

6 Álgebra

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

EL NOMBRE DE LAS INCÓGNITAS

¿Por qué las incógnitas o cantidades desconocidas se representan con la letra x ? Vamos a conocer el porqué de esta elección.

El álgebra consiste en operar con cantidades desconocidas para hallar su valor.

En el desarrollo del álgebra tuvieron un papel primordial matemáticos de origen árabe. Uno de ellos, Omar al-Khayyam (1048-1131), se dedicó a la resolución de ecuaciones.

Para representar la incógnita utilizaba el término árabe *shay*, que significa «cosa». En esa época, sus obras fueron traducidas en España y esa palabra se escribió como *xay*. Poco a poco, se fue usando solo la letra inicial, x . Así, esta letra se convirtió en el símbolo de la incógnita.

Investiga

1. Busca información acerca del matemático Omar al-Khayyam.
2. ¿Qué civilizaciones antiguas trabajaron en la resolución de ecuaciones antes que los árabes? ¿Cómo representaban las incógnitas?



CÁLCULO MENTAL

Multiplicar un natural por 10, por 100 y por 1 000

$$124 \cdot 10 = 1\,240$$

$$56 \cdot 100 = 5\,600$$

$$237 \cdot 1\,000 = 237\,000$$

Calcula mentalmente.

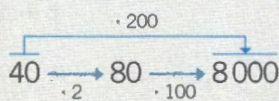
$$54 \cdot 10 = \quad 271 \cdot 100 =$$

$$127 \cdot 10 = \quad 96 \cdot 1\,000 =$$

$$49 \cdot 100 = \quad 884 \cdot 1\,000 =$$

Multiplicar un natural por decenas, centenas y millares

$$40 \cdot 200$$



Calcula mentalmente.

$$15 \cdot 20 = \quad 43 \cdot 200 =$$

$$21 \cdot 40 = \quad 12 \cdot 4\,000 =$$

$$60 \cdot 500 = \quad 80 \cdot 3\,000 =$$

1 Expresar enunciados mediante expresiones algebraicas

Una **expresión algebraica** es un conjunto de números y letras que se combinan con los signos de las operaciones matemáticas.

Las expresiones algebraicas se utilizan para expresar informaciones matemáticas y poder operar con ellas.

A un número le sumas su doble: $x + 2x$.

A un número le restas 10: $x - 10$.

1. Expresa utilizando expresiones algebraicas.

- a) Al doble de un número le sumas 15.
- b) Al triple de un número le restas 20.
- c) Al doble de un número le sumas el mismo número.
- d) Al triple de un número le restas el mismo número.
- e) A un número le sumas su mitad.
- f) A un número le sumas su tercio.
- g) A un número le restas su mitad y le sumas 5.

2. Completa la tabla.

Expresión escrita	Expresión algebraica
A un número le sumas 12.	
	$x - 16$
Al doble de un número le restas 5.	
	$3x - 10$
A la mitad de un número le sumas 9.	
	$\frac{x}{3} - 15$

3. Relaciona cada enunciado con la expresión algebraica correspondiente.

Un número más el doble de otro es 10.

$$2x + 3y = 9$$

Un número menos el triple de otro es 24.

$$x + 2y = 10$$

El doble de un número más el triple de otro es 9.

$$x - 3y = 24$$

El triple de un número menos la mitad de otro es 12.

$$3x - \frac{y}{2} = 12$$

2 Averiguar el valor numérico de una expresión algebraica

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el resultado de sustituir las letras por unos números dados y realizar las operaciones que aparecen en la expresión.

El valor numérico de la expresión $2x + 6$ para $x = 3$ es: $2 \cdot 3 + 6 = 6 + 6 = 12$.

4. Calcula el valor numérico de cada expresión algebraica y completa la tabla.

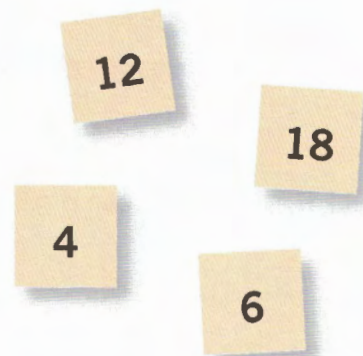
	$x = 2$	$x = 4$	$x = -2$	$x = -4$
$4x + 10$				
$12 - 3x + 7$				
$x + \frac{x}{2}$				
$x + \frac{x}{3}$				
$x^2 + 2x$				
$3x^2 - x - 5$				

5. Completa la tabla hallando los valores numéricos.

	$x = 2$ $y = 1$	$x = 1$ $y = 2$	$x = -1$ $y = -1$	$x = -2$ $y = -2$
$2x - 3y$				
$5x + 2y$				
$x + \frac{x}{2}$				
$2 \cdot (x + y)$				
$(x + y) : 3$				

6. Observa los números y resuelve.

Paula ha sumado uno de estos números con su mitad y su tercio. Ha obtenido de resultado 11. ¿Qué número ha elegido?



3 Identificar monomios

- Un **monomio** es una expresión algebraica formada por el producto de un número y una o varias letras. El número es el **coeficiente** del monomio y las letras son la **parte literal**.
- El grado de un monomio es la suma de los exponentes de su parte literal.

Monomio	$8x$	$-2ab$	$4x^2y$
Coeficiente	8	-2	+4
Parte literal	x	ab	x^2y
Grado	1	$1 + 1 = 2$	$2 + 1 = 3$

7. Completa la tabla.

Monomio	$9xy$	$\frac{-2}{7}xy$	$4a^2b$	$\frac{-3}{5}a^2b^2$	$\frac{-5}{12}ab^2c^2$
Coeficiente					
Parte literal					
Grado					

8. En cada caso escribe tres monomios.

- a) Cuyo coeficiente sea 2.
- b) Cuya parte literal sea xy .
- c) Cuyo grado sea 2.
- d) Cuyo coeficiente sea -8 .
- e) Cuya parte literal sea ab^2 .
- f) Cuyo grado sea 4.

9. Piensa y marca la frase correcta justificando tu respuesta.

- a) Dos monomios con el mismo grado tienen la misma parte literal.
- b) Dos monomios con la misma parte literal tienen el mismo grado.

4 Sumar y restar monomios semejantes

- Dos o más **monomios** son **semejantes** si tienen la misma parte literal.

Los monomios $2x$ y $\frac{2}{5}x$ son monomios semejantes.

Los monomios $2x$ y $2x^2$ no son monomios semejantes.

- La **suma** o **resta de monomios semejantes** es otro monomio que tiene por coeficiente la suma o resta de los coeficientes de los monomios y la misma parte literal.

$$3xy + 2xy = 5xy$$

$$8a^2b - 2a^2b = 6a^2b$$

10. Indica si los siguientes monomios son o no semejantes.

a) $3xy$ y $8x$

b) $-4ab$ y $-2a^2b$

c) x^2y^2zy y $-3x^2y^2z$

11. Calcula.

a) $12x + 9x$

c) $-4xy + 7xy$

e) $3x^2y^2 - 6x^2y^2$

b) $4xy - 2xy$

d) $-6x^2y^2 + x^2y^2$

f) $5xy^2 - 7xy^2$

12. Suma o resta los monomios semejantes.

a) $6x^2 - 7x + 2x^2 - x =$

b) $3x^3 - 2x + 5x^2 - x^3 + 4x^2 =$

c) $3x + 5xy - 7y - 5x + 8y - 10xy =$

d) $3xy - xy + 2xy + 5x - 2y + y + x =$

e) $7ab + 5ab - ab^2 + 9a^2b - 7ab^2 =$

f) $-3a^2b - 4ab^2 - 8a^2b - 5ab^2 + 9a^2b =$

5 Identificar una ecuación y sus elementos

- Una **ecuación** es una igualdad algebraica que no es cierta para todos los valores de las letras.
- **Miembros** de una ecuación son las expresiones algebraicas que hay a cada lado del signo igual.
- **Términos** de una ecuación son los términos que forman los miembros.
- **Grado** de una ecuación es el grado del término de mayor grado.
- **Incógnitas** de una ecuación son las letras que aparecen en los términos.
- **Solución** de una ecuación son los valores numéricos de las incógnitas que hacen que la igualdad se cumpla.

13. Observa el ejemplo y completa la tabla.

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Términos	Grado	Incógnita
$2x^3 - 5 = 20x$	$2x^3 - 5$	$20x$	$2x^3 - 5 - 20x$	3	x
$7 - 4x = 2x^2 - 4$					
$9y + 4 - 2y = 11y$					
$7 - 2y = 4y^5 + 18$					

14. Averigua qué valor de x verifica cada ecuación.

Ecuación	Valores de x	¿Verifica la igualdad?	¿Cuál es la solución?
$20 - x = 5$	$x = 10$		
	$x = 15$		
$10 - 2x = 4$	$x = 2$		
	$x = 3$		
$3x - 4 = 8$	$x = 3$		
	$x = 4$		
$6x - 2x + 9 = 13$	$x = -1$		
	$x = +1$		
$3x + 4x - 5 = 2$	$x = 0$		
	$x = 1$		

6 Reconocer ecuaciones equivalentes

Dos o más **ecuaciones** son **equivalentes** si tienen la misma solución.

La solución de la ecuación $2x + 4 = 6$ es $x = 1$.

La solución de la ecuación $x + 2 = 3$ es $x = 1$.

Las ecuaciones $2x + 4 = 6$ y $x + 2 = 3$ son ecuaciones equivalentes.

15. Averigua cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución $x = 0$ y escribe las que son equivalentes.

a) $2x + 4 = 4$

b) $3x - 6 = 0$

c) $3x - 2x - 2 = -2$

d) $x - 3x = 5x$

16. La solución de la ecuación $2x + 10 = 0$ es $x = -5$. Averigua cuáles de las siguientes ecuaciones son equivalentes a esta ecuación.

a) $x + 5 = 0$

c) $2x - 10 = 0$

e) $x + x + 12 = 2$

b) $2x + x + 10 = 0$

d) $3x + 2x + 6 = -4$

f) $4x - 5 = 5 - x - 15$

17. Piensa y escribe una ecuación equivalente a cada ecuación.

Ecuación	Solución	Ecuación equivalente
$5x - x = 4$	$x = 1$	
$3x - x + 4 = 10$	$x = 3$	
$5x + 2x - 7 = -7$	$x = 0$	
$2x + x - 4 = -7$	$x = -1$	
$-2x - x - 6 = 0$	$x = -2$	

7 Transponer términos en una ecuación

Para **transponer términos** en una ecuación tienes que tener en cuenta estas reglas:

- Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta el mismo número o la misma expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente a la ecuación dada.
- Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por el mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente a la ecuación dada.

$2x - 7 = 9$ ► Obtenemos una ecuación equivalente sumando 7 a ambos miembros.

$$2x - 7 + 7 = 9 + 7 \rightarrow 2x = 16$$

Obtenemos una ecuación equivalente dividiendo entre 2 ambos miembros.

$$2x = 16 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{16}{2} \rightarrow x = 8$$

La solución de la ecuación es $x = 8$.

18. Calcula el valor de x utilizando la transposición de términos.

a) $x + 8 = 12$

c) $x - 12 = 16$

e) $x + 12 - 6 = 21 - 3$

b) $3x = 24$

d) $8x = 21 - 5$

f) $9x = 15 + 3$

19. Calcula el valor de x en cada ecuación.

a) $2x + x - 7 = x - 3$

d) $4x + 3 = 5x + 9$

g) $5x + 3x - 12 = 4x + 6$

b) $8x - 8 = 2x + 4$

e) $10x - 4 = 6x + 8$

h) $3x + 2 = 2x + 3$

c) $12 + 5x - 2 = 3x$

f) $18 - 2x + 5 = 3x - 2$

i) $5x + 6 - 4 = 8 - 3x$

8 Resolver ecuaciones de primer grado

- **Resolver** una ecuación es encontrar su solución si existe.
- Para **resolver una ecuación** sigue estos pasos:
 - 1.º Agrupa en un miembro de la ecuación todos los términos con la incógnita.
 - Si un término está sumando en un miembro, pasa restando al otro miembro y, si está restando en un miembro, pasa sumando al otro miembro.
 - Si un término está multiplicando en un miembro, pasa dividiendo al otro miembro y, si está dividiendo en un miembro, pasa multiplicando al otro miembro.
 - 2.º Deja la incógnita sola en un miembro y, en el otro, solo números.

El valor numérico final es la solución de la ecuación.

$$5x - 6 = 2x + 3 \quad \rightarrow \quad 5x - 2x = 3 + 6 \quad \rightarrow \quad 3x = 9 \quad \rightarrow \quad x = \frac{9}{3} = 3$$

Agrupamos términos con x y números Reducimos términos semejantes Despejamos la incógnita

20. En estas transposiciones se han cometido errores. Táchalos y corrégelos. Después, sigue y resuelve cada ecuación.

a) $-4x - 2 = 3x$
 $-4x + 3x = 2$

d) $7 - 4x = 3x$
 $-4x - 3x = 7$

g) $2x + 10 = 20x - 28$
 $2x - 20x = -28 + 10$

b) $5x = 15$
 $x = 15 \cdot 5$

e) $-2x = -18$
 $x = (-18) - (-2)$

h) $5 - 2x - 1 = 10 - x$
 $-2x + x = 10 - 5 - 1$

c) $-3x = -21$
 $x = \frac{-21}{3}$

f) $-4x = -21 - x$
 $21 = -4x - x$

i) $7x + 2 = 20 - 2x$
 $2 + 20 = -7x - 2x$

21. Transpón términos y resuelve cada ecuación.

a) $2 + x = 18$

e) $15 - 5x = 9$

i) $3 - x = 18 + 2x$

b) $4x + 5 = 2x$

f) $8 + 3x = 2x$

j) $10 - 2x = 4x - 6$

c) $-2x + 4 = x$

g) $5x - 8 = 3x$

k) $8x - 2 = 10x + 8$

d) $7x - 9 = 12$

h) $8 - 9x = x$

l) $7x - 9 = 8 + 4x$

22. Resuelve cada ecuación y relaciona las ecuaciones que sean equivalentes.

$$4x - 2 = 3x + 5$$

$$-2x - 4 = -3x - 1$$

$$-3x - 1 = -2x + 1$$

$$-7x + 1 = -2x + 11$$

$$-3x - 4 = -4x + 3$$

$$8x - 4 = 6x + 2$$

23. Resuelve estas ecuaciones.

a) $x + 28 + 15 = 2x + 30$

c) $2x - 8 + 6 = 32 - 3x$

b) $x - 9 - 20 = 6 + 2x$

d) $6x + 9 - 20 = x + 9$

24. Resuelve estas ecuaciones y comprueba la solución.

a) $7x + 5 - 4 = 2x - 6 + 2$

c) $8x + 10 - 2 = 3x + 13 + 5$

b) $2x + 9 + 8 = 15 - x - 4$

d) $3x - 1 + 4 = 8x + 1$

25. Completa los huecos con un número para que la solución de cada ecuación sea la indicada.

Ecuación
 $5x - \square = 9$

Solución
 $x = 3$

Ecuación
 $2x - 2 = \square x$

Solución
 $x = -2$

Ecuación
 $4x - \square = 3x + 2$

Solución
 $x = 5$

9 Resolver problemas mediante ecuaciones

Para **resolver problemas mediante ecuaciones** sigue estos pasos:

- 1.º Identifica la incógnita.
- 2.º Plantea la ecuación.
- 3.º Resuelve la ecuación.
- 4.º Interpreta la solución.
- 5.º Comprueba que la solución es válida.

Jorge tiene 3 billetes iguales y 2 € en monedas. En total tiene 152 €. ¿Qué valor tiene cada billete?

- 1.º Identificamos la incógnita. Valor del billete $\rightarrow x$
- 2.º Planteamos la ecuación.
Valor de los tres billetes iguales $\rightarrow 3x$
Dinero en total $\rightarrow 3x + 2 = 152$
- 3.º Resolvemos la ecuación. $3x + 2 = 152 \rightarrow 3x = 152 - 2 = 150 \rightarrow x = 150 : 3 = 50$
Cada billete vale 50 €.

26. El perímetro de un cuadrado es 60 cm. ¿Cuánto mide su lado?

27. La suma de un número y su consecutivo es igual a 77. ¿Qué números son?

28. La suma de un número más su triple es igual a 48. ¿Qué número es?

29. Alejandro tiene una finca rectangular de 400 m de perímetro. El largo de la finca mide 50 m más que el ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la finca?

30. Pablo tiene 24 años menos que su padre. Las edades de los dos suman 60 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?



31. Esta semana Gustavo ha entrenado de lunes a viernes 525 minutos en total. Cada día ha entrenado 20 minutos más que el día anterior. ¿Cuántos minutos entrenó cada día?



32. Laura pregunta a su amigo Miguel cuántos años tiene. Miguel le contesta: «El doble de mi edad más su triple es igual a 60». ¿Cuántos años tiene Miguel?

33. Marina tiene 21 € más que Luis y Luis tiene 6 € más que Eva. Entre los tres tienen 72 €. ¿Cuántos euros tiene cada uno?

REPASA LO APRENDIDO

1 Averigua cuáles de los siguientes números son primos.

a) 21

b) 34

c) 61

d) 84

2 Descompón cada número como producto de factores primos.

a) 28

b) 46

c) 120

d) 300

3 Ordena cada grupo de números enteros y utiliza el signo correspondiente.

De menor a mayor

a) 0, -3, -7, +2, +1, -10

b) +4, +2, -6, -9, -3, -8

De mayor a menor

a) +9, -12, -10, +2, -15, -9

b) -3, -7, -5, 0, -11, -13

4 Reduce las fracciones a común denominador.

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{7}$

b) $\frac{1}{4}$ y $\frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{10}$

d) $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{12}$

5 Compara y escribe el signo correspondiente.

a) $\frac{1}{5} \bigcirc \frac{3}{7}$

b) $\frac{2}{6} \bigcirc \frac{1}{8}$

c) $\frac{4}{5} \bigcirc \frac{2}{9}$

d) $\frac{5}{8} \bigcirc \frac{6}{9}$