

TIPOS DE FUNCIONES

MODELOS MATEMÁTICOS QUE DESCRIBEN LO QUE OCURRE A NUESTRO ALREDEDOR

Introducción

1. Tipos básicos de funciones

2. Modelo lineal. Aplicación a la física: cambio de unidades en la temperatura

3: Modelo cuadrático. Aplicación a la geometría: área de un círculo

4: Modelo polinómico: Aplicación a la geometría: volumen de una esfera

5: Modelo de proporcionalidad inversa: Aplicación a la economía: beneficios en una empresa

6: Modelo irracional: Aplicación a la medicina: ASC

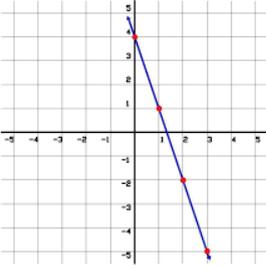
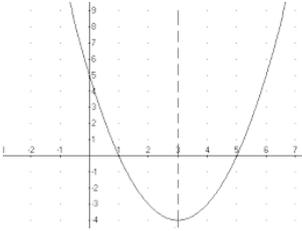
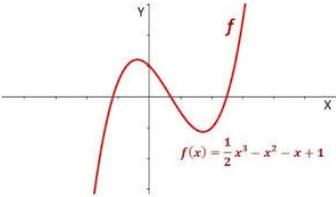
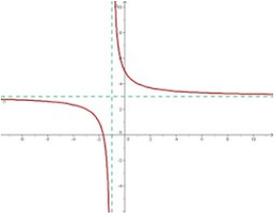
7. Modelo exponencial. Aplicación a la biología: La mitosis

8. Modelo logarítmico. Aplicación a la acústica

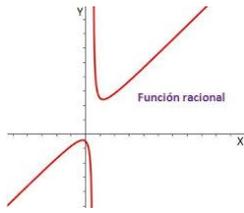
Introducción:

Muchas veces, nuestros alumnos nos preguntan, “Vale, profe, pero esto, ¿para qué sirve?” Cuanto más avanzamos en Matemáticas, como en cualquier otra rama del conocimiento, somos más capaces de verle las aplicaciones, la relación con otras ciencias,... En este trabajo conoceréis unas pocas aplicaciones de las funciones, que os ayudarán a entender la necesidad de las Matemáticas en muchos campos como la Biología, la Geología, la Medicina, la Economía,

1. Tipos básicos de funciones:

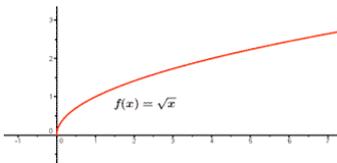
<p>Funciones lineales (Las Rectas) $y = mx + n$</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - Se describen mediante ecuaciones de primer grado, $y = mx + n$, y su representación gráfica es una recta. - m se le llama pendiente de la recta y al término independiente, n, ordenada en el origen. - Si $n = 0$ la función lineal queda de la forma $y = mx$, y la recta pasa por el origen de coordenadas. - Si $m = 0$, la función es $y = n$, cuya representación es una recta horizontal que pasa por el punto $(0, n)$. - si $m > 0$, la función lineal es creciente - si $m < 0$, es decreciente. - Para hacer la representación gráfica de una función lineal basta con obtener dos puntos de la misma, representarlos en unos ejes de coordenadas y unirlos mediante una recta.
<p>Funciones cuadráticas (Las parábolas) $y = ax^2 + bx + c$</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - Se describen mediante ecuaciones de segundo grado, $y = ax^2 + bx + c$ - Su representación gráfica es una parábola. - Recordemos que si $a > 0$ la parábola se “abre hacia arriba”, y si $a < 0$ la parábola se “abre hacia abajo”. - El vértice de la parábola es el punto más alto o más bajo de la parábola, cumple que $x = -b/2a$. Por tanto, las coordenadas del vértice son: $V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$ - La parábola corta al eje Y en el punto de coordenadas $(0, c)$ y al eje X en los puntos $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$, donde x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ - Se llama eje de la parábola a la recta $x = -b/2a$, que es una recta vertical que pasa por el vértice y divide a la función en dos ramas simétricas. - El dominio son todos los números reales.
<p>Funciones polinómicas</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - La ecuación de una función polinómica viene dada mediante un polinomio de grado n: $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ - Su representación gráfica es una curva que se “dobla” varias veces, dependiendo del grado del polinomio. - Su dominio es todo el conjunto de los números reales.
<p>Funciones de proporcionalidad inversa (Las hipérbolas)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - Son funciones cuya ecuación es de la forma $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ - Su representación gráfica es una hipérbola cuyas asíntotas son la recta horizontal $y = a/c$, y la recta vertical $x = -d/c$. - Las hipérbolas más sencillas son de la forma $y = k/x$, cuya representación gráfica son hipérbolas cuyas asíntotas son los ejes de coordenadas. En este caso, si $k > 0$, las ramas de la hipérbola se encuentran en el primer y tercer cuadrantes, y si $k < 0$, las ramas de la hipérbola se encuentran en el segundo y cuarto cuadrantes. - El dominio de una función de proporcionalidad inversa son todos los números reales menos $x = -d/c$, puesto que este punto anula el denominador, y sabemos que cuando el denominador es cero la expresión correspondiente no existe o no tiene sentido.

Funciones racionales



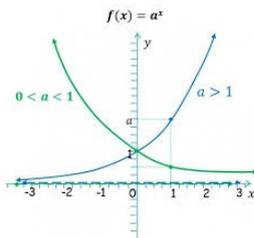
- La ecuación de una función racional viene dada por una fracción algebraica, es decir, $y = \frac{p(x)}{q(x)}$ donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios.
- El **dominio** de una función racional son todos los números reales salvo los que hacen $q(x) = 0$.
- Las funciones racionales tienen representaciones gráficas muy variadas. Para poder hacer la representación gráfica de una función racional debemos hacer un estudio detallado de la función: puntos de corte con los ejes, simetría, asíntotas, tendencias, monotonía, extremos,...

Funciones radicales



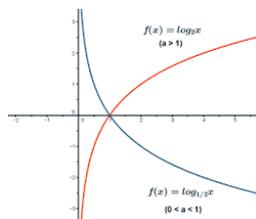
- Son funciones de la forma $y = \sqrt{f(x)}$ donde f es una función elemental cualquiera.
- Su **dominio** es todos los números reales que verifican $f(x) \geq 0$.
- Las funciones raíz también tienen representaciones gráficas muy variadas.

Función exponencial



- Una **función exponencial** es de la forma $f(x) = a^x$, donde $a > 0$, $a \neq 1$.
- Son **continuas** en todo el conjunto de los números reales.
- **Pasan por los puntos** $(0, 1)$ y $(1, a)$.
- La **imagen** de la función exponencial es siempre el intervalo $(0, +\infty)$.
- Si $a > 1$ son **crecientes**, tanto más cuanto mayor sea a .
- Si $a < 1$, son **decrecientes**.
- Se acercan indefinidamente al eje X sin cortarlo, es una asíntota horizontal.

Función logarítmica



- Una función logarítmica es de la forma $y = \log_a x$, donde $a > 0$ y $a \neq 1$.
- La función logarítmica de base a es la inversa de la función exponencial.
- Son continuas el intervalo $(0, +\infty)$ (que es su dominio de definición).
- Pasan por los puntos $(1, 0)$ y $(a, 1)$.
- La imagen de la función logarítmica es todo el conjunto de los números reales.
- Si $a > 1$ son crecientes.
- Si $a < 1$ son decrecientes.
- Se acercan indefinidamente al eje Y tocándolo, es una asíntota vertical.

2. Modelo lineal. Aplicación a la física: cambio de unidades en la temperatura

- 2.1 : Función que relaciona los grados kelvin y los grados centígrados:
- 2.2: Representación gráfica
- 2.3: Características más importantes de esta función
- 2.4: Investiga: ¿qué es el cero absoluto?

3: Modelo cuadrático. Aplicación a la Geometría: área de un círculo

- 3.1: Función que relaciona el área de un círculo con su radio
- 3.2: Representación gráfica
- 3.3: Características más importantes de esta función
- 3.4: Investiga: ¿qué es el número π ?

4: Modelo polinómico. Aplicación a la Geometría: volumen de una esfera

- 4.1: Función que relaciona el radio de una esfera con su volumen
- 4.2: Representación gráfica
- 4.3: Características más importantes de esta función
- 4.4: Investiga: dimensiones terrestres: radio y volumen

5: Modelo de proporcionalidad inversa. Aplicación a la economía: Beneficios en una empresa

- 5.1: Función que relaciona el beneficio obtenido por cada socio empresarial tras obtener unas ganancias netas anuales de 3 millones de euros, con el número de socios que tiene la empresa.
- 5.2: Representación gráfica
- 5.3: Características más importantes de esta función
- 5.4: Investiga: qué es un socio capitalista, y qué lo diferencia de un socio trabajador.

6: Modelo irracional. Aplicación a la medicina: ASC

El área de superficie corporal (ASC) es, en medicina, la medida de la superficie del cuerpo humano. Se trata de un indicador metabólico más interesante en muchos casos que el índice de masa corporal (IMC). Su cálculo depende del peso (en kg) y la estatura (en cm) de la persona:

$$ASC = \sqrt{\frac{\text{peso} \times \text{altura}}{3600}} . \text{ Para una persona cuya altura sea } 170\text{cm},$$

- 6.1: Función que relaciona el área de superficie corporal con el peso de esa persona
- 6.2: Representación gráfica
- 6.3: Características más importantes de esta función
- 6.4: Investiga: Qué es el índice de masa corporal, y qué valores toma comparados con el ASC

7. Modelo exponencial. Aplicación a la Biología: La mitosis

La mitosis o división celular es el proceso a través del cuál células se duplican. Partiendo de una célula, que cada período de tiempo t sufre una duplicación,

7.1: Función que relaciona el número de células que hay con el tiempo transcurrido

7.2: Representación gráfica

7.3: Características más importantes de esta función

7.4: Investiga: ¿Puede producirse esa duplicación indefinidamente?

8. Modelo logarítmico. Aplicación a la acústica:

Los decibelios son una unidad de medida de intensidad sonora, que responde a la expresión:

$D = 10 \log \frac{I}{I_0}$, donde D son los decibelios, I_0 son los vatios/m² del sonido umbral e I los

vatios/m² del sonido que estamos tratando. Si el oído humano tiene un umbral de audición $I_0 = 10^{-2}$ vatios por metro cuadrado,

8.1: Función que relaciona

8.2: Representación gráfica

8.3: Características más importantes de esta función

8.4: Investiga: Cuántos decibelios se consideran tolerables para el ser humano, qué sonidos a nuestro alrededor superan ese umbral habitualmente.