
Halla el área de un triángulo

Halla el volumen de un tetraedro

RESUMEN DE FÓRMULAS Y MÉTODOS EN EL ESPACIO EUCLÍDEO

Distancia entre dos Puntos

$$d(P,Q)=\left|\vec{PQ}\right|$$

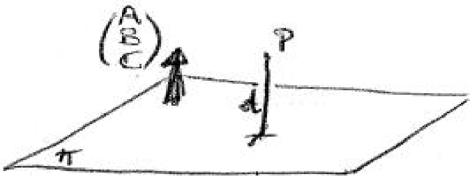


Distancia de un Punto a un Plano

$$P=(x_0,y_0,z_0)$$

$$\circledR : Ax+By+Cz+D=0$$

$$d(P,\circledR)=\frac{\left|Ax_0+By_0+Cz_0+D\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$



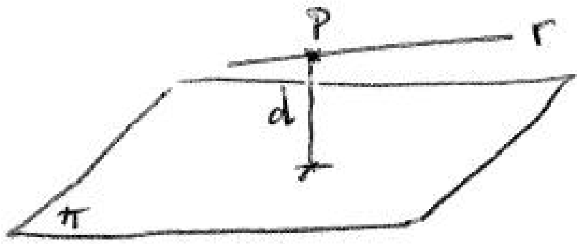
Distancia de una Recta paralela a un Plano

$$r:\begin{cases} x=x_0+ar \\ y=y_0+br \\ z=z_0+cr \end{cases}$$

$$\circledR : Ax+By+Cz+D=0$$

$$d(r,\circledR)=d(P,\circledR)$$

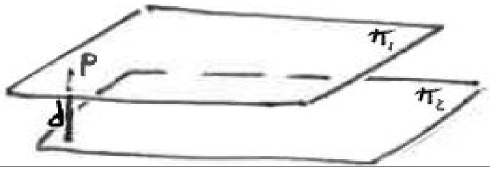
Siendo P <u>cualquier</u> punto de la recta.



Distancia entre dos Planos Paralelos

$$d(\circledR_1,\circledR_2)=d(P,\circledR_2)$$

Siendo P <u>cualquier</u> punto de uno de los planos.

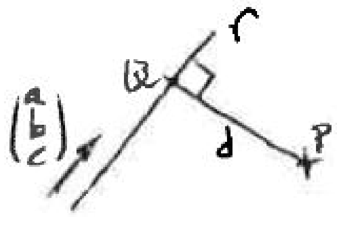


Distancia de un Punto a una Recta (Método 1)

Se halla el punto Q de la recta sabiendo que en él, se forma

un ángulo recto: $\vec{PQ}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=0$

$$d(P,r)=\left|\vec{PQ}\right|$$

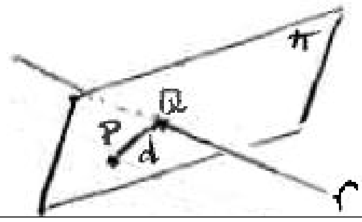


Distancia de un Punto a una Recta (Método 2)

Se halla el plano Π, que contiene al punto P y es perpendicular a la recta.

Se halla el punto Q, intersección de la recta con el plano Π.

$$d(P,r)=\left|\vec{PQ}\right|$$

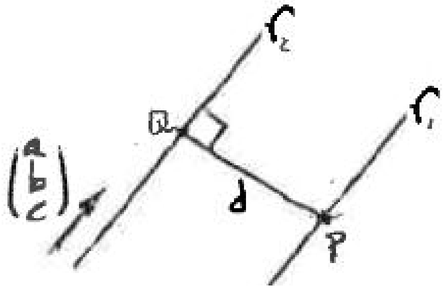


Distancia entre dos Rectas Paralelas (Método 1)

Siendo P <u>cualquier</u> punto de una de las rectas, se halla el punto Q de la otra recta sabiendo que en él, se

forma un ángulo recto: $\vec{PQ}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=0$

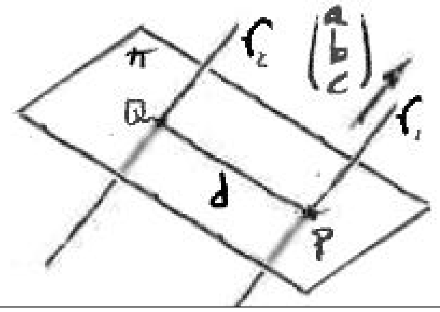
$$d(r_1,r_2)=\left|\vec{PQ}\right|$$



Distancia entre dos Rectas Paralelas (Método 2)

Siendo P cualquier punto de una de las rectas, se halla el plano Π, que contiene ese punto y es perpendicular a dicha recta (lógicamente será también perpendicular a la otra).
Se halla el punto Q, intersección de la otra recta con el plano Π.

$$d(r_1, r_2) = \left|\overrightarrow{PQ}\right|$$

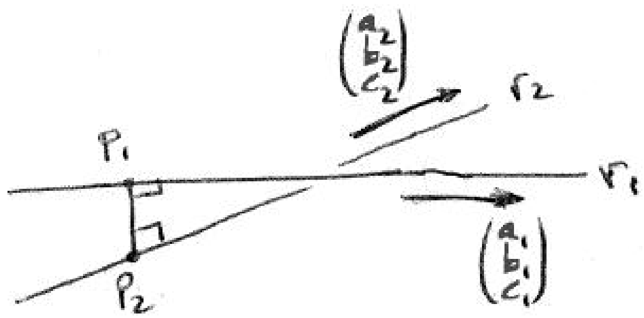


Distancia entre dos Rectas que se Cruzan (Método 1)

Se hallan dos puntos: el punto P_1 de una de las rectas y el punto P_2 de la otra recta sabiendo que el vector que los une debe ser perpendicular a ambas rectas:

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{P_1P_2} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = 0 \\ \overrightarrow{P_1P_2} \cdot \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = 0 \end{array}\right\}$$

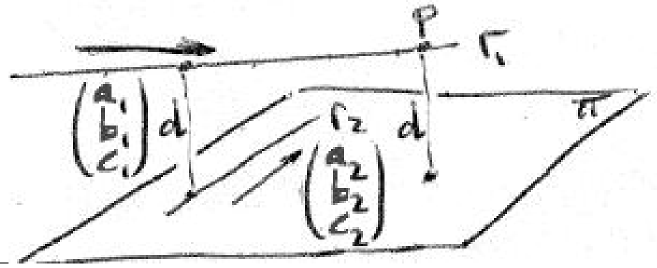
$$d(r_1, r_2) = \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right|$$



Distancia entre dos Rectas que se Cruzan (Método 2)

Se halla el plano Π, que contiene a una de las rectas recta y es paralelo a la otra recta.
Siendo P un punto cualquiera de la segunda recta:

$$d(r_1, r_2) = d(P, \text{®})$$

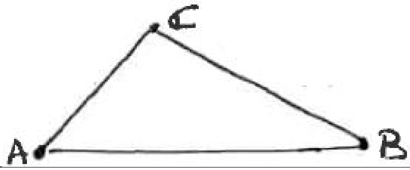


Área de un Triángulo

Dados sus tres vértices: A, B y C.

$$Area = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \, x \, \overrightarrow{AC}\right|$$

No importa cómo se elijan los vértices.

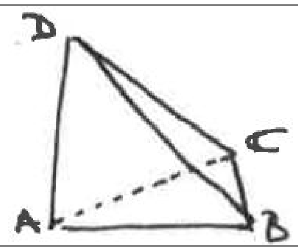


Volumen de un Tetraedro

Dados sus cuatro vértices: A, B, C y D.

$$Volumen = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right]\right| = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB} \cdot \left(\overrightarrow{AC} \, x \, \overrightarrow{AD}\right)\right|$$

No importa cómo se elijan los vértices, salvo que pueda salir negativo el producto mixto. De ahí el valor absoluto en la fórmula.



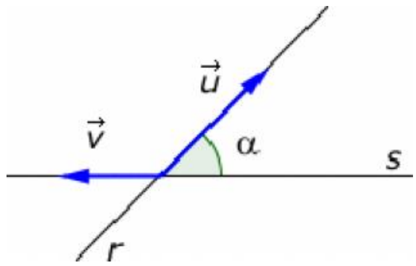
Ángulo determinado por dos rectas secantes

Se llama así al menor de los ángulos que forman sus vectores directores. Se obtiene con la fórmula del producto escalar.

$$r:\begin{cases} x = x_{01} + a_1 r \\ y = y_{01} + b_1 r \\ z = z_{01} + c_1 r \end{cases} \qquad s:\begin{cases} x = x_{02} + a_2 s \\ y = y_{02} + b_2 s \\ z = z_{02} + c_2 s \end{cases}$$

$$\cos\sim = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

Con el valor absoluto se obtendrá el ángulo agudo. El obtuso sería su suplementario.

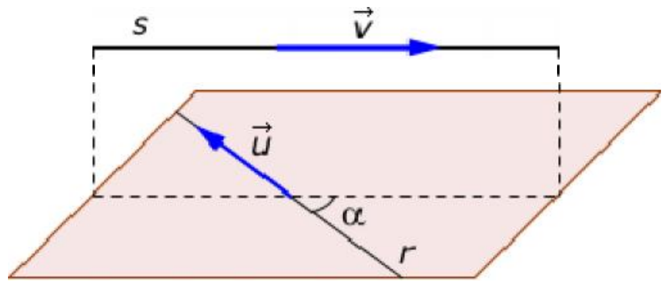


Ángulo determinado por dos rectas que se cruzan

Se utilizan las mismas fórmulas que en el caso de rectas secantes. La única diferencia es que para poder visualizar el ángulo hay que proyectar ambas rectas sobre un plano paralelo a ambas.

$$r:\begin{cases} x = x_{01} + a_1 r \\ y = y_{01} + b_1 r \\ z = z_{01} + c_1 r \end{cases} \qquad s:\begin{cases} x = x_{02} + a_2 s \\ y = y_{02} + b_2 s \\ z = z_{02} + c_2 s \end{cases}$$

$$\cos\sim = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$



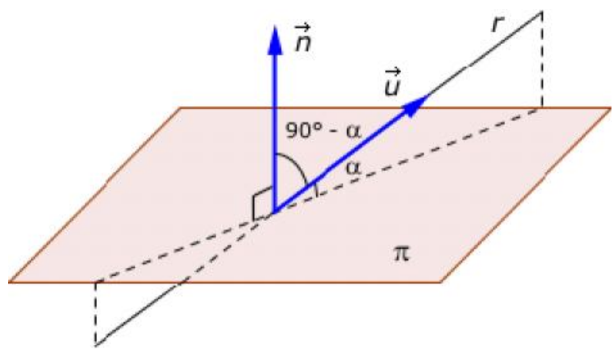
Ángulo determinado por una recta secante a un plano

Se llama así al ángulo que forma la recta con su proyección sobre el plano. Es el complementario del ángulo que forman el vector de dirección de la recta y el vector normal del plano.

$$r:\begin{cases} x = x_0 + ar \\ y = y_0 + br \\ z = z_0 + cr \end{cases}$$

$$® : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$\cos(90 - \sim) = \frac{aA + bB + cC}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



Ángulo determinado por dos planos secantes

Se llama así al menor de los ángulos que forman sus vectores normales. Se obtiene con la fórmula del producto escalar.

$$®_1 : A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

$$®_2 : A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$$

$$\cos\sim = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Con el valor absoluto se obtendrá el ángulo agudo.
El obtuso sería su suplementario.